

## 一种用各向异性扩散方程抑制 SAR 相干斑噪声的方法

黄倩 张冰尘 王岩飞

(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

**摘要** 本文提出了一种基于各向异性扩散偏微分方程抑制合成孔径雷达(SAR)图像的相干斑噪声的算法, 简称 DSADE 算法。本算法根据 SAR 图像的局部特征在均匀区域各向同性扩散, 边缘细节区域各向异性扩散, 不仅可以很好地保持边缘细节信息, 而且可以对其进行增强。实验结果表明, 本算法不仅有效抑制了 SAR 图像的相干斑噪声, 保持并增强了边缘细节, 而且有着良好的图像视觉效果。

**关键词** 合成孔径雷达, 相干斑, 各向异性, 扩散方程

中图分类号: TN958, TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)01-0007-05

## An Anisotropic Diffusion Equation for SAR Speckle Reduction

Huang Qian Zhang Bing-chen Wang Yan-fei

(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract** In this paper, a new method named DSADE Despeckle with Anisotropic Diffusion Equation which is based on anisotropic diffusion equation for SAR speckle reduction is proposed. With the local statistics values, DSADE provides anisotropic diffusion in the heterogenous area and isotropic diffusion in the homogeneous area. Thus, DSADE can not only preserve the edges and details, but also enhance them. In our experiment, DSADE is proved good performance in reducing speckle noise in SAR images and enhancing edges and details at the same time. Moreover, the filtered SAR images look good.

**Key words** SAR, Speckle, Anisotropic, Diffusion equation

### 1 引言

合成孔径雷达(SAR)可以获得高分辨率的雷达图像, 但是由于它是一种全相干成像雷达系统, 其产生的图像必然受到相干斑噪声的污染。相干斑的存在, 降低了图像的辐射分辨率, 隐藏了图像的精微结构, 使得 SAR 图像判读、解译和分类变得困难, 因而相干斑噪声的抑制是一个重要的研究课题。

相干斑噪声的抑制技术可分为两大类, 即成像之前的多视处理技术和成像后的滤波技术。多视处理以空间分辨率的降低为代价抑制相干斑噪声。成像后的滤波技术可分为空间滤波和频域滤波两个分支: 其中以空间滤波技术为基础的算法为主流, 这些算法通常采用统计学方法利用局部统计信息对数据进行估计, 不同的估计准则如最小均方误差准则(MMSE)、极大似然法(ML)和最大后验概率(MAP)等得到了广泛使用, 例如Lee<sup>[1]</sup>、Kuan<sup>[2]</sup>、Frost<sup>[3]</sup>和Gamma MAP<sup>[4]</sup>等滤波器; 频域滤波技术包括傅立叶变换、短时傅立叶变换和小

波变换<sup>[5,6]</sup>等。

但是, Lee、Kuan、Frost 和 Gamma MAP 滤波器等常见的空间滤波器, 在 SAR 图像尤其是高分辨率 SAR 图像处理中有很大的局限性: 第一, 当抑制边缘区域的相干斑时, 我们希望滤波器是各向异性的(Anisotropic), 即沿边缘方向平滑滤波, 同时在垂直于边缘的方向抑制滤波, 这样才能更好地在抑制相干斑的同时保持边缘细节。但以上滤波器都是各向同性的(Isotropic), 即它们对边缘附近各个方向抑制平滑程度相同。第二, 这些滤波器无法增强图像的边缘和细节, 仅在边缘附近抑制平滑。第三, 这些滤波器的抑制相干斑效果与移动窗口大小密切联系: 窗口较大时, 滤波器过度平滑导致边缘模糊; 窗口较小时, 滤波器去噪能力变差。

近年来, 非线性偏微分方程逐渐应用于边缘检测、图像去噪和纹理分析等领域。利用各向异性的非线性偏微分方程降相干斑, 是得到广泛关注的空间滤波算法。其中 1990 年 Perona和Malik<sup>[7]</sup>提出的非线性各向异性扩散方程是一种效

果较好的图像平滑方法。Yongjian Yu在SRAD算法<sup>[8]</sup>中提到, 基于最小均方误差的相干斑滤波器 Lee 和 Frost 滤波器都可以表示为各向同性扩散的偏微分方程形式, 而且修改后可得到各向异性扩散方程。这就把偏微分方程和自适应滤波器联系起来, 也更加引导我们从各向异性的偏微分方程中寻找有效的相干斑抑制方法。

然而, 把 Perona 和 Malik 提出的各向异性扩散方程(简称 P-M 算法)应用于 SAR 图像相干斑的抑制还存在一些问题: 第一, P-M 算法不是针对相干斑 SAR 图像设计的, 对于有加性噪声的图像该算法降噪效果明显, 但对于乘性的相干斑噪声图像, 有时并不奏效, 甚至会起到相反的作用。第二, P-M 算法的图像经过多次迭代后虽然强边缘内部很平滑, 边缘保持效果也有一定提高, 但是图像看上去较不真实, 而且很多细节边缘也被抹杀。

根据以上问题, 本文提出了一种针对 SAR 图像相干斑噪声抑制的各向异性扩散 (De Speckle with Anisotropic Diffusion Equation) 算法, 简称 DSADE 算法。本算法根据 P-M 算法提出了新的扩散系数表达式, 分析了表达式中参数选取对滤波结果的影响, 并从理论推导证明了新表达式的正确性。实验证明, 本算法不仅能够有效的抑制相干斑噪声, 保持边缘细节, 而且能够对边缘和细节进行增强, 处理后的 SAR 图像也有良好的视觉效果。

## 2 DSADE 算法

### 2.1 理论基础

本文提出的 DSADE 算法是建立在 Perona 和 Malik 的偏微分方程基础上的, Perona 和 Malik 给出的偏微分方程为:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} &= \text{div}[g(|\nabla I|) \cdot \nabla I(x, y, t)] \\ I(x, y, t)|_{t=0} &= I(x, y, 0) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中  $I(x, y, t)$  是图像强度,  $\text{div}$  是散度算子,  $\nabla$  是梯度算子,

$\nabla I(x, y, t) = \begin{pmatrix} \partial I / \partial x \\ \partial I / \partial y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_x \\ I_y \end{pmatrix}$ ,  $g(\cdot)$  是扩散系数, 是一个有界非负递减函数。Perona 和 Malik 建议的  $g(\cdot)$  有以下两种形式:

$$g_1(|\nabla I|) = 1 / \left[ 1 + (|\nabla I| / K)^2 \right], \quad g_2(|\nabla I|) = \exp \left[ -(|\nabla I| / K)^2 \right] \quad (2)$$

简便起见, 下面以  $g_1(|\nabla I|)$  为基础进行研究。设  $x = |\nabla I|$ , 则  $g(x) = g(|\nabla I|)$ , 如图 1 所示。可见, 当处理边界内部区域时,  $x \ll K$ ,  $g(x) \rightarrow 1$ , 对图像平滑加大; 当  $g(x) = 1$  时, 即高斯型各向同性扩散; 而当处理边界时,  $x \gg K$ ,  $g(x) \rightarrow 0$ , 对图像平滑减弱; 当  $g(x) = 0$  时(绝热

扩散条件), 没有任何平滑。因此, 图像经过多次迭代后强边缘内部区域非常光滑, 而边缘保持效果也有明显提高。

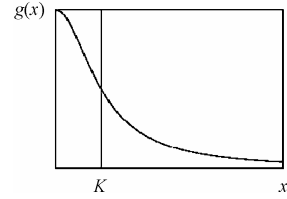


图 1  $g(x) = 1 / [1 + (x/K)^2]$

由此可见, 扩散系数  $g(\cdot)$  对图像的平滑效果有重要影响。对 P-M 算法的扩散系数  $g(|\nabla I|)$  进行进一步分析可知, 当  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 2$ ,  $|\nabla I| = x$  时,  $g(|\nabla I|)$  是下式的特例:

$$g(x) = 1 / \left\{ 1 + [x / (\alpha \cdot K)]^\beta \right\} \quad (3)$$

图 2 和图 3 说明了当取不同的  $\alpha$ 、 $\beta$  值时, 式(3)所示扩散系数  $g(\cdot)$  的变化情况: ①当取定  $\alpha = 1$  时,  $\beta = 4$  比  $\beta = 2$  的  $g(x)$  在  $x$  减小时更快地趋近于 1, 而在  $x$  增大时更快地趋近于 0。即当  $\beta = 4$  时,  $g(x)$  能对均匀区域更好地平滑, 对边缘区域更好地保持。②当取定  $\beta = 4$  时,  $\alpha$  越大, 对应的  $g(x)$  平滑效果越好, 但同时会降低保持边缘的能力。

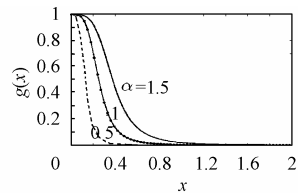
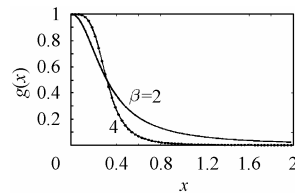


图 2  $\alpha = 1$  时,  $\beta = 2, 4$  的  $g(x)$  图 3  $\beta = 4$  时,  $\alpha = 0.5, 1, 1.5$  的  $g(x)$

### 2.2 变差系数与图像均匀性

SAR 图像相干斑噪声的乘性模型为  $I(x, y) = X(x, y) \cdot u(x, y)$ , 其中  $X(x, y)$  表示图像实际纹理,  $u(x, y)$  表示相干斑噪声。假设  $E(X) = 1$  且  $E(u) = 1$ , 得图像的变差系数 (Variation of coefficient)<sup>[9]</sup>:

$$C_I = \sqrt{\text{Var}(I)} / E(I) = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_u^2 + \sigma_X^2 \cdot \sigma_u^2} \quad (4)$$

由式(4)知  $C_I$  由 3 项组成: 纹理方差  $\sigma_X^2$ , 相干斑方差  $\sigma_u^2$ , 两方差的积  $\sigma_X^2 \cdot \sigma_u^2$ 。在均匀区域即  $\sigma_X^2 = 0$  时, 图像的方差只由相干斑引起, 此时变差系数最小; 图像纹理越不均匀,  $\sigma_X^2$  越大, 变差系数也越大。因此, 图像的变差系数可以用于度量 SAR 图像局部的非均匀性。常用的自适应相干斑滤波器, 如 Lee、Frost、Kuan 和 GMAP 滤波器等都是局部统计值的函数, 而这个局部统计值经常选用的就是变差系数  $C_I$ 。

### 2.3 DSADE 算法介绍

考虑到变差系数在衡量 SAR 图像局部非均匀性方面的优势, DSADE 算法采用式(3)所示的扩散系数, 用  $C_I^2 - C_u^2$  代替 P-M 算法中  $g(\cdot)$  的梯度  $\nabla I$ , 此时偏微分方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} I(x, y, t) &= \text{div}[g(C_I^2) \cdot \nabla I(x, y, t)] \\ I(x, y, t)|_{t=0} &= I_0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$g(C_I^2) = 1 / \left[ 1 + \left( \frac{C_I^2 - C_u^2}{\alpha \cdot C_u^2} \right)^\beta \right] \quad (6)$$

式中  $C_I^2 = \text{Var}(I)/E^2(I)$  是正在处理图像的变差系数;  $C_u^2 = \text{Var}(u)/E^2(u)$  是均匀区域的变差系数, 用于控制对图像的平滑程度,  $1 \leq \alpha \leq 2$ ,  $\beta = 2, 4$ 。

分析式(5), 式(6)知, 当处理均匀区域时,  $C_I^2 \rightarrow C_u^2$ ,  $g(C_I^2) \rightarrow 1$ , 对图像的平滑作用增加; 当处理边缘细节区域时,  $C_I^2 \gg C_u^2$ ,  $g(C_I^2) \rightarrow 0$ , 从而保留更多的边缘和细节。若当  $C_I^2$  减小时  $g(C_I^2)$  更快地趋近于 1, 而当  $C_I^2$  增大时  $g(C_I^2)$  更快地趋近于 0, 则效果更好。由 2.1 节知  $\beta = 4$  比  $\beta = 2$  更能满足这种要求。

### 2.4 DSADE 算法的特点

考虑 DSADE 算法的式(6), 令  $q^2 = C_I^2, q_0^2 = C_u^2$ , 则

$$g(C_I^2) = g(q) = 1 / \left[ 1 + \left( \frac{q^2 - q_0^2}{\alpha \cdot q_0^2} \right)^\beta \right], \quad \text{式(5)变为}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} I(x, y, t) &= \text{div}[g(q) \cdot \nabla I(x, y, t)] \\ &= g(q) \cdot \Delta I + g'(q) \cdot \nabla^2 I(\nabla I, \nabla I) / |\nabla I| \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

上式中  $\nabla^2 I(\nabla I, \nabla I) = I_{xx} \cdot I_x^2 + 2I_{xy} \cdot I_x \cdot I_y + I_{yy} \cdot I_y^2$ 。

设  $\eta$  是沿边缘的方向,  $\xi$  是垂直于边缘的方向, 二者构成正交坐标系  $(\xi, \eta)$ , 其中

$$\left. \begin{aligned} \xi &= (\cos(\theta), \sin(\theta)) = (-I_y, I_x) / |\nabla I| \\ \eta &= (\sin(\theta), -\cos(\theta)) = (I_x, I_y) / |\nabla I| = \nabla I / |\nabla I| \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

由此我们可以得到

$$\left. \begin{aligned} I_\xi &= \nabla I \cdot \xi, \\ I_{\xi\xi} &= \nabla^2 I(\xi, \xi) \\ &= (I_{xx} \cdot I_x^2 - 2I_{xy} \cdot I_x \cdot I_y + I_{yy} \cdot I_y^2) / |\nabla I|^2 \\ I_\eta &= \nabla I \cdot \eta, \\ I_{\eta\eta} &= \nabla^2 I(\eta, \eta) \\ &= (I_{xx} \cdot I_x^2 + 2I_{xy} \cdot I_x \cdot I_y + I_{yy} \cdot I_y^2) / |\nabla I|^2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中  $I_{\xi\xi}$  和  $I_{\eta\eta}$  分别为垂直于  $\nabla I$  方向和沿  $\nabla I$  方向的扩散项, 从而式(7)可写为

$$\begin{aligned} \partial I(x, y, t) / \partial t &= \text{div}[g(q) \cdot \nabla I(x, y, t)] \\ &= g(q) \cdot I_{\xi\xi} + \Phi'(q) \cdot I_{\eta\eta} \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $\Phi'(q) = [q \cdot g'(q)]'$ , 为沿边缘方向  $\eta$  的扩散系数;  $g(q)$  为垂直于边缘方向  $\xi$  的扩散系数。

(1) 在均匀区域, 本算法是各向同性的。分析式(10)知, 当处于均匀区域时,  $q^2 \rightarrow q_0^2$ ,  $\xi$  和  $\eta$  方向的扩散系数以及二者比值分别为

$$\begin{aligned} \lim_{q^2 \rightarrow q_0^2} g(q) &= 1, \quad \lim_{q^2 \rightarrow q_0^2} \Phi'(q) = \lim_{q^2 \rightarrow q_0^2} [g(q) + q \cdot g'(q)] = 1 \\ \lim_{q^2 \rightarrow q_0^2} [\Phi'(q) / g(q)] &= 1 \end{aligned}$$

也就是说, 在均匀区域, DSADE 算法对各方向平滑程度相同, 即各向同性扩散。

(2) 在边缘区域, 本算法是各向异性的。在边缘和细节区域, 图像变差系数较大,  $q^2 \gg q_0^2$ , 此时有

$$\lim_{q^2 \rightarrow \infty} g(q) = 0, \quad \lim_{q^2 \rightarrow \infty} \Phi'(q) = 0, \quad \lim_{q^2 \rightarrow \infty} [\Phi'(q) / g(q)] = 1 - 2\beta$$

这说明虽然  $\xi$  和  $\eta$  方向的扩散系数都趋近于 0, 但二者速度不同: 沿边缘方向的扩散速度是垂直方向的  $1 - 2\beta$  倍, 前面提到我们取  $\beta = 2$  或 4, 所以沿边缘方向的扩散比垂直边缘方向速度快。沿边缘方向的扩散系数从负数趋向于 0, 这种“负扩散”使边缘得到增强。因此, 本文提出的 DSADE 算法对于边缘细节不仅能够保持, 而且能够增强, 从而进一步提高了抑制相干斑的效果。

### 2.5 实现步骤

(1) 从第  $n$  次迭代图像(大小为  $M \times N$ )的均匀区域求变差系数  $C_u^2 = \text{Var}(u^n) / E^2(u^n)$ 。

(2) 在以  $(i, j)$  为中心的 4 邻域移动窗口  $\bar{\eta}_s$  中 ( $i = 1, 2, \dots, M$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ ) 求第  $n$  次迭代图像的变差系数

$$C_{I_{i,j}}^2 = \frac{2/|\bar{\eta}_s| \cdot |\nabla I_{i,j}|^2 - 1/|\bar{\eta}_s|^2 \cdot (\nabla^2 I_{i,j})^2}{(I_{i,j} + 1/|\bar{\eta}_s| \cdot \nabla^2 I_{i,j})^2}, \quad \text{其中}$$

$$\nabla^2 I_{i,j} = I_{i+1,j} + I_{i-1,j} + I_{i,j+1} + I_{i,j-1} - |\bar{\eta}_s| \cdot I_{i,j}$$

$$|\nabla I_{i,j}|^2 = (I_{i,j} - I_{i-1,j})^2 + (I_{i,j} - I_{i,j-1})^2 + (I_{i+1,j} - I_{i,j})^2 + (I_{i,j+1} - I_{i,j})^2$$

(3) 利用式(6)求  $(i, j)$  处的扩散系数  $g_{i,j}$ 。

(4) 设空间步长为  $h$ , 由式(5)求迭代差:

$$\begin{aligned} d_{i,j}^n &= [g_{i+1,j}^n (I_{i+1,j}^n - I_{i,j}^n) + g_{i,j}^n (I_{i-1,j}^n - I_{i,j}^n) \\ &\quad + g_{i,j+1}^n (I_{i,j+1}^n - I_{i,j}^n) + g_{i,j}^n (I_{i,j-1}^n - I_{i,j}^n)] / h^2 \end{aligned}$$

(5) 根据离散更新方程  $I_{i,j}^{n+1} = I_{i,j}^n + \Delta t / |\bar{\eta}_s| \cdot d_{i,j}^n$  得到迭代

后的新图像,  $\Delta t$  为时间步长。

(6) 是否结束迭代, 是则停止, 否则继续从第(1)步进行。

### 3 实验结果

一个好的SAR相干斑滤波器应具有以下特点<sup>[10]</sup>: (1) 保留局部均值信息; (2) 减小图像标准差; (3) 保留或增强图像纹理和边缘细节信息。根据以上特点, 我们用均值、标准差、等效视数、辐射分辨率和视觉效果来衡量各种方法抑制相干斑的效果。其中, 等效视数  $ENL = E^2(I)/\text{Var}(I)$ ; 辐射分辨率  $\gamma = 10 \cdot \lg \left[ 1 + \sqrt{\text{Var}(I)/E(I)} \right]$ 。

下面我们用中国科学院电子学研究所某机载 SAR 图像来验证 DSADE 算法的有效性, 并与窗口大小为  $5 \times 5$  的 Lee 滤波器以及 P-M 算法进行比较, 见图 4。图 5 和图 6 是对图 4(a) 方框所示均匀区域和细节区域的滤波结果。表 1 为从图 5 所示均匀区域求得的参数。DSADE 算法取  $\alpha = 1.5$ ,  $\beta = 4$ ,  $h = 1$ ,  $\Delta t = 0.05$ , 迭代 100 次。

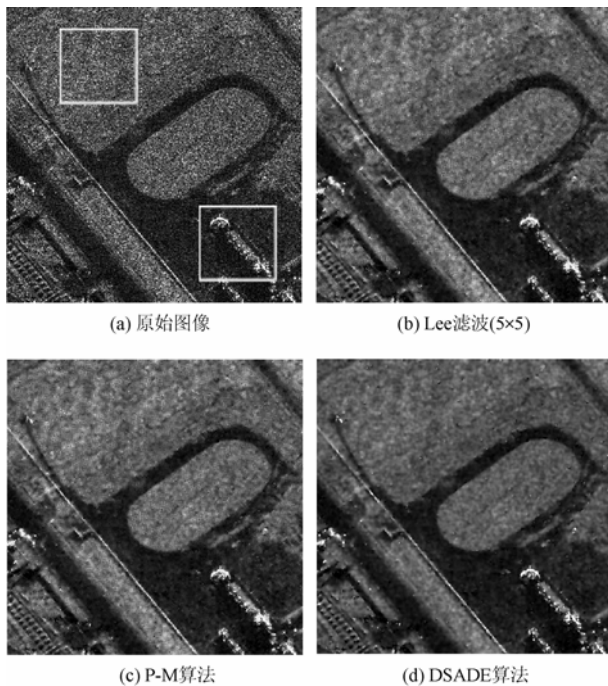


图 4 各降相干斑方法效果比较(400×400 像素), 幅度图像

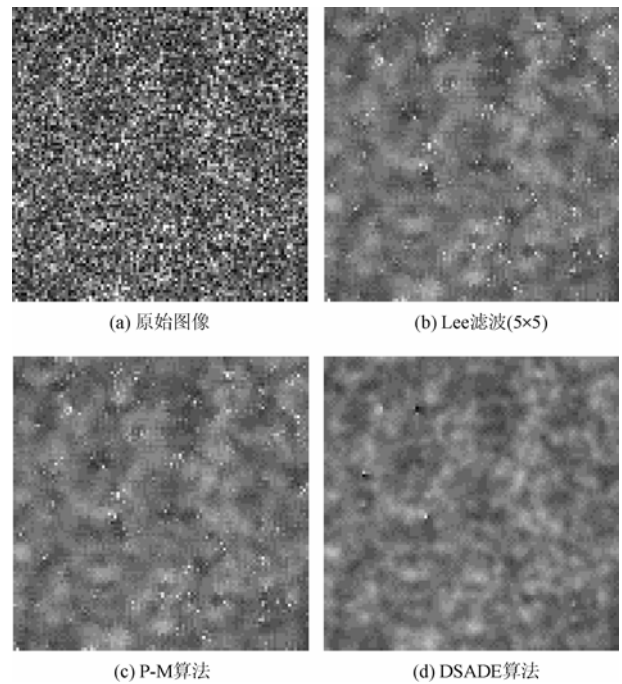


图 5 均匀区域(100×100 像素), 幅度图像

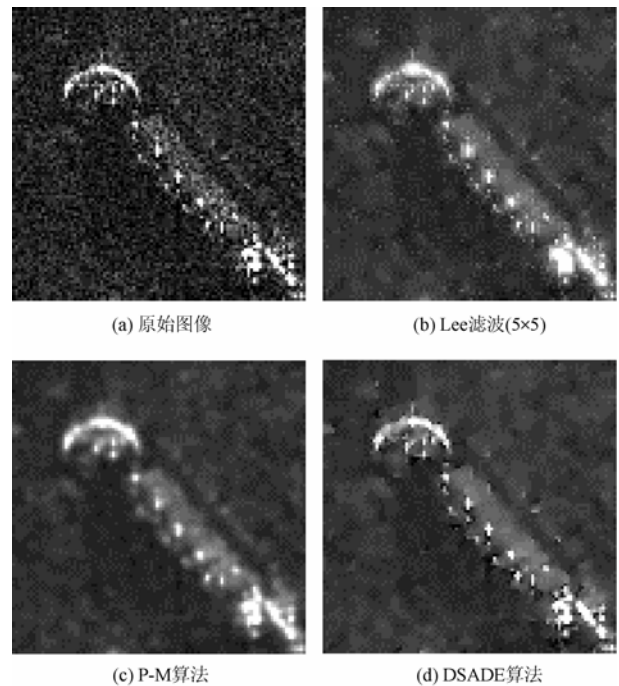


图 6 边缘细节(100×100 像素), 幅度图像

表 1 各滤波器降相干斑效果比较

图像	均值	标准差	等效视数	辐射分辨率
原始图像	2.1126	1.2103	3.0466	1.9671
Lee滤波(5×5)	2.5145	0.4861	26.7548	0.7676
P-M算法	2.1236	0.4031	27.7586	0.7547
DSADE算法	2.7102	0.4881	30.8308	0.7192

从以上图表中可以看出, Lee滤波器虽然标准差较小, 等效视数较大, 但是保留边缘细节方面效果较差, 从视觉效果来说均匀区域的平滑效果也不理想, SAR图像失去真实感; P-M算法对图像平滑得太多, 对细节保留效果较差; 而DSADE算法不仅在对均匀区域的平滑效果较好, 而且在保持和增强边缘细节方面效果也很明显, 得到的抑制了相干斑的SAR图像也有良好的视觉效果。

#### 4 结束语

本文提出了一种新的利用各向异性偏微分方程抑制SAR图像相干斑的DSADE算法。从实验结果可以看出, DSADE算法大大提高了图像的等效视数, 有效地消除了SAR图像中的相干斑噪声, 并且很好地保留和增强了SAR图像的目标特性和细节。无论是从目视解译, 还是从辐射分辨率等参数来看, 本文所提出的DSADE算法都是一种非常有效的SAR图像相干斑噪声抑制方法。

#### 参考文献

- [1] Lee J S. Speckle analysis and smoothing of synthetic aperture radar images. *Computer Graphics and Image Processing*, 1981, 17: 24 – 32.
- [2] Kuan D T, Sawchuck A A, Strand T C, Chavel P. Adaptive noise smoothing filter for images with signal-dependent noise. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1985, 7(2): 165 – 177.
- [3] Frost V S, Stiles J A, Shanmugan K S, Holtzman J C. A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1982, 4(2): 157 – 166.
- [4] Lopes A, Nerzy E, Touzi R, aLaur H. ximum a posteriori filtering and first order texture models in SAR images. IGARSS'90, Washington, D.C.: May 20-24, 1990: 2409 – 2412.
- [5] Donoho D L. De-noising by soft-threshoding. *IEEE Trans. on Information Theory*, 1995, 41(4): 613 – 627.
- [6] Xie Hua, Pierce L E, Ulaby F T. SAR speckle reduction using wavelet denoising and Markov Random field modeling. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 2002, 40(10): 2196 – 2211.
- [7] Perona Pietro, Malik Jitendra. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(7): 629 – 639.
- [8] Yu Yongjian, Acton Scott T. Speckle reduction anisotropic diffusion. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2002, 11(11): 1260 – 1270.
- [9] Oliver Chris, Quegan Shaun. Understanding Synthetic Aperture Radar Images, Norwood, Artech House, 1998, 88.
- [10] Dong Y, Milne A K, Froster B C. Toward edge sharpening: A SAR speckle filtering algorithm. *IEEE Trans on Geoscience and Remote Sensing*, 2001, 39(4): 851 – 863.

黄倩: 女, 1979年生, 博士生, 研究方向为数字图像处理、微波成像雷达。

张冰尘: 男, 1973年生, 副研究员, 研究方向为数字信号处理、微波成像雷达。

王岩飞: 男, 1963年生, 研究员, 博士生导师, 研究方向为微波成像雷达、数字信号处理。