第4卷 第5期 电子学通讯 Vol. 4, No. 5
1982年9月 JOURNAL OF ELECTRONICS Sept., 1982

集成运放高Q模拟大电感*

张凤祥 邵倩芬
(中国科学院武汉物理研究所)

提要

本文提出一种用集成运算放大器作成的高Q模拟大电感($L = 1\text{H}, Q = 252$). 较文献[1]提出的用集成运算放大器制成的模拟电感($Q = 15.8$)的Q值提高近16倍. 此外，文中还以$L = 100\text{H}$, $Q = 100$的模拟电感为例,叙述了这类高Q模拟电感的设计方法.

一、引言

文献[1,2]采用图1的电路制作了一个有损耗的模拟电感,其电感的$Q_{\max} = 15.8$. 我们对图1的电路作了改进，即在图1电路的a、b两点间接入一个补偿电阻r，具体电路见图2. 图2电路的理论分析表明，$Q_{\max}$可以趋近无穷大. 实验值$Q_{\max} = 252$.

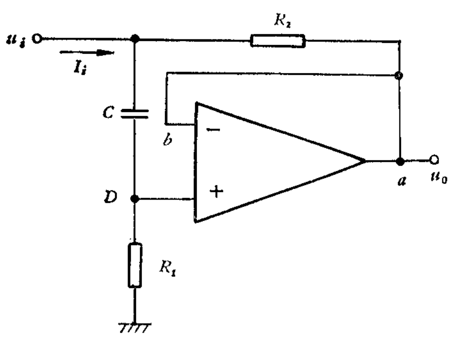

图1 有损耗的模拟电感
Fig. 1 Lossy inductor simulation

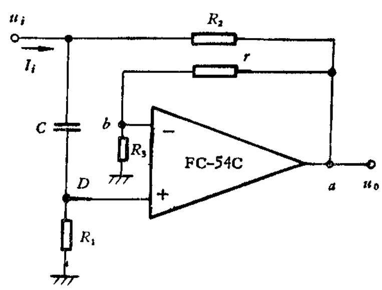

图2 有补偿的高Q模拟电感
Fig. 2 Compensated high Q inductor simulation

二、工作原理

(一)原理 在图2所示的模拟高Q电感的电路中，R_i和R_0分别为图2运算放大器构成的跟随器的输入、输出阻抗. R_i基本上等于运算放大器的共模输入阻抗，比值一般可达十几$\text{M}\Omega$至几十$\text{M}\Omega$[3]. $R_0 = Z_0/A$，其中，A是运算放大器的开环增益，Z_0是运算放大器自身的输出阻抗. R_0通常很小,趋近于零[3].

由图2可列出下列方程式:

* 1981年8月5日收到。

$$I_i = \frac{u_i}{R_1 + \frac{1}{j\omega c}} + \frac{u_i - u_0}{R_2}, \tag{1}$$

$$u_0 = Ku_1 = Ku_i \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{j\omega c}}, \tag{2}$$

式中，K 为集成运算放大器构成的跟随器的闭环增益，可以证明：

$$K \approx 1 - A^{-1} - B^{-1} + \frac{r}{R_3} \tag{3}$$

(1)、(2)式中，u_1、u_0 分别为集成运算放大器的输入和输出电压；u_i、I_i 分别为模拟电感输入端的电压和电流，我们的实验中 $u_i \leqslant 1.6\text{V}$；(3) 式中的 B 为集成运算放大器的共模抑制比.

由(1)、(2)式可以解出：

$$\begin{aligned} Z_i(j\omega) = \frac{u_i}{I_i} &= \frac{R_2R_3\{R_3 + \omega^2c^2R_1[R_2R_3 + R_1R_3(A^{-1} + B^{-1}) - R_1r]\}}{R_3^2 + \omega^2c^2[R_2R_3 + R_1R_3(A^{-1} + B^{-1}) - R_1r]^2} \\ &\quad + j\omega \frac{cR_3R_2\{[R_3 - (A^{-1} + B^{-1})R_3 + r]R_1 - R_2R_3\}}{R_3^2 + \omega^2c^2[R_2R_3 + R_1(A^{-1} + B^{-1})R_3 - R_1r]^2} \\ &= R + j\omega L \end{aligned} \tag{4}$$

式中，

$$R = \frac{R_2R_3\{R_3 + \omega^2c^2R_1[R_2R_3 + R_1R_3(A^{-1} + B^{-1}) - R_1r]\}}{R_3^2 + \omega^2c^2[R_2R_3 + R_1R_3(A^{-1} + B^{-1}) - R_1r]^2}, \tag{5}$$

$$L = \frac{cR_3R_2\{[R_3 - (A^{-1} + B^{-1})R_3 + r]R_1 - R_2R_3\}}{R_3^2 + \omega^2c^2[R_2R_3 + R_1R_3(A^{-1} + B^{-1}) - R_1r]^2}. \tag{6}$$

由(4)式不难看出，从图 2 中 b、D 两点向右看去的电路可以等效成一个有损耗的模拟电感．此电感的品质因数：

$$Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{\omega c[\![R_1\{R_3 + [r - (A^{-1} + B^{-1})R_3]\} - R_2R_3]\!]}{R_3 + \omega^2c^2R_1\{R_2R_3 - R_1[r - (A^{-1} + B^{-1})R_3]\}}. \tag{7}$$

(二) Q 与 r 的关系　由(7)式可以看出，Q 是 r 的增函数．现假定图 2 电路的参数如下：$A = 100\text{dB}$、$B = 90\text{dB}$、$f_0 = 500\text{Hz}$、$R_1 = R_3 = 100\text{K}\Omega$、$R_2 = 100\Omega$、$c = 0.1\mu\text{F}$，将 $r = 0$、10、20、30、51、75、91、100、120、150Ω……代入(7)式计算，可得表1．由表 1 可以看出 $r = 0$ (即图 1 的情形[1,2]) 时，$Q = 15.8$ 较低；$r > 0$ 时，Q 随 r 值的上升而显著

表　1

$r(\Omega)$	0	10	20	30	51	75	91	100	120	150	160	165
Q 计算	15.8	16.02	17.06	18.04	20.5	24.3	27.8	30.2	37.4	58.1	71.4	80.5
Q 实测	15	16	17.3	18.1	20	24	28	30.5	37.5	58	70	80
$r(\Omega)$	170	172.5	175	180	182	183.5	188	191.5	200	204		
Q 计算	92.3	100	108.3	130.8	142.7	153	200	253	785	∞		
Q 实测	92	99	106	129	140	152	198	252	800 不稳定	振荡		

上升．显然Q值的提高是r的补偿作用所致．从理论上讲，当 $r \to R_3[A^{-1}+B^{-1}+\omega^{-2}c^{-2}R_1^{-2}+R_2R_1^{-1}]$ 时，$Q\to\infty$，这就是图 2 电路可以获得高Q，优于图 1 电路的原因．

（三）Q与ω的关系 同样由(7)式可以导出，当

$$\omega=\omega_0=c^{-1}R_3^{\frac{1}{2}}R_1^{-\frac{1}{2}}\{R_2R_3-R_1[r-(A^{-1}+B^{-1})R_3]\}^{-\frac{1}{2}} \tag{8}$$

时，Q有最大值．

$$\begin{aligned}Q_{\max}&=\frac{1}{2}\left[\frac{R_1R_3}{\{R_2R_3-R_1[r-(A^{-1}+B^{-1})R_3]\}}\right]^{\frac{1}{2}}\\&\quad-\frac{1}{2}\left[\frac{\{R_2R_3-R_1[r-(A^{-1}+B^{-1})R_3]\}}{R_1R_3}\right]^{\frac{1}{2}}\\&\cong\frac{1}{2}\left[\frac{R_1R_3}{\{R_2R_3-R_1[r-(A^{-1}+B^{-1})R_3]\}}\right]^{\frac{1}{2}}.\end{aligned} \tag{9}$$

由(8)式可知，要使ω_0为实数，必须使

$R_2R_3-R_1[r-(A^{-1}+B^{-1})R_3]>0$，即 $R_2R_3>R_1[r-(A^{-1}+B^{-1})R_3]$，

故r的取值应满足下式

$$0<r<\frac{R_2R_3}{R_1}+(A^{-1}+B^{-1})R_3. \tag{10}$$

因R_3与R_1的值处于同一量级，所以

$$r\ll R_3. \tag{11}$$

将$\omega=\omega_0$代入(6)式可得对应的

$$\begin{aligned}L_0&=\frac{cR_2R_3\{R_1R_3-R_2R_3+R_1[r-(A^{-1}+B^{-1})R_3]\}}{R_3^2+R_3R_1^{-1}\{R_2R_3+R_1[r-(A^{-1}+B^{-1})R_3]\}}\\&=\frac{cR_1R_2R_3^2\{1-R_1^{-1}R_2+[rR_3^{-1}-(A^{-1}+B^{-1})]\}}{R_3^2(1+R_2R_1^{-1}+rR_3^{-1}-A^{-1}-B^{-1})}\approx cR_1R_2\end{aligned} \tag{12}$$

另由(9)式发现，要使$Q_{\max}$大，必须使$R_1\gg R_2$，即

$$\frac{R_1}{R_2}=m\gg 1. \tag{13}$$

三、电路的设计和实验

（一）电路设计 由(9)、(8)式可分别得出

$$r=R_3[m^{-1}+A^{-1}+B^{-1}-(2Q_{\max})^{-2}], \tag{14}$$

$$c=\omega_0^{-1}R_3^{\frac{1}{2}}R_1^{-\frac{1}{2}}\{R_2R_3-R_1[r-(A^{-1}+B^{-1})R_3]\}^{-\frac{1}{2}}. \tag{15}$$

将(14)式代入(15)式可得

$$c=\frac{2Q_{\max}}{\omega_0R_1}. \tag{16}$$

由(12)、(16)式可得

$$R_2=\frac{L\omega_0}{2Q_{\max}} \tag{17}$$

通常根据工程上要求的L、ω_0和$Q_{\max}$的值来确定图 2 所示的模拟电感的元件值．(1)先根据(17)式确定R_2．(2)然后根据$R_i\gg R_1$的条件选定一个适当的R_1，故可确定

$m = \frac{R_1}{R_2}$. (3)根据 R_1 和 R_3 处于同一量级的条件选取一个 R_3. (4)再由(14)、(16)式分别确定 r 和 c.

例如：设计要求 $L = 100\text{H}$、$Q_{\max} \geqslant 100$、$\omega_0 = 2\pi \times 30\text{rad/s}$；运算放大器选用 FC-54C 型，$A = 100\text{dB}$、$B = 90\text{dB}$；试确定图 2 电路的元件值. (1)由(17)式可知，

$$R_2 = \frac{L\omega_0}{2Q_{\max}} = 95\Omega,$$

取 $R_2 = 100\Omega$. (2) 取 $R_1 = 500\text{K}\Omega$，故

$$m = \frac{R_1}{R_2} = 5000.$$

(3)取 $R_3 = 200\text{K}\Omega$. (4)将上述数据代入(14)、(16)式，则分别得到 $r = 43\Omega, c = 2.1\mu\text{F}$. 由(12)式可知 $L_0 \cong cR_1R_2 = 100\text{H}$.

(二) 实验　我们采用图 3 所示的电路分别对上述 $L = 100\text{H}$ 和 $L = 1\text{H}$ 的两种模拟电感的 L 和 Q 值进行了实测. 实测时先使 $c_{串}$($L = 100\text{H}$ 时，$c_{串} = 0.276\mu\text{F}$；$L = 1\text{H}$时，$c_{串} = 0.1\mu\text{F}$)和模拟电感在 f_0 谐振. 然后按下述两种方法均可测得 Q 和 L. (1) 将测得的 u_S、u_L(图 3)和工作频率 f_0 分别代入

$$Q = \frac{u_L}{u_S} = \frac{f_0}{2\Delta f}, \tag{18}$$

$$L = (4\pi^2 f_0^2 c_{串})^{-1}, \tag{19}$$

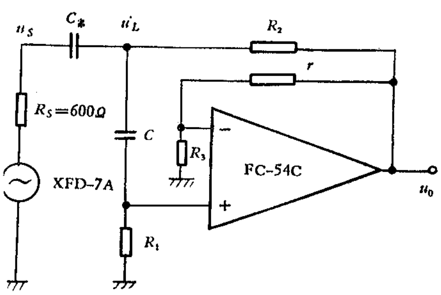

图 3　Q 和 L 的测量电路

Fig. 3 Circuit for measuring Q and L

即可得到 Q 和 L 的实测值. (2) 在 u_L 点(或者 u_0 点)测出 u_L (或 u_0) 的频率特性曲线的通频带 $2\Delta f$，再将 $2\Delta f$ 和 f_0 代入(18)式，即得 Q 的实测值. $L = 1\text{H}$ 的电感的实测值是 0.98H，Q (随 r 变化) 的实测值见表 1. $L = 100\text{H}$ 的电感的实测值是 102H，$Q = 100$.

四、灵敏度的计算

由(7)式可知，Q 是 R_1、R_2、R_3、r、c、ω 等参数的函数. R_1, R_2, R_3, r, c, ω 等参数的起伏必然引起 Q 的起伏. 为了定量地分析 Q 值的稳定性，这里引入 Q 对 x(R_1、R_2、R_3、r、c、ω 等参数)的灵敏度 S_X^Q

$$S_X^Q \triangleq \frac{\partial(\ln Q)}{\partial(\ln X)} = \frac{X}{Q}\frac{\partial Q}{\partial X} \tag{20}$$

由(7)式可得：

$$S_{R_1}^Q \cong 1 - Q\omega cR_1\left[m^{-1} - 2\frac{r}{R_3} + 2(A^{-1} + B^{-1})\right], \tag{21}$$

$$S_{R_2}^Q \cong \frac{R_2}{R_1} - \omega cQR_2, \tag{22}$$

$$S_{R_3}^Q \cong 1 - [Q\omega^{-1}c^{-1}R_1^{-1} + Q\omega cR_2 + Q\omega cR_1(A^{-1} + B^{-1})], \tag{23}$$

$$S_r^Q \cong \frac{r}{R_3}(1 + R_1\omega c Q), \tag{24}$$

$$S_c^Q \cong 1 - 2\omega c R_1 Q[m^{-1} - rR_3^{-1} + A^{-1} + B^{-1}], \tag{25}$$

$$S_\omega^Q \cong 1 - 2\omega c R_1 Q[m^{-1} - rR_3^{-1} + A^{-1} + B^{-1}]. \tag{26}$$

所以总的灵敏度

$$\begin{aligned}\sum S_X^Q &= S_{R_1}^Q + S_{R_2}^Q + S_{R_3}^Q + S_r^Q + S_c^Q + S_\omega^Q \\ &\cong 4 - 7\omega c Q R_2 + 7\omega c Q R_1 r R_3^{-1} - 7\omega c Q R_1(A^{-1} + B^{-1}) - Q\omega^{-1}c^{-1}R_1^{-1}\end{aligned} \tag{27}$$

我们对实验中的 $L = 100\text{H}$、$Q = 100$($f_0 = 30\text{Hz}$、$R_1 = 500\text{K}\Omega$、$R_3 = 200\text{K}\Omega$、$r = 43\Omega$、$R_2 = 100\Omega$、$c = 2.1\mu\text{F}$) 和 $L = 1\text{H}$, $Q = 100$、152、252 ($f_0 = 500\text{Hz}$、$R_1 = R_3 = 100\text{K}\Omega$、$R_2 = 100\Omega$、$r = 183.4\Omega$、$c = 0.1\mu\text{F}$) 的两种模拟电感 Q 值的灵敏度作了计算，结果如表 2 所示.

表 2

Q \ S_X^Q	$S_{R_1}^Q$	$S_{R_2}^Q$	$S_{R_3}^Q$	S_r^Q	S_c^Q	S_ω^Q	$\sum S_X^Q$
100($L = 100$H)	3.9687	−3.95	−4.246	4.25	0.01	0.01	0.05
100($L = 1$H)	10.96	−3.14	−5.45	5.4	10.29	10.29	28.3
152(L = 1H)	17.17	−4.77	−8.80	8.75	16.21	16.21	44.77
252(L = 1H)	29.1	−7.91	−15.34	15.16	27.42	27.42	75.85

由 Q 与 ω 的关系 (第二・3 节) 可知，当 $\omega = \omega_0$ 时，

$$Q = Q_{\max} \approx \frac{1}{2}\left\{\frac{R_1R_3}{R_2R_3 - R_1[r - (A^{-1} + B^{-1})R_3]}\right\}^{\frac{1}{2}},$$

此时的 $S_{\omega_0}^Q = S_c^Q = \dfrac{\omega_0}{Q}\dfrac{\partial Q_{\max}}{\partial \omega_0} = 0$. 所以从要 Q 值稳定这个角度来说，应使电感的工作角频率 ω 尽量趋近 ω_0. 表 2 的第一组数据，因满足 $\omega \to \omega_0$ 的条件，所以 $S_c^Q = S_\omega^Q = 0.01 \to 0$. 而另外三组数据因不满足 $\omega \to \omega_0$ 的条件，所以 S_c^Q、S_ω^Q 较大，即稳定性较差.

五、结束语

本文提出的集成运放做成的模拟电感，具有 Q 值高、电感量大、电路简单、调整方便、体积小、重量轻、性能稳定等优点. 用这种模拟电感可以构成多种形式的有源滤波网络 (高通，带通，带阻……). 若用这种滤波网络代替某些仪器仪表中的无源电感构成的滤波网络，则可使仪器的滤波特性、体积、重量、……等性能大幅度的提高. 我们利用这种电感的高 Q 特点，制作了图 3 类型的用于频率稳定度测量装置中的低频窄带选频放大器 ($f_0 = 30\text{Hz}$, $2\Delta f = 0.3\text{Hz}$). 如果将这种选频放大器用于低频频谱分析仪、频率稳定度测试仪和晶体管低频噪声系数测试仪等仪器中，可使这些仪器的分辨率大大提高[4].

参 考 文 献

[1] D. F. Berndt and S. C. Dutta Roy, IEEE J. on SC, **SC-4**(1969), 61.
[2] S. C. Dutta Roy and V. Nagarajan, IEEE J. on SC, **SC-5**(1970), 95.
[3] 秦世才、王朝英，集成运算放大器应用原理，天津人民出版社，1979 年，第 189 页.
[4] BP-6 型声频频谱记录仪说明书，天津电子仪器厂.

A HIGH Q LARGE INDUCTOR SIMULATION USING AN INTEGRATED OPERATIONAL AMPLIFIER

Zhang Feng-xiang, Shao Qian-fen
(Wuhan Institute of Physics, Academia Sinica)

In this article, a high Q large inductor simulation ($L=1\mathrm{H}$, $Q=252$) using an integrated operational amplifier is described. Its Q value is 16 times as great as the inductor simulation ($Q=15.8$) using an integrated operational amplifier described in references[1, 2]. As an example, a design method of $L=100\,\mathrm{H}$, $Q=100$ inductor simulation using an integrated operational amplifier is also given.