

基于多项式分解的自适应 FIR 滤波器脉动结构¹

尚 勇 吴顺君

(西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室 西安 710071)

摘 要 该文由多项式信号的并行表达得到一种 FIR 滤波器并行结构。通过对 FIR 滤波器并行结构的分析,提出了几种自适应 FIR 滤波器的并行处理算法。同时给出了相应的脉动实现结构。

关键词 并行结构, FIR 滤波器, 自适应, 脉动阵

中图分类号 TN911.7, TN713

1 引 言

并行处理做为一种能够提高信号处理速度的有效方法,受到广泛的重视。脉动阵作为一种最主要的并行处理结构,它利用高度的流水和并行大大提高了系统速度,同时也增加了系统的数据通过率。近年来,人们对脉动阵结构的研究取得了很大的成就,但当阵列规模增大、系统速度提高时,在脉动阵实现中会出现一些难于克服的困难,如时钟同步、系统功耗等问题。为了克服这些问题,减小系统规模,降低系统脉动频率是一个有效的手段。

FIR 滤波器是信号处理领域中的一种最主要的处理单元。关于 FIR 滤波的研究受到人们广泛的关注。如何进一步提高 FIR 滤波器的速度和效率是当前研究的一个重点和难点。文中将并行处理思想和脉动实现结构引入对 FIR 滤波器实现的研究中,提出了几种并行 FIR 滤波的思想,并给出了相应的脉动实现结构。这些脉动结构与一般的 FIR 滤波器脉动结构相比^[1-5],具有滤波器长度短,系统脉动频率低,功耗小的特点。

2 基于多项式分解的并行 FIR 滤波器结构

对于一个 FIR 滤波器,其输入输出关系为

$$Y(z) = H(z) \times X(z), \quad (1)$$

这里 $Y(z)$ 、 $H(z)$ 、 $X(z)$ 均为负指数多项式。以 z^L 为自变量重写 (1) 式如下:

$$\sum_{i=0}^{L-1} Y_i(z^L)z^{-i} = \sum_{m=0}^{L-1} H_m(z^L)z^{-m} \sum_{l=0}^{L-1} X_l(z^L)z^{-l}. \quad (2)$$

z^L 为自变量,可重新记为 z , 此时有

$$Y_i(z) = \sum_{n=0}^{\infty} y_{nL+i}z^{-n}, \quad i = 0, 1, \dots, L-1; \quad (3)$$

$$H_m(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h_{nL+m}z^{-n}, \quad m = 0, 1, \dots, L-1; \quad (4)$$

$$X_l(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x_{nL+l}z^{-n}, \quad l = 0, 1, \dots, L-1; \quad (5)$$

¹ 1998-12-09 收到, 1999-06-04 定稿
九五国家部级基金资助项目

式中 L 为常数, 它规定了信号 $Y(x)$ 的并行程度。利用 (2)-(5) 式即可得到 FIR 滤波器的并行实现结构。对一个 N 阶 FIR 滤波器而言, 可用 L^2 个长度均为 N/L 的 FIR 滤波器实现。

下面以两输入两输出的情况 ($L = 2$) 为例讨论 FIR 滤波器的并行实现。由 (2) 式可知

$$\begin{aligned} Y &= Y_0 + z^{-1}Y_1 = (X_0 + z^{-1}X_1)(H_0 + z^{-1}H_1) \\ &= (X_0H_0 + z^{-2}X_1H_1) + z^{-1}(X_0H_1 + X_1H_0). \end{aligned} \quad (6)$$

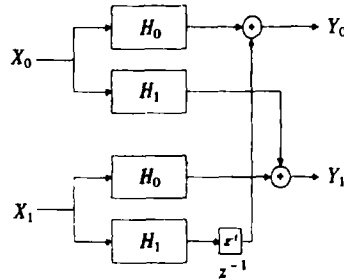


图 1 两输入两输出并行 FIR 滤波器结构

图 1 画出了 (6) 式所表示的两输入两输出并行 FIR 滤波器的实现结构框图。图中 Y_0, Y_1, X_0, X_1 的定义分别见 (3) 式和 (5) 式, 输入序列分为奇偶序列分别从两路输入, 输出也分为奇偶两路。利用多项式合并的有关知识, 可以进一步简化并行 FIR 滤波器的实现结构, 使得结构中乘法运算的次数进一步减少^[6]。

3 自适应 FIR 滤波器并行实现

3.1 自适应算法的并行实现

自适应滤波技术由于具有自适应调节滤波器权值的优点, 能够适应相对复杂的信号环境, 从而被广泛地应用于各种信号处理领域。

下面将自适应算法引入上述结构, 得到自适应 FIR 滤波器的并行实现。首先以两输入两输出的情况为例简单介绍几种自适应处理算法^[7]。

算法 1 任选其中一路做自适应, 而另一路子系统权系数随之做相应变化。这种算法思路较简单, 无需附加电路, 实现容易。

选 $y(2k+1)$ 支路做自适应, 选用 LMS 算法, h_0 表示 H_0 的系数; h_1 表示 H_1 的系数。按分块矩阵方式表示 LMS 算法有

$$\mathbf{h}_{j+1} = [\mathbf{h}_{0j+1}; \mathbf{h}_{1j+1}] = [\mathbf{h}_{0j}; \mathbf{h}_{1j}] + 2\mu e_j [\mathbf{X}_{1j}; \mathbf{X}_{0j}] = \mathbf{h}_j + 2\mu e_j \mathbf{X}_j, \quad (7)$$

$$e_j = d_j - \mathbf{h}_{0j}^T \mathbf{X}_{1j} - \mathbf{h}_{1j}^T \mathbf{X}_{0j}, \quad (8)$$

其中 $(\bullet)^T$ 表示矢量 \bullet 的转置, h_{0j} 、 h_{1j} 分别为第 j 步迭代对应的 h_0 、 h_1 值, 而 \mathbf{X}_{0j} 、 \mathbf{X}_{1j} 分别为第 j 步迭代的 \mathbf{X}_0 (对应 $x(2k)$ 输入)、 \mathbf{X}_1 (对应 $x(2k+1)$ 输入) 值, μ 、 e_j 、 d_j 分别为控制收敛因子、第 j 步迭代的误差和希望信号。对 (7),(8) 式进行迭代, 把得到的 h_{j+1} 复制到 $y(2k)$ 支路。

当选 $y(2k)$ 支路做自适应时, LMS 算法如下:

$$\mathbf{h}_{j+1} = [\mathbf{h}_{0j+1}; \tilde{\mathbf{h}}_{1j+1}] = [\mathbf{h}_{0j}; \tilde{\mathbf{h}}_{1j}] + 2\mu e_j [\mathbf{X}_{1j}; \mathbf{X}_{0j}] = \mathbf{h}_j + 2\mu e_j \mathbf{X}_j, \quad (9)$$

$$e_j = d_j - \mathbf{h}_{0j}^T \mathbf{X}_{0j} - \tilde{\mathbf{h}}_{1j}^T \mathbf{X}_{1j}, \quad (10)$$

其中 $\tilde{\mathbf{h}}_1$ 包括了图中 \mathbf{h}_1 以及 z^{-1} 模块. 对 (9), (10) 式进行迭代, 把得到的 \mathbf{h}_{j+1} 复制到 $y(2k+1)$ 支路.

算法 2 用两路输出交替做自适应处理的算法

以图 1 为例, 具体算法如下:

第 1 步

$$\mathbf{h}_{j+1} = [\mathbf{h}_{0j+1}; \mathbf{h}_{1j+1}] = [\mathbf{h}_{0j}; \mathbf{h}_{1j}] + 2\mu e_{j1} [\mathbf{X}_{1j}; \mathbf{X}_{0j}] = \mathbf{h}_j + 2\mu e_{j1} \mathbf{X}_j, \quad (11)$$

$$e_{j1} = d_{j1} - \mathbf{h}_{0j}^T \mathbf{X}_{1j} - \mathbf{h}_{1j}^T \mathbf{X}_{0j}, \quad (12)$$

其中 e_{j1} 、 d_{j1} 分别为第 j 步迭代的误差和希望信号. d_{j1} 对应 $y(2k+1)$, 将 \mathbf{h}_{j+1} 复制到 $y(2k)$ 支路;

第 2 步

$$\mathbf{h}_{j+2} = [\mathbf{h}_{0j+2}; \tilde{\mathbf{h}}_{1j+2}] = [\mathbf{h}_{0j+1}; \tilde{\mathbf{h}}_{1j+1}] + 2\mu e_{j2} [\mathbf{X}_{0j+1}; \mathbf{X}_{1j+1}] = \mathbf{h}_{j+1} + 2\mu e_{j2} \mathbf{X}_{j+1}, \quad (13)$$

$$e_{j2} = d_{j2} - \mathbf{h}_{0j+1}^T \mathbf{X}_{0j+1} - \tilde{\mathbf{h}}_{1j+1}^T \mathbf{X}_{1j+1}, \quad (14)$$

其中 e_{j2} 、 d_{j2} 分别为第 $j+1$ 步迭代的误差和希望信号. d_{j2} 对应 $y(2k)$, 将 \mathbf{h}_{j+2} 复制到 $y(2k+1)$ 支路; 对 (11)-(14) 式进行交替迭代.

算法 3 上述两种算法虽然都能实现并行系统的自适应处理, 但都没能充分利用系统的并行性; 利用并行性, 我们提出了如下算法, 比较两支路自适应结果, 选择具有较好结果的一路对应的权值做为当次迭代的权值输出. 具体算法如下:

第 1 步 同时计算

$$\mathbf{h}_{j+1} = [\mathbf{h}_{0j+1}; \mathbf{h}_{1j+1}] = [\mathbf{h}_{0j}; \mathbf{h}_{1j}] + 2\mu e_{j1} [\mathbf{X}_{1j}; \mathbf{X}_{0j}] = \mathbf{h}_j + 2\mu e_{j1} \mathbf{X}_j. \quad (15)$$

$$e_{j1} = d_{j1} - \mathbf{h}_{0j}^T \mathbf{X}_{1j} - \mathbf{h}_{1j}^T \mathbf{X}_{0j} \quad (16)$$

和

$$\mathbf{h}_{j+1} = [\mathbf{h}_{0j+1}; \tilde{\mathbf{h}}_{1j+1}] = [\mathbf{h}_{0j}; \tilde{\mathbf{h}}_{1j}] + 2\mu e_{j2} [\mathbf{X}_{0j}; \mathbf{X}_{1j}] = \mathbf{h}_j + 2\mu e_{j2} \mathbf{X}_j, \quad (17)$$

$$e_{j2} = d_{j2} - \mathbf{h}_{0j}^T \mathbf{X}_{0j} - \tilde{\mathbf{h}}_{1j}^T \mathbf{X}_{1j}. \quad (18)$$

其中 e_{j1} 、 d_{j1} 分别为第 j 步迭代对应 $y(2k+1)$ 支路的误差和希望信号; e_{j2} 、 d_{j2} 分别为第 j 步迭代对应 $y(2k)$ 支路的误差和希望信号; 而 \mathbf{h}_j 与 $\tilde{\mathbf{h}}_j$ 分别为第 j 步迭代对应 $y(2k+1)$ 支路和 $y(2k)$ 支路的权系数.

第 2 步 比较 $\text{abs}(e_{j1})$ 与 $\text{abs}(e_{j2})$, 选其中较小的支路对应的输出权系数做为该次迭代的权系数, 返回第 1 步.

3.2 实验仿真结果

下面通过仿真实验对上述各算法的性能做一比较。实验条件如下:

设希望得到的输出 d 为输入信号通过权系数为 $h=[10, 10.5, -15, 41.1, 33.3, 66.6]$ 的 FIR 滤波器的输出信号; 初始权值分别设为 $h'_0=[0,0,0]$; $h'_1=[0,0,0]$; 控制收敛因子 $\mu=0.1$; 收敛条件 R 取误差信号绝对值, 由于噪声的随机性, 为了从统计意义上比较几种算法, 采取 Monte Carlo 实验的方法, 实验次数 $K=1000$; 做如下四个实验, 表 1 列出各实验的条件及结果。

表 1 仿真实验结果

实验条件	平均收敛迭代次数			
	算法 1	算法 2	算法 3	普通自适应 FIR 滤波
SNR=30dB; $R < 0.01$	100	99	58	92
SNR=20dB; $R < 0.01$	150	152	107	140
SNR=10dB; $R < 0.01$	370	461	290	411
SNR=30dB; $R < 0.0001$	186	180	98	168

由上述结果可见: 在信噪比一定的情况下, 算法 1、2 所需迭代次数基本一样, 而算法 3 所需迭代次数明显小于前两种算法。同时, 在我们提出的算法中, 算法 3 的收敛速度比普通自适应 FIR 滤波快的多; 而算法 1、2 的收敛速度与普通 FIR 滤波相当, 但此时并行算法的数据通过率却比串行滤波高。

图 2, 图 3 分别给出了实验 1, 2 的归一化 MSE(NMSE) 曲线。

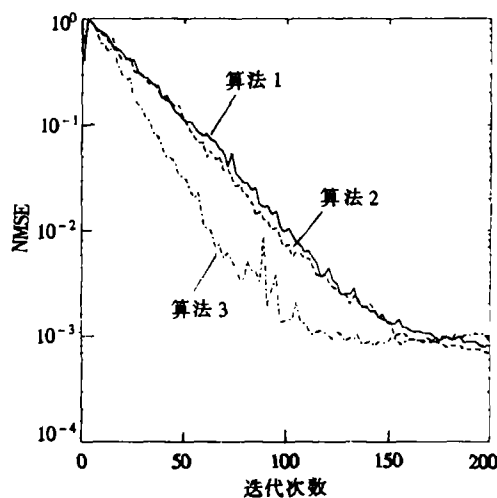


图 2 实验 1 的 NMSE 曲线
SNR=30dB, $K=1000$, $R < 0.01$

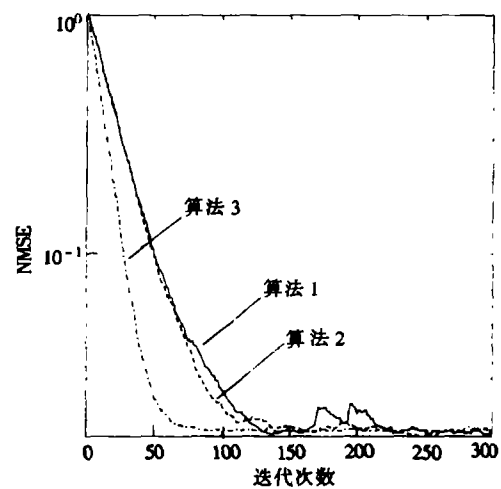


图 3 实验 2 的 NMSE 曲线
SNR=20dB, $K=1000$, $R < 0.01$

4 自适应 FIR 滤波器的脉动实现结构

为了得到自适应 FIR 滤波器的脉动结构, 须对上述 LMS 算法做一定的修改。DLMS 算法便是一种适合于脉动实现的算法^[3,4]。本节基于 DLMS 算法, 给出上面三种自适应算法对应的脉动结构。

一个典型的 DLMS 算法表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{h}_{j+1} &= \mathbf{h}_j + 2\mu e_{j-D} \mathbf{X}_{j-D}, \\ e_j &= d_j - \mathbf{h}_j^T \mathbf{X}_j; \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$y_j = \mathbf{h}_j^T \mathbf{X}_j. \quad (20)$$

这里假定信号的特性是缓慢变化的。根据不同的实现结构， D 可选不同的值。设实现加法运算的时间为单位时间，当利用二叉树结构实现加法时，有 $D \geq \log_2^N$ (即两两并行相加的层数)，对于前面介绍的各种并行自适应算法，只需对误差信号和输入信号按 (19) 式做简单调整即可得到并行 DLMS 算法。

首先给出实现 (19) 式、(20) 式算法的一种脉动结构如图 4 所示。为了得到第 3 节介绍的各种算法的脉动阵结构，先定义一些脉动实现的基本模块。以图 1 的 $y(2k+1)$ 支路为例，定义脉动实现功能模块如图 5 所示。

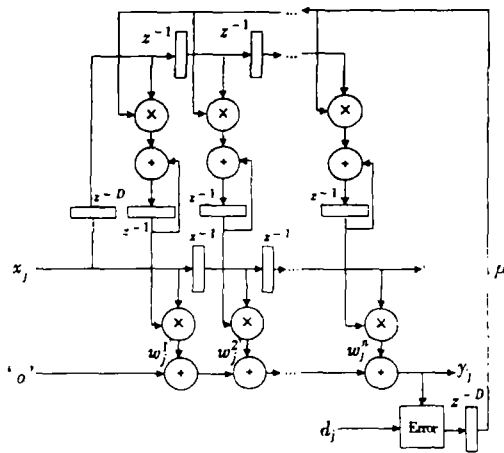


图 4 一种 DLMS 脉动实现结构

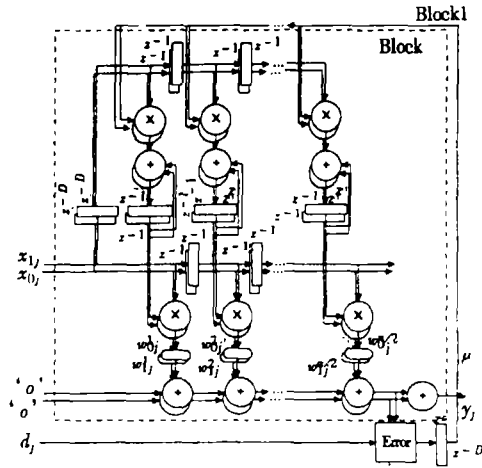


图 5 两输入两输出并行 DLMS 的单支路脉动结构

图 5 中定义了两个功能模块 Block 和 Block1，这里 $D \geq \log_2^{N/2}$ (因为滤波器长度为 $N/2$)。由图可见，滤波器长度仅为图 4 的一半，所以引入的固定时延也比图 4 的小。在有关 DLMS 的参考文献中指出 DLMS 算法的收敛性能随着 D 的增加而变差。故而 D 的减小意味着算法收敛性能的提高。

当 FIR 滤波器数据输入输出速率一定时，在图 5 中，由于输入数据是由两路同时输入的，故而其脉动速度仅为图 4 的一半。这一点与参考文献 [8] 中的多速率滤波原理相似。另外图 5 滤波器长度也仅为图 4 的一半，滤波器长度的减小也意味着系统速度的提高。

下面分别给出上面的三种自适应处理算法的实现框图：

对于算法 1 有如图 6 所示

这里由于 $y(2k)$ 支路不需做自适应处理，所以该支路不必做成图 5 的结构，而可以做成与固定权值相似的结构。

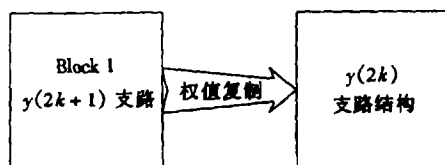


图 6 两输入两输出并行 DLMS 的脉动结构 (算法 1)

对于算法 2 和算法 3 分别示如图 7 和图 8。图 7 中权值复制的方向由控制输入信号的开关 K 决定。图 8 中权值复制的方向由 q 的符号决定, 定义如下:

```

If  $q > 0$ 
    weights of  $y(2k+1)$  branch copy to  $y(2k)$  branch;
else
    weights of  $y(2k)$  branch copy to  $y(2k+1)$  branch;
end

```

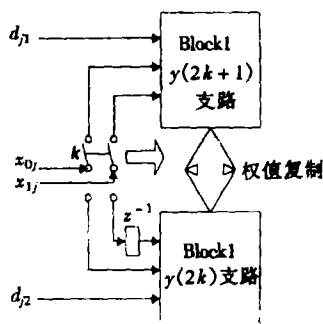


图 7 两输入两输出并行 DLMS 的脉动结构 (算法 2)

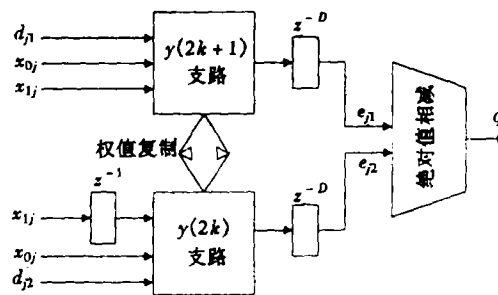


图 8 两输入两输出并行 DLMS 的脉动结构 (算法 3)

为了简单起见, 在上面的各框图中, 均未画出输出信号, 在图 6 中, 也未画出各输入和期望信号。这样做是为了表达清楚, 同时又不影响问题的描述。

在相同的输入输出速率条件下, 用图 6 结构实现滤波, $y(2k+1)$ 支路的脉动频率仅为一般脉动结构的一半。在图 7 中, 由于 $y(2k)$ 支路和 $y(2k+1)$ 支路交替进行自适应, 使得这两支路的脉动频率进一步降低。而在图 8 中, 脉动频率与图 6 结构相同, 但通过前面的仿真结果可以看到, 其收敛速度远大于图 6 和图 7 结构。

另外值得注意的一点是, 上面的几种结构 (图 6- 图 8) 并不局限于 DLMS 算法。对于 PIPLMS1、PIPLMSK、PIPLMS^[5] 等许多实现 FIR 滤波的脉动阵结构来讲, 都可方便地用于本文提出的并行 FIR 滤波器脉动阵实现结构。只是此时 Block 和 Block1 的定义应随着所采用的脉动阵结构做适当的调整。因此, 本文提出的几种并行脉动阵实现结构具有一定的通用性。

5 结 论

本文通过对基于多项式分解的并行 FIR 滤波器结构的分析, 给出了三种并行滤波的算法, 仿真实验表明三种算法都能实现自适应滤波, 而算法 3 有比另两种算法更好的收敛特性。在文中分别给出了三种算法的实现结构框图。并行 FIR 滤波器的脉动阵结构与一般 FIR 滤波器的脉动阵结构相比, 不仅滤波器长度减小了, 而且在相同信号输入输出速率的情况

下,图 6、图 8 脉动阵的脉动频率比图 4 的降低一半。而图 7 脉动阵的脉动频率降低更多。脉动频率的降低意味着对系统时钟同步要求的降低,同时也减小了整个系统的功耗。这使得 FIR 滤波器的脉动实现更加容易、更加有效。

参 考 文 献

- [1] Chester D B, Young W R, Petrowski M. A fully systolic adaptive filter implementation. ICASSP'91, Toronto, Canada: 1991, 2109-2112.
- [2] Douglas S C, Zhu Q H, Smith K F. A pipelined LMS adaptive FIR filter architecture without adaptation delay. IEEE Trans. on SP, 1998, SP-46(3): 775-779.
- [3] Long G Z, Ling F Y, Proakis J G. The LMS algorithm with delayed coefficient adaptive. IEEE Trans on ASSP, 1989, ASSP-37(9): 1397-1405.
- [4] Thomas J. Pipelined systolic architectures for DLMS adaptive filtering. Journal of VLSI Signal Processing 1996, 12(3): 223-246.
- [5] Shanbhag N R, Parhi K K. Relaxed look-ahead pipelined LMS adaptive filters and their application to ADPCM coder. IEEE Tran. on CAS, 1993, CAS-40(12): 753-766.
- [6] Parker D A, Parhi K K. Low-area/power parallel FIR digital filter implementations. Journal of VLSI Signal Processing 1997, 17(1): 75-92.
- [7] Shang Y, Wu S J. Design of parallel adaptive FIR filters. IEEE APCCAS'98, Chiangmai, Thailand: 1998, 81-84.
- [8] Vaidyanathan P P. Multirate digital filters, filter banks, polyphase networks, and applications: A tutorial. Proc. IEEE 1990, 78(1): 56-93.

SYSTOLIC STRUCTURE OF THE ADAPTIVE FIR FILTER BASED ON POLYNOMIAL DECOMPOSITION

Shang Yong Wu Shunjun

(Key Lab. for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071)

Abstract A kind of parallel structure of the FIR filter is gotten by expressing the polynomial signal as the parallel form in this paper. By analyzing the parallel structure of FIR filter, several kinds of parallel processing algorithms of the adaptive FIR filter are presented. At the same time, the corresponding systolic implementation structures of these algorithms are given.

Key words Parallel structure, FIR filter, Adaptive, Systolic array

尚 勇: 男, 1970 年生, 博士生, 研究兴趣及研究方向: 自适应信号处理, 阵列信号处理, 并行信号处理.

吴顺君: 男, 1942 年生, 教授, 博士生导师, 中国电子学会会士, 西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室主任, 长期从事信号和信息处理方面的教学和科研工作.

本刊编辑部启事

(1) 《电子科学学刊》将于 2001 年更名为《电子与信息学报》, 特请广大读者与订户注意! 并从 2001 年起改为月刊发行, 每期 104 页, 以缩短发表周期。

(2) 《电子科学学刊(英文版)》(Journal of Electronics(China)) 增设“Letters”专栏, 以及时向世界报道我国电子科学领域的最新阶段研究成果。为了缩短文章的发表周期, 请作者投稿时, 提供一名院士或两名博士生导师的书面推荐意见, 代替专家审稿, 发表时在文末刊出推荐人姓名。“Letters”专栏的文章全文限 3000 字, 插图不超过两幅。投稿时请附上文章的文本文件和 TIF 格式插图文件软盘。待作者完成系统性工作后, 仍可以论文形式投稿。

欢迎踊跃投稿!