

# 电子束聚焦偏转系统中透镜 加工误差效应的数值计算\*

刘浩宁 朱协卿

(中国科学院电子学研究所,北京)

**摘要** 本文讨论了由于电磁透镜中电极和极靴加工的误差(孔径椭圆度和端面倾斜)造成电子束系统电子光学性质影响的数值计算问题,包括用有限元法计算具有孔径椭圆度和端面倾斜的透镜中电磁场的分布,电子轨迹方程和像差积分式等。最后给出了用所编制的计算机程序计算的若干个加工误差效应的实例。

**关键词** 电子光学;加工误差效应;扰动场函数;傅里叶展开;像位移;附加像差系数

## 一、引言

本文讨论了透镜的加工误差(电极或极靴的孔径椭圆度和端面倾斜)对系统电子光学性质的影响。首先讨论了具有孔径椭圆度和端面倾斜透镜的场分布的计算。在处理方法上,将电极或极靴几何尺寸的微扰等效为该电极或极靴表面上电位或磁位的微扰;再用有限元法解以微扰电磁位为边界条件的拉普拉斯方程得出透镜存在加工误差时系统中的电磁场分布;进而导出一级轨迹方程、几何像差方程和一级色差方程。电极或极靴的孔径椭圆度不会造成高斯像面上的像位移,也不会对系统的一级色差产生影响,但它将产生2个附加的二级几何像差系数和10个附加的四级几何像差系数。而电极或极靴端面倾斜将造成高斯像面上的像位移,并且产生18个附加的三级几何像差系数和1个附加的一级色差系数。正如文献[1]中指出的那样,采用这种处理方法,既可以方便地得出系统中存在各种加工误差量情况下的像位移、束斑大小和位置的变化,还可以直接给出各种设计要求所能允许的最大加工公差。最后给出了若干计算实例,并用点图的形式表示了系统存在加工误差情况下像平面上的束斑状态。

## 二、具有孔径椭圆度和端面倾斜透镜的电磁场分布

在实际加工中,透镜电极或极靴的孔径椭圆度和端面倾斜是经常存在的(见图1)。椭圆度和倾斜量可以用误差量 $\delta$ 表示。由于透镜几何结构的旋转对称特性受到破坏,所以

\* 1989年2月25日收到。

透镜场分布也不再具有理想的旋转对称性质。要计算这时系统的电子光学性质, 应首先求解透镜的电磁场分布。西门纪业<sup>[2]</sup>提出了简单透镜中孔径椭圆度和端面倾斜的场分布解析式, 但是要给出实际的具有孔径椭圆度和端面倾斜透镜场分布还需要采用数值计算的方法。这时透镜场分布的计算严格地说是一个三维计算问题。本文基于 E. Munro<sup>[3]</sup>的简化计算思想提出了一个等效和傅里叶展开的方法, 将电极或极靴几何尺寸的微小扰动对系统中电磁场分布的影响等效为该电极或极靴表面上电位或磁位的微小扰动对系统中电磁场分布的影响。根据电位或磁位沿角向分布进行傅里叶展开, 从而把一个三维场分部计算分解为若干个二维场分部计算, 因此极大地简化和加快了电磁场的数值计算。

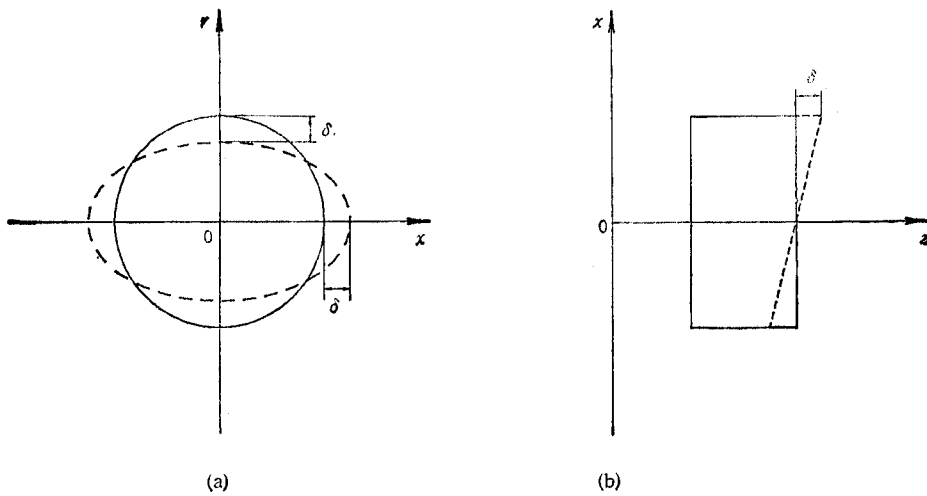


图 1

### 1. 扰动场函数

设具有孔径椭圆度或端面倾斜透镜的电位或磁位分布为正常位分布和扰动位分布的迭加:  $\Phi = \Phi_0 + \Delta\Phi_e$  或  $\Phi = \Phi_0 + \Delta\Phi_i$ . 其中,  $\Phi_0$  是正常的透镜位分布,  $\Delta\Phi_e$  和  $\Delta\Phi_i$  分别是由孔径椭圆度和端面倾斜造成的扰动位分布。在电极或极靴上椭圆扰动位和倾斜扰动位沿角向的分布见图 2。

将扰动位  $\Delta\Phi(r, \theta, z)$  对  $\theta$  作傅里叶展开, 可以得到电极或极靴的孔径椭圆度和端面倾斜造成的扰动位表示式:

$$\Delta\Phi_e = \delta u_e(z, r) \cos 2\theta \quad (1)$$

$$\Delta\Phi_i = \delta [u_{i1}(z, r) \cos \theta + u_{i3}(z, r) \cos 3\theta] \quad (2)$$

将它们分别代入拉普拉斯方程, 可以导出

$$u_e(z, r) = a_e(z)r^2 - \frac{1}{12} a_e''(z)r^4 + \dots \quad (3)$$

$$u_{i1}(z, r) = a_{i1}(z)r - \frac{1}{8} a_{i1}''(z)r^3 + \dots \quad (4)$$

$$u_{i3}(z, r) = a_{i3}(z)r^3 - \frac{1}{16} a_{i3}''(z)r^5 + \dots \quad (5)$$

其中,  $a_e(z)$  为椭圆场函数,  $a_{i1}(z)$  和  $a_{i3}(z)$  分别为一阶和三阶倾斜场函数. 可见扰动位空间分布取决于这些轴向扰动场函数. 扰动场函数的计算是建立在求解扰动位  $\Delta\Phi$ ,

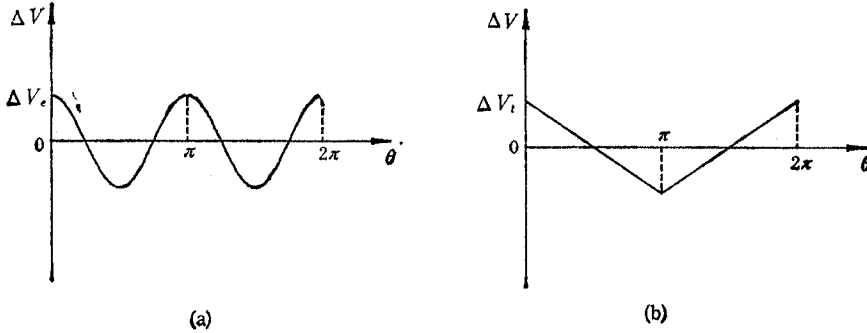


图 2

和  $\Delta\Phi_i$  的拉普拉斯方程的基础上,

$$\frac{\partial^2(\Delta\Phi)}{\partial z^2} + \frac{\partial^2(\Delta\Phi)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\Delta\Phi)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2(\Delta\Phi)}{\partial \theta^2} = 0 \quad (6)$$

将(1)和(2)式分别代入(6)式可得

$$\frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_e}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_e}{\partial r} - \frac{4u_e}{r^2} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 u_{i1}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_{i1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{i1}}{\partial r} - \frac{u_{i1}}{r^2} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 u_{i3}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_{i3}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{i3}}{\partial r} - \frac{9u_{i3}}{r^2} = 0 \quad (9)$$

可见求解三维拉普拉斯方程(6)式就变为求解若干个二维拉普拉斯方程(7)–(9)式的问题了. 这些拉普拉斯方程中的边界条件是: 在存在孔径椭圆度或端面倾斜的电极或极靴表面上加等效扰动位  $\Delta V$  (见图 2), 在其它电极或极靴表面上为零值. 电极或极靴等效扰动位  $\Delta V$  的泰勒级数表示式为

$$\Delta V = \left( \frac{d\Phi_0}{d\delta} \right)_s \delta + \frac{1}{2} \left( \frac{d^2\Phi_0}{d\delta^2} \right)_s \delta^2 + \dots \quad (10)$$

取一级近似

$$\Delta V = \left( \frac{d\Phi_0}{d\delta} \right)_s \delta \quad (11)$$

$\Phi_0$  是理想情况下系统中的电位或磁位,  $S$  为电极或极靴的边界. 在单位误差量情况下, 扰动位  $\Delta V$  则为

$$\text{对于孔径椭圆度} \quad \Delta V_e = \left( \frac{d\Phi_0}{dr} \right)_s \quad (12)$$

$$\text{对于端面倾斜} \quad \Delta V_t = \left( \frac{d\Phi_0}{dz} \right)_s \quad (13)$$

一阶和三阶量  $\Delta V_{t1}$  和  $\Delta V_{t3}$  是图 2(b) 曲线傅里叶级数展开的一阶和三阶系数。用有限元法求解边界条件为(10)、(11)式的拉普拉斯方程(7)、(8)和(9)式,其泛函为

$$F(u_e) = \iint_{\Omega} k \left[ \left( \frac{\partial u_e}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_e}{\partial r} \right)^2 + \frac{4u_e}{r^2} \right] \pi r dr dz \quad (14)$$

$$F(u_{t1}) = \iint_{\Omega} k \left[ \left( \frac{\partial u_{t1}}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_{t1}}{\partial r} \right)^2 + \frac{u_{t1}}{r^2} \right] \pi r dr dz \quad (15)$$

$$F(u_{t3}) = \iint_{\Omega} k \left[ \left( \frac{\partial u_{t3}}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_{t3}}{\partial r} \right)^2 + \frac{9u_{t3}}{r^2} \right] \pi r dr dz \quad (16)$$

其中

$$k = \begin{cases} \epsilon_0/2, & \text{求解电位} \\ \mu_0/2, & \text{求解磁位} \end{cases}$$

$\epsilon_0$ 、 $\mu_0$  分别是真空中的介电常数和磁导率,  $\Omega$  是  $(z, r)$  平面上  $r \geq 0$  的区域。

详细求解上述二维变分问题的方法,可以参阅文献[4]、[5]。

最后,从(3)、(4)和(5)式可以分别得出椭圆场函数  $a_e(z)$ 、一阶倾斜场函数  $a_{t1}(z)$  和三阶倾斜场函数  $a_{t3}(z)$ :

$$a_e(z) = \lim_{r \rightarrow 0} \left[ \frac{u_e(z, r)}{r^2} \right] \quad (17)$$

$$a_{t1}(z) = \lim_{r \rightarrow 0} \left[ \frac{u_{t1}(z, r)}{r} \right] \quad (18)$$

$$a_{t3}(z) = \lim_{r \rightarrow 0} \left[ \frac{u_{t3}(z, r)}{r^3} \right] \quad (19)$$

## 2. 聚焦和偏转系统中电磁场表示式

考虑到电极或极靴的孔径椭圆或端面倾斜相对于系统坐标系的取向为  $\theta_0$  (见图 3), 扰动位表示式(1)和(2)式可改写为下面的普遍形式

$$\Delta\Phi_e = \delta u_e(z, r) \cos 2(\theta - \theta_0) \quad (20)$$

$$\Delta\Phi_t = \delta [u_{t1}(z, r) \cos(\theta - \theta_0) + u_{t3}(z, r) \cos 3(\theta - \theta_0)] \quad (21)$$

将(3)、(4)和(5)式代入上面两式,并采用复数表示法 ( $w = x + iy$ ,  $\bar{w} = x - iy$ ), 忽略  $w$ 、 $\bar{w}$  和  $\delta$  组成的五阶以上项,可以得到

$$\Delta\Phi_e = \frac{a_e(z)}{2} (w^2 \delta_2 + \bar{w}^2 \delta_2) - \frac{a_e'(z)}{24} (w^3 \bar{w} \delta_2 + w \bar{w}^3 \delta_2) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_t &= \frac{a_{t1}(z)}{2} (w \delta_1 + \bar{w} \delta_1) - \frac{a_{t1}'(z)}{16} (w^2 \bar{w} \delta_1 + w \bar{w}^2 \delta_1) \\ &+ \frac{a_{t3}(z)}{2} (w^3 \delta_3 + \bar{w}^3 \delta_3) \end{aligned} \quad (23)$$

式中

$$\delta_1 = \delta e^{i\theta_0}, \quad \delta_2 = \delta e^{i2\theta_0}, \quad \delta_3 = \delta e^{i3\theta_0} \quad (24)$$

所以,静电透镜的电极存在孔径椭圆度时,电场强度的变化为

$$\Delta E_w = -2a_c(z)\bar{w}\delta_2 + \frac{a_c''(z)}{12} (\omega^3\delta_2 + 3\omega\bar{w}^2\delta_2) \quad (25)$$

$$\Delta E_z = -\frac{a_c'(z)}{2} (\omega^2\delta_2 + \bar{w}^2\delta_2) \quad (26)$$

磁透镜的极靴存在孔径椭圆度时,磁感应强度的变化为

$$\Delta B_w = 2a_c(z)\bar{w}\delta_2 - \frac{a_c''(z)}{12} (\omega^3\delta_2 + 3\omega\bar{w}^2\delta_2) \quad (27)$$

$$\Delta B_z = \frac{a_c'(z)}{2} (\omega^2\delta_2 + \bar{w}^2\delta_2) \quad (28)$$

静电透镜的电极端面产生倾斜时,电场强度的变化为

$$\Delta E_w = -a_{t1}(z)\delta_1 + \frac{a_{t1}''(z)}{8} (\omega^2\delta_1 + 2\omega\bar{w}\delta_1) - 3a_{t3}(z)\bar{w}^2\delta_3 \quad (29)$$

$$\Delta E_z = -\frac{a_{t1}'(z)}{2} (\omega\delta_1 + \bar{w}\delta_1) \quad (30)$$

磁透镜的极靴端面产生倾斜时,磁感应强度的变化为

$$\Delta B_w = a_{t1}(z)\delta_1 - \frac{a_{t1}'(z)}{8} (\omega^2\delta_1 + 2\omega\bar{w}\delta_1) + 3a_{t3}(z)\bar{w}^2\delta_3 \quad (31)$$

$$\Delta B_z = \frac{a_{t1}'(z)}{2} (\omega\delta_1 + \bar{w}\delta_1) \quad (32)$$

最后,可以得到系统中存在加工误差时的电(磁)位和电磁场分布

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \phi_0 + \Delta\phi \\ E_w &= E_{w0} + \Delta E_w \\ E_z &= E_{z0} + \Delta E_z \\ B_w &= B_{w0} + \Delta B_w \\ B_z &= B_{z0} + \Delta B_z \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

$\phi_0$ 、 $E_{w0}$ 、 $E_{z0}$ 、 $B_{w0}$ 、 $B_{z0}$  分别是理想情况下系统中的电(磁)位、电场强度和磁感应强度。

### 三、一级光学性质

为了得出透镜存在加工误差时系统的一级光学性质,将上述场分布和电位分布代入电子轨迹方程<sup>[6]</sup>

$$\frac{d}{dz} [\sqrt{\phi} (1 + w'\bar{w}')^{-1/2} w'] = -\frac{E_w}{2\sqrt{\phi}} (1 + w'\bar{w}')^{1/2}$$

$$+ i \sqrt{\frac{\eta}{2}} (w' B_z - B_w) \quad (34)$$

作一级近似即可得到此时系统中的一级轨迹方程:

$$\begin{aligned} w'' + \frac{\varphi'}{2\varphi} w' + \frac{\varphi''}{4\varphi} w - i \sqrt{\frac{\eta}{2\varphi}} \left( B w' + \frac{1}{2} B' w \right) \\ = -\frac{VF_1}{2\varphi} + \sqrt{\frac{\eta}{2\varphi}} ID_1 + Q_\delta \delta_1 \end{aligned} \quad (35)$$

透镜的电极或极靴存在孔径椭圆度时,  $Q_\delta = 0$ ; 静电透镜的电极端面产生倾斜时,  $Q_\delta = a_{11}/2\varphi$ ; 磁透镜的极靴端面产生倾斜时,  $Q_\delta = -ia_{11} \sqrt{\eta/(2\varphi)}$ .

具有初始复位置  $w_0 = x_0 + iy_0$  和初始复斜率  $s_0 = x'_0 + iy'_0$  的一级轨迹的普遍表示式为

$$w(z) = s_0 w_a(z) + w_0 w_b(z) + D w_f(z) + \delta_1 w_\delta(z) \quad (36)$$

$w_a(z)$  和  $w_b(z)$  是方程(35)满足下列初始条件的两个齐次解, 即  $w_a(z_0) = 0$ ,  $w'_a(z_0) = 1$ ,  $w_b(z_0) = 1$ ,  $w'_b(z_0) = 0$ ;  $D$  为复偏转电流  $I$  (磁偏转) 或复偏转电压  $V$  (静电偏转);  $w_f(z)$  ( $w_m(z)$  或  $w_e(z)$ ) 是偏转轨迹<sup>[6]</sup>;  $w_\delta(z)$  是由于电极或极靴端面倾斜产生的倾斜轨迹:

$$\begin{aligned} w_\delta(z) = \frac{1}{\sqrt{\varphi(z_0)}} \left[ w_a(z) \int_{z_0}^z \sqrt{\varphi(z)} Q_\delta \bar{w}_b(z) dz \right. \\ \left. - w_b(z) \int_{z_0}^z \sqrt{\varphi(z)} Q_\delta \bar{w}_a(z) dz \right] \end{aligned} \quad (37)$$

$w_a(z)$ 、 $w_b(z)$  和  $w_f(z)$  在像平面 ( $z_i$ ) 处的值可以给出理想情况下系统的一级光学性质, 如放大率、透镜转角和偏转灵敏度等<sup>[6]</sup>.

透镜的电极或极靴存在孔径椭圆度时,  $Q_\delta = 0$ , 因此孔径椭圆度不会影响系统的一级光学性质. 这可以从(25)、(26)式和(27)、(28)式看出, 透镜电极或极靴的孔径椭圆度不会引起系统轴上场分布的变化. 从(29)、(30)式和(31)、(32)式还可以看出, 透镜电极或极靴的端面倾斜将引起系统轴上场分布的变化, 在系统中产生一条倾斜轨迹  $w_\delta(z)$ . 所以, 透镜电极或极靴的端面倾斜将造成高斯像面上的像位移.

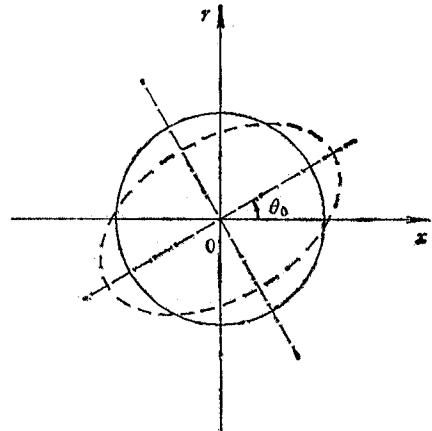


图 3

$$\left. \begin{aligned} \text{位移距离 } \Delta_i &= |\delta_1 w(z_i)| \\ \text{位移方位角 } \chi_i &= \text{Arg}[\delta_1 w(z_i)] \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

#### 四、几何像差

文献[6]讨论了理想的电子束聚焦偏转系统的三级几何像差, 给出了单通道偏转下 9

个三级几何像差系数。当透镜存在加工误差时,系统的几何像差将发生很大的变化。

将前面得到的场分布和电位分布代入电子轨迹方程(34)式,忽略四阶以上项即可得到包括直到四阶项的轨迹方程:

$$\begin{aligned} w'' + \frac{\varphi'}{2\varphi} w' + \frac{\varphi''}{4\varphi} w - i \sqrt{\frac{\eta}{2\varphi}} \left( B w' + \frac{1}{2} B' w \right) \\ = - \frac{VF_1}{2\varphi} + \sqrt{\frac{\eta}{2\varphi}} ID_1 + Q_\delta \delta_1 + P_{\delta_2}(z) + P_{\delta_3}(z) + P_{\delta_4}(z) + P_3(z) \end{aligned} \quad (39)$$

由此可以得到几何像差方程为

$$\begin{aligned} \delta w_g'' + \frac{\varphi'}{2\varphi} \delta w_g' + \frac{\varphi''}{4\varphi} \delta w_g - i \sqrt{\frac{\eta}{2\varphi}} \left( B \delta w_g' + \frac{1}{2} B' \delta w_g \right) \\ = P_{\delta_2}(z) + P_{\delta_3}(z) + P_{\delta_4}(z) + P_3(z) \end{aligned} \quad (40)$$

其中,  $P_3(z)$  是理想情况下系统中的三阶项<sup>[6]</sup>,  $P_{\delta_2}(z)$ 、 $P_{\delta_3}(z)$  和  $P_{\delta_4}(z)$  分别是与透镜的加工误差相关的二阶项、三阶项和四阶项。

像平面上的几何像差为

$$\begin{aligned} \delta w_g(z_i) = - \frac{1}{\sqrt{\varphi(z_i)} \bar{w}'_a(z_i)} \int_{z_0}^{z_i} \sqrt{\varphi} \bar{w}_a [P_{\delta_2}(z) \\ + P_{\delta_3}(z) + P_{\delta_4}(z) + P_3(z)] dz \end{aligned} \quad (41)$$

用像平面上的两个复参量: 复孔径角  $s_i$  和偏转矢量  $w_i$  可以将一级圆形束轨迹写成

$$w(z) = \frac{w_a(z)}{w'_a(z_i)} s_i + \frac{w_f(z)}{w_f(z_i)} w_i + \delta_1 w_\delta(z) \quad (42)$$

将(42)式代入(41)式按  $s_i$ 、 $w_i$ 、 $\delta_1$ 、 $\delta_2$ 、 $\delta_3$  及其共轭分类,除了可以得出正常情况下的9个三级几何像差系数外,对于透镜电极或极靴存在孔径椭圆度的情况,还可以得到2个附加的二级几何像差系数和10个附加的四级几何像差系数(见表1);对于透镜电极或极靴端面产生倾斜的情况,则还可以得到18个附加的三级几何像差系数(见表2)。

表1 孔径椭圆度产生的附加二级、四级几何像差

二级几何像差	四级几何像差	
$E_{11} \delta_2 s_i$	$E_{11} \delta_2 s_i \bar{s}_i^2$	$E_{17} \bar{\delta}_2 s_i^2$
	$E_{12} \delta_2 w_i \bar{s}_i^2$	$E_{18} \bar{\delta}_2 s_i^2 w_i$
	$E_{13} \delta_2 s_i \bar{s}_i \bar{w}_i$	
	$E_{14} \delta_2 w_i \bar{w}_i \bar{s}_i$	
	$E_{15} \delta_2 s_i \bar{w}_i^2$	$E_{19} \bar{\delta}_2 s_i w_i^2$
$E_{12} \delta_2 \bar{w}_i$	$E_{16} \delta_2 w_i \bar{w}_i^2$	$E_{10} \bar{\delta}_2 w_i^2$

表 2 端面倾斜产生的附加三级几何像差

$T_1 s_1^2 \delta_1$ $T_2 \delta_1 s_1 \bar{s}_1$ $T_3 \delta_1^2 \bar{s}_1$ $T_4 s_1 \delta_1 \bar{\delta}_1$	$T_{13} \delta_3 \bar{s}_1^2$	$T_{16} \delta_3 \delta_1 \bar{s}_1$
$T_5 s_1 \delta_1 \bar{w}_1$ $T_6 s_1 w_1 \bar{\delta}_1$		
$T_7 \delta_1 w_1 \bar{s}_1$	$T_{14} \delta_3 \bar{w}_1 \bar{s}_1$	
$T_8 w_1^2 \bar{\delta}_1$ $T_9 \delta_1 w_1 \bar{w}_1$ $T_{10} \delta_1^2 \bar{w}_1$ $T_{11} w_1 \delta_1 \bar{\delta}_1$ $T_{12} \delta_1^2 \bar{\delta}_1$	$T_{15} \delta_3 \bar{w}_1^2$	$T_{17} \delta_3 \delta_1 \bar{w}_1$ $T_{18} \delta_3 \bar{\delta}_1^2$

透镜电极或极靴的孔径椭圆度产生的 2 个附加二级几何像差系数和 10 个附加四级几何像差系数可以用 3 个普遍积分函数表示(见表 3).  $E_1(\bar{w})$ 、 $E_2(w_1, \bar{w}_2, \bar{w}_3)$  和  $E_3(w_1, w_2, w_3)$

表 3

$E_{.1} = E_1(\bar{w}_a)$	$E_{.2} = E_1(\bar{w}_f)$
$E_{f1} = E_2(w_a, \bar{w}_a, \bar{w}_a)$	$E_{f2} = E_2(w_f, \bar{w}_a, \bar{w}_a)$
$E_{f3} = E_2(w_a, \bar{w}_a, \bar{w}_f) + E_2(w_a, \bar{w}_f, \bar{w}_a)$	$E_{f4} = E_2(w_f, \bar{w}_f, \bar{w}_a) + E_2(w_f, \bar{w}_a, \bar{w}_f)$
$E_{f5} = E_2(w_a, \bar{w}_f, \bar{w}_f)$	$E_{f6} = E_2(w_f, \bar{w}_f, \bar{w}_f)$
$E_{f7} = E_3(w_a, w_a, w_a)$	$E_{f8} = E_3(w_a, w_a, w_f) + 2E_3(w_a, w_f, w_a)$
$E_{f9} = E_3(w_f, w_f, w_a) + 2E_3(w_f, w_a, w_f)$	$E_{f10} = E_3(w_f, w_f, w_f)$

$w_2, w_3$ ) 是与透镜电极或极靴的孔径椭圆度相关的附加像差系数积分函数。

静电透镜的电极存在孔径椭圆度时,

$$E_1(\bar{w}) = - \frac{1}{[\sqrt{\varphi} \bar{w}'_a]_{x_0}^{x_i}} \int_{x_0}^{x_i} \sqrt{\varphi} \frac{a_e}{\varphi} \bar{w}_a \bar{w} dz \quad (43)$$

$$E_2(w_1, \bar{w}_2, \bar{w}_3) = -n_1 n_2 n_3 \Gamma_1 \left[ \sqrt{\varphi} \bar{w}'_a \frac{a_e}{4\varphi} w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 \right]_{x_0}^{x_i} - \Gamma_1$$

$$\times \int_{x_0}^{x_i} \sqrt{\varphi} \frac{a_e}{\varphi} \left[ \frac{\varphi''}{4\varphi} \bar{w}_a w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 + \frac{\varphi'}{8\varphi} (\bar{w}'_a w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 + \bar{w}_a w'_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 \right.$$

$$+ 2\bar{w}_a w_1 \bar{w}'_2 \bar{w}_3) - \frac{1}{8} (\bar{w}''_a w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 + \bar{w}_a w''_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 + 4\bar{w}'_a w_1 \bar{w}'_2 \bar{w}_3$$

$$+ 2\bar{w}_a w_1 \bar{w}'_2 \bar{w}'_3 + 2\bar{w}_a w_1 \bar{w}''_2 \bar{w}_3) - \frac{3\varphi'^2}{32\varphi^2} \bar{w}_a w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3$$

$$\left. + \frac{3s_1 F_1}{8\varphi} \bar{w}_a \bar{w}_2 \bar{w}_3 + \frac{s_3 \bar{F}_1}{4\varphi} \bar{w}_a w_1 \bar{w}_2 \right] dz \quad (44)$$

$$E_3(w_1, w_2, w_3) = -n_1 n_2 n_3 \Gamma_2 \left[ \sqrt{\varphi} \bar{w}'_a \frac{a_1}{24\varphi} w_1 w_2 w_3 \right]_{x_0}^{x_i}$$



$$\begin{aligned}
& - \Gamma_2 \int_{z_0}^{z_i} \sqrt{\varphi} \frac{a_e}{\varphi} \left[ \frac{\varphi''}{12\varphi} \bar{w}_a w_1 w_2 w_3 + \frac{\varphi'}{24\varphi} (\bar{w}'_a w_1 w_2 w_3 \right. \\
& \left. + 3\bar{w}_a w_1 w_2 w'_3) - \frac{1}{24} (\bar{w}''_a w_1 w_2 w_3 + 6\bar{w}_a w_1 w'_2 w'_3 + 3\bar{w}_a w_1 w_2 w''_3) \right. \\
& \left. - \frac{\varphi'^2}{32\varphi^2} \bar{w}_a w_1 w_2 w_3 + \frac{s_3 F_1}{8\varphi} \bar{w}_a w_1 w_2 \right] dz \quad (45)
\end{aligned}$$

式中, 
$$\Gamma_1 = \frac{1}{[\sqrt{\varphi} \bar{w}'_a u_1 \bar{u}_2 \bar{u}_3]_{z_i}}, \quad \Gamma_2 = \frac{1}{[\sqrt{\varphi} \bar{w}'_a u_1 u_2 u_3]_{z_i}}$$

磁透镜的极靴存在孔径椭圆度时,

$$E_1(\bar{w}) = \frac{1}{[\sqrt{\varphi} \bar{w}'_a \bar{u}]_{z_i}} \int_{z_0}^{z_i} 2i \sqrt{\frac{\eta}{2}} a_e \bar{w}_a \bar{w} dz \quad (46)$$

$$\begin{aligned}
E_2(w_1, \bar{w}_2, \bar{w}_3) &= n_1 n_2 n_3 \Gamma_1 \left[ \frac{i}{4} \sqrt{\frac{\eta}{2}} a_e \bar{w}'_a w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 \right]_{z_0}^{z_i} \\
&+ \Gamma_1 \int_{z_0}^{z_i} \frac{i}{4} \sqrt{\frac{\eta}{2}} a_e (\bar{w}_a w'_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 - \bar{w}'_a w_1 \bar{w}_2 \bar{w}_3 \\
&- 2\bar{w}_a w_1 \bar{w}'_2 \bar{w}_3 - 4\bar{w}'_a w_1 \bar{w}_2 \bar{w}'_3 - 2\bar{w}_a w_1 \bar{w}_2 \bar{w}'_3) dz \quad (47)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_3(w_1, w_2, w_3) &= n_1 n_2 n_3 \Gamma_2 \left[ \frac{i}{12} \sqrt{\frac{\eta}{2}} a_e \bar{w}'_a w_1 w_2 w_3 \right]_{z_0}^{z_i} \\
&+ \Gamma_2 \int_{z_0}^{z_i} \frac{i}{12} \sqrt{\frac{\eta}{2}} a_e (6\bar{w}_a w_1 w'_2 w'_3 + 3\bar{w}_a w_1 w_2 w''_3 - \bar{w}'_a w_1 w_2 w_3) dz \quad (48)
\end{aligned}$$

透镜电极或极靴端面倾斜产生的 18 个附加三级几何像差系数可以用 3 个普遍积分函数表示(见表 4)。\$F(w\_1, w\_2, \bar{w}\_3)\$ 是正常情况下的像差系数积分函数<sup>[6]</sup>, \$D\_1(w\_1, w\_2, \bar{w}\_3)\$ 和 \$D\_2(w\_1, \bar{w}\_2, \bar{w}\_3)\$ 是与透镜电极或极靴的端面倾斜相关的附加像差系数积分函数。

表 4

$T_1 = F(w_a, w_a, \bar{w}_\delta) + D_1(w_a, w_a, \bar{w}_\delta)$	$T_{10} = F(w_\delta, w_\delta, \bar{w}_f) + D_1(w_\delta, w_\delta, \bar{w}_f)$
$T_2 = F(w_\delta, w_a, \bar{w}_a) + F(w_a, w_\delta, \bar{w}_a) + D_1(w_\delta, w_a, \bar{w}_a)$	$T_{11} = F(w_f, w_\delta, \bar{w}_\delta) + F(w_\delta, w_f, \bar{w}_\delta) + D_1(w_f, w_\delta, \bar{w}_\delta) + D_1(w_\delta, w_f, \bar{w}_\delta)$
$T_3 = F(w_\delta, w_\delta, \bar{w}_a) + D_1(w_\delta, w_\delta, \bar{w}_a)$	$T_{12} = F(w_\delta, w_\delta, \bar{w}_\delta) + D_1(w_\delta, w_\delta, \bar{w}_\delta)$
$T_4 = F(w_a, w_\delta, \bar{w}_\delta) + F(w_\delta, w_a, \bar{w}_\delta) + D_1(w_a, w_\delta, \bar{w}_\delta) + D_1(w_\delta, w_a, \bar{w}_\delta)$	$T_{13} = D_2(w_\delta, \bar{w}_a, \bar{w}_a)$
$T_5 = F(w_\delta, w_a, \bar{w}_f) + F(w_a, w_\delta, \bar{w}_f) + D_1(w_\delta, w_a, \bar{w}_f)$	$T_{14} = 2D_2(w_\delta, \bar{w}_f, \bar{w}_a)$
$T_6 = F(w_a, w_f, \bar{w}_\delta) + F(w_f, w_a, \bar{w}_\delta) + D_1(w_a, w_f, \bar{w}_\delta) + D_1(w_f, w_a, \bar{w}_\delta)$	$T_{15} = D_2(w_\delta, \bar{w}_f, \bar{w}_f)$
$T_7 = F(w_\delta, w_f, \bar{w}_a) + F(w_f, w_\delta, \bar{w}_a) + D_1(w_\delta, w_f, \bar{w}_a)$	$T_{16} = 2D_2(w_\delta, \bar{w}_\delta, \bar{w}_a)$
$T_8 = F(w_f, w_f, \bar{w}_\delta) + D_1(w_f, w_f, \bar{w}_\delta)$	$T_{17} = 2D_2(w_\delta, \bar{w}_\delta, \bar{w}_f)$
$T_9 = F(w_\delta, w_f, \bar{w}_f) + F(w_f, w_\delta, \bar{w}_f) + D_1(w_\delta, w_f, \bar{w}_f)$	$T_{18} = D_2(w_\delta, \bar{w}_\delta, \bar{w}_\delta)$

静电透镜的电极端面产生倾斜时,

$$\begin{aligned}
 D_1(w_1, w_2, \bar{w}_3) = & -n_1 n_2 n_3 \Gamma_3 \left[ \sqrt{\varphi} \bar{w}'_a \frac{a_{t1}}{\varphi} \left( \frac{1}{8} n_{\delta_1} w_2 \bar{w}_3 \right. \right. \\
 & + \left. \frac{1}{16} w_1 w_2 n_{\delta_3} \right]_{x_0}^{z_i} - \Gamma_3 \int_{x_0}^{z_i} \sqrt{\varphi} \frac{a_{t1}}{\varphi} \left\{ n_{\delta_1} \left[ \frac{3\varphi''}{16\varphi} \bar{w}_a w_2 \bar{w}_3 \right. \right. \\
 & + \left. \frac{\varphi}{8\varphi} (\bar{w}'_a w_2 \bar{w}_3 + \bar{w}_a w'_2 \bar{w}_3 + \bar{w}_a w_2 \bar{w}'_3) \right. \\
 & - \left. \frac{1}{8} (\bar{w}''_a w_2 \bar{w}_3 + \bar{w}_a w''_2 \bar{w}_3 + \bar{w}_a w_2 \bar{w}''_3 + 2\bar{w}'_a w_2 \bar{w}'_3) \right. \\
 & - \left. \frac{3\varphi'^2}{32\varphi^2} \bar{w}_a w_2 \bar{w}_3 + \frac{s_2 F_1}{4\varphi} \bar{w}_a \bar{w}_3 + \frac{s_3 \bar{F}_1}{8\varphi} \bar{w}_a w_2 - \frac{a_{t1}}{8\varphi} \bar{w}_a n_{\delta_2} \bar{w}_3 \right] \\
 & + \left[ \frac{3\varphi''}{32\varphi} \bar{w}_a w_1 w_2 + \frac{\varphi'}{16\varphi} (\bar{w}'_a w_1 w_2 + 2\bar{w}_a w_1 w'_2) \right. \\
 & - \left. \frac{1}{16} (\bar{w}''_a w_1 w_2 + 2\bar{w}_a w'_1 w'_2 + 2\bar{w}_a w_1 w''_2) \right. \\
 & - \left. \frac{3\varphi'^2}{64\varphi^2} \bar{w}_a w_1 w_2 + \frac{s_2 F_1}{8\varphi} \bar{w}_a w_1 - \frac{a_{t1}}{8\varphi} \bar{w}_a w_1 n_{\delta_2} \right]_{n_{\delta_3}} \} dz \quad (49)
 \end{aligned}$$

$$D_2(w_1, \bar{w}_2, \bar{w}_3) = -\Gamma_1 \int_{x_0}^{z_i} \sqrt{\varphi} \frac{3a_{t3}}{2\varphi} \bar{w}_a n_{\delta_1} \bar{w}_2 \bar{w}_3 dz \quad (50)$$

$$\text{式中 } \Gamma_3 = \frac{1}{[\sqrt{\varphi} \bar{w}'_a u_1 u_2 \bar{u}_3]_{x_i}}$$

磁透镜的极靴端面产生倾斜时,

$$\begin{aligned}
 D_1(w_1, w_2, \bar{w}_3) = & n_1 n_2 n_3 \Gamma_3 \left[ i \sqrt{\frac{\eta}{2}} \bar{w}'_a a_{t1} \left( \frac{1}{4} n_{\delta_1} w_2 \bar{w}_3 + \frac{1}{8} w_1 w_2 n_{\delta_3} \right) \right]_{x_0}^{z_i} \\
 & - \Gamma_3 \int_{x_0}^{z_i} i \sqrt{\frac{\eta}{2}} a_{t1} \left[ \frac{1}{4} n_{\delta_1} (\bar{w}''_a w_2 \bar{w}_3 - \bar{w}_a w''_2 \bar{w}_3 + \bar{w}_a w_2 \bar{w}''_3 \right. \\
 & + \left. 2\bar{w}'_a w_2 \bar{w}'_3) + \frac{1}{8} (\bar{w}''_a w_1 w_2 - 2\bar{w}_a w_1 w''_2 - 2\bar{w}_a w'_1 w'_2) n_{\delta_3} \right] dz \quad (51)
 \end{aligned}$$

$$D_2(w_1, \bar{w}_2, \bar{w}_3) = \Gamma_1 \int_{x_0}^{z_i} 3i \sqrt{\frac{\eta}{2}} a_{t3} \bar{w}_a n_{\delta_1} \bar{w}_2 \bar{w}_3 dz \quad (52)$$

在这些像差系数积分函数中,

$$\left. \begin{aligned}
 w_j = w_a, \quad u_j = w'_a, \quad n_j = 0, \quad m_j = 0, \quad s_j = 0, \quad n_{\delta_j} = 0 \\
 w_j = w_m, \quad u_j = w_m, \quad n_j = 1, \quad m_j = 1, \quad s_j = 0, \quad n_{\delta_j} = 0 \\
 w_j = w_e, \quad u_j = w_e, \quad n_j = 1, \quad m_j = 0, \quad s_j = 1, \quad n_{\delta_j} = 0 \\
 w_j = w_\delta, \quad u_j = 1, \quad n_j = 1, \quad m_j = 0, \quad s_j = 0, \quad n_{\delta_j} = 1
 \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

需要指出的是,本节中所给出的附加像差系数(表 1、2)是针对圆形束聚焦偏转系统而言的。对于成形束系统,一级轨迹(35)式中还要加一项  $[w_b(z)w_{ib}]/w_b[z_i]$ , 其中

$w_{i0}$  是成形束在像平面上的大小,相应的像差系数中还要增加若干与  $w_{i0}$  有关的项,而本节推导的计算公式仍然适用。

## 五、一级色差

从对场分布的分析可知,透镜电极或极靴的孔径椭圆度不会影响系统的一级光学性质,同理,它也不会对系统的一级色差产生影响。本节仅讨论透镜电极或极靴的端面倾斜对系统的一级色差的影响。

设聚焦电位的扰动为  $\Delta\varphi$ ,相应的一级轨迹的扰动为  $\delta w_c(z)$ ,则聚焦电位和一级轨迹为

$$\hat{\varphi}(z) = \varphi(z) + \Delta\varphi, \quad \hat{w}(z) = w(z) + \delta w_c(z)$$

将它们代入(35)式,忽略  $\Delta\varphi$  和  $\delta w_c(z)$  组成的二阶和二阶以上项,即可以得到一级色差方程:

$$\begin{aligned} \delta w_c'' + \frac{\varphi'}{2\varphi} \delta w_c' + \frac{\varphi''}{4\varphi} \delta w_c - i \sqrt{\frac{\eta}{2\varphi}} \left( B \delta w + \frac{1}{2} B' \delta w_c \right) \\ = P_c(z) + P_{c1}(z) \end{aligned} \quad (54)$$

式中  $P_c(z)$  见文献[1],  $P_{c1}(z)$  是与透镜电极或极靴的端面倾斜相关的项。

静电透镜的电极靴端面产生倾斜时,

$$P_{c1}(z) = -\delta_1 \frac{\Delta\varphi}{\varphi} \frac{a_{11}}{2\varphi} \quad (55)$$

磁透镜的极靴端面产生倾斜时,

$$P_{c1}(z) = \delta_1 \frac{\Delta\varphi}{\varphi} \frac{i}{2} \sqrt{\frac{\eta}{2\varphi}} a_{11} \quad (56)$$

像平面上的二级色差

$$\delta w_c(z_i) = - \frac{1}{\sqrt{\varphi(z_i) \bar{w}'_c(z_i)}} \int_{z_0}^{z_i} \sqrt{\varphi} \bar{w}_c [P_c(z) + P_{c1}(z)] dz \quad (57)$$

将(42)式代入上式,除了可以得到正常情况下的2个一级色差系数外,还可以得到1个附加的一级色差系数  $C_s$ 。附加的一级色差为  $C_s \Delta\varphi / \varphi_i \delta_1$ 。而  $C_s$  可以用2个普适积分函数表示,  $C_s = H(w_s) + H^*(w_s)$ 。

$H(w)$  是正常情况下的色差系数积分函数<sup>[2]</sup>,  $H^*(w)$  是与透镜电极或极靴的端面倾斜相关的附加色差系数积分函数。

静电透镜的电极端面产生倾斜时,

$$H^*(w) = \left[ \frac{\sqrt{\varphi}}{\bar{w}'_c u} \right]_{z_i} \int_{z_0}^{z_i} \frac{1}{\sqrt{\varphi}} \frac{a_{11}}{2\varphi} \bar{w}_c n_s dz \quad (58)$$

磁透镜的极靴端面产生倾斜时,

$$H^*(w) = - \left[ \frac{\sqrt{\varphi}}{\bar{w}'_c u} \right]_{z_i} \int_{z_0}^{z_i} i \sqrt{\frac{\eta}{2}} \frac{a_{11}}{2\varphi} \bar{w}_c n_s dz \quad (59)$$

上述色差系数积分函数中  $u$ 、 $n_0$  的定义和(53)式中的相同。

## 六、实 例

根据前面导出的透镜存在加工误差时系统的电子光学性质的计算公式，我们编制了一套计算电子束聚焦偏转系统中透镜的加工误差效应的计算机程序。本节给出了用此程序计算的两个具有透镜加工误差的实际系统，确定了在给定条件下透镜所能允许的最大加工误差(孔径椭圆度和端面倾斜量)，并以点图的形式给出了相应情况下像平面上的束斑状态。

### 1. 磁聚焦偏转系统

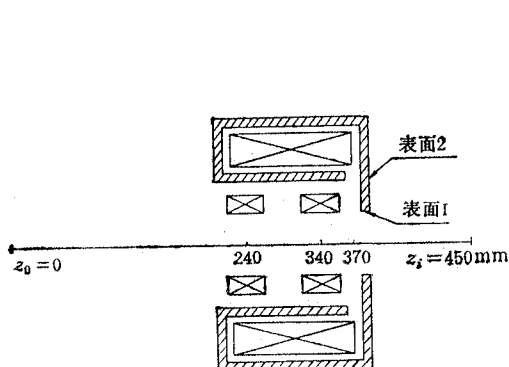


图 4 磁聚焦偏转系统

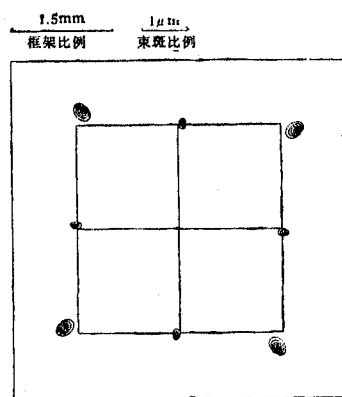


图 5

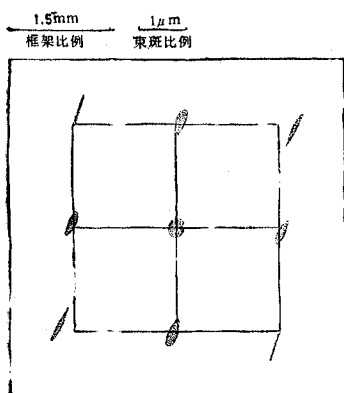


图 6

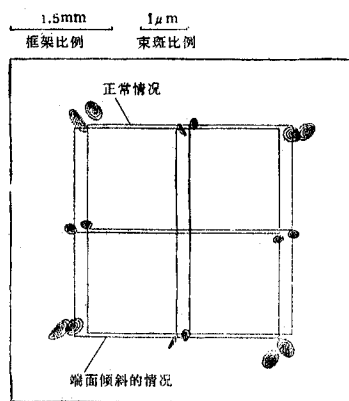


图 7

图 4 是一磁聚焦偏转系统，孔径角  $\alpha_i = 5\text{mrad}$ ，扫描场域为  $3 \times 3\text{mm}^2$ ，束电位  $\varphi = 25\text{kV}$ 。

要求极靴孔径椭圆度在像平面上造成的束斑大小变化和三级畸变的变化不大于  $0.5\ \mu\text{m}$ ；极靴端面倾斜在像平面上造成的像位移不大于  $0.2\text{mm}$ ；设  $\theta_0 = 0$ ，所允许的最大

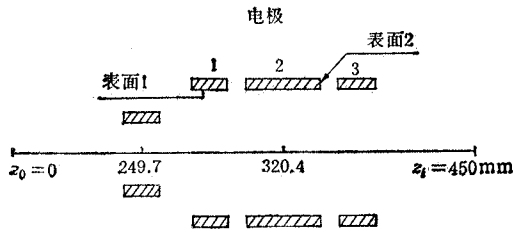


图 8 静电聚焦偏转系统

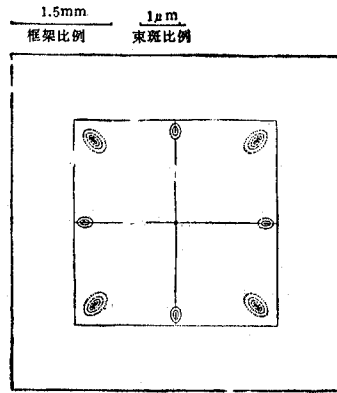


图 9

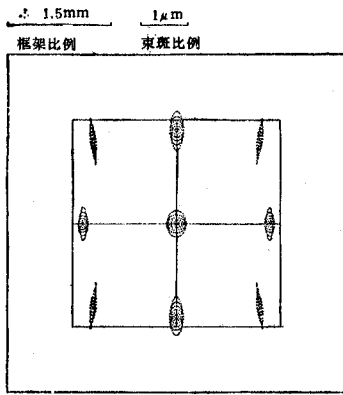


图 10

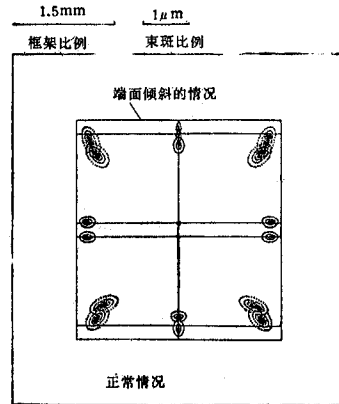


图 11

孔径椭圆度  $\delta_{e(\max)} = 0.004\text{mm}$ ，所允许的最大端面倾斜量  $\delta_{i(\max)} = 0.158\text{mm}$ 。

图 5、图 6 分别给出了正常情况和  $\delta_{e(\max)} = 0.004\text{mm}$  时像平面上的束斑状态；图 7 给出了  $\delta_{i(\max)} = 0.158\text{mm}$  时像平面上的束斑状态。

### 2. 静电聚焦偏转系统

图 8 是一静电聚焦偏转系统，孔径角  $\alpha_i = 5\text{mrad}$ ，扫描场域为  $3 \times 3\text{mm}^2$ ，像平面上的电位  $\varphi_i = 25\text{kV}$ 。

要求第一电极的孔径椭圆度在像平面上造成的束斑大小变化和三级畸变的变化不大于  $0.5\mu\text{m}$ ；第二电极的右端面倾斜在像平面上造成的像位移不大于  $0.2\text{mm}$ ；所允许的最大孔径椭圆度  $\delta_{e(\max)} = 0.01\text{mm}$ ；所允许的最大端面倾斜量  $\delta_{i(\max)} = 0.332\text{mm}$ 。

图 9、图 10 分别给出了正常情况和  $\delta_{e(\max)} = 0.01\text{mm}$  时像平面上的束斑状态；图 11 给出了  $\delta_{i(\max)} = 0.332\text{mm}$  时像平面上的束斑状态。

## 七、讨 论

本文讨论了透镜电极或极靴的孔径椭圆度和端面倾斜对聚焦偏转系统电子光学性质

的影响。与文献[1]对透镜和偏转器装配误差的处理一样,当若干个电极或极靴存在孔径椭圆度和端面倾斜时,可以采用线性矢量迭加的方法得到系统像平面上的像位移,附加二级,四级几何像差和附加一级色差;对于附加三级几何像差,还要考虑相互作用项。还必须指出,本文虽然只讨论了透镜存在加工误差的情况,但对于偏转器存在加工误差的情况,这里所提出的方法仍然适用。

我们详细地讨论了透镜和偏转器的装配误差和加工误差对聚焦偏转系统电子光学性质的影响。在处理方法上,提出了微扰和等效的概念,得到聚焦偏转系统中的电磁场分布。通过推导得到的轨迹方程和像差方程,进而得到这些误差在系统像平面上造成的像位移和附加像差系数。由此编制了一套计算误差效应的计算机程序,借助这些程序,可以迅速地得出各种误差量造成的像平面上束斑大小和位置的变化,也可以迅速地得到各种设计要求所能允许的最大装配公差和加工公差,而且可以判定一个聚焦偏转系统的稳定性(抗扰动能力)的优劣。这对电子束聚焦偏转系统的设计是非常重要的。

在计算存在装配或加工误差的系统中的电磁场分布时,考虑到装配或加工误差均为小量的情况,采用了微扰的方法,将一个三维计算问题简化为若干个二维计算问题。而且采用附加像差系数的方法表征装配或加工误差对系统电子光学性质的影响。这样,求解误差造成的像位移和附加像差系数后,就可以十分迅速地给出像平面上的束斑状态以及装配和加工公差。

### 参 考 文 献

- [1] 朱协卿,刘浩宁,电子科学学刊, **12**(1989)4,402—414。
- [2] 西门纪业,电子和离子光学原理及像差导论,科学出版社,北京, p. 56。
- [3] E. Munro, Ph. D thesis, University of Cambridge, 1972. p. 123.
- [4] E. Munro, H. C. Chu, *Optik*, **60** (1982) 4, 371.
- [5] E. Munro, H. C. Chu, *Optik*, **61** (1982)1,1.
- [6] H. C. Chu. E. Munro, *Optik*, **61**(1982)2, 121.

## NUMERICAL COMPUTATION OF PROCESSING ERROR EFFECT OF LENSES IN ELECTRON BEAM FOCUSING AND DEFLECTION SYSTEMS

Liu Haoning Zhu Xieqing

(Institute of Electronics, Academia Sinica, Beijing)

**Abstract** The numerical computation of processing error effect of lenses (i.e., the ellipticity and tilt of electrodes/pole-pieces in electron beam focusing and deflection systems) and its evaluation are discussed. First, the computation of the potential distributions of lenses with elliptical holes of tilt surfaces on electrodes/pole-pieces using the finite element method is described. Then, the formulae for evaluating the changes of the optical properties caused by the processing errors (i.e., the additional image shifting and additional aberrations) are derived. Finally, some illustrative examples of processing error effect evaluated by the computer programs developed are shown as the spot-diagrams.

**Key words** Electron optics; Processing error effect; Disturbed field function; Fourier expansion; Image shifting; Additional aberration coefficient