

一种新的 OFDM 系统载波频率捕获算法¹

朱鹏程 杜岩 刘鹏 张伟

(山东大学信息科学与工程学院 济南 250100)

摘要: 该文从 OFDM 信号的特性出发, 采用单一训练帧, 将 OFDM 系统的载波频率捕获等效为单载波频差估计. 该文提出的算法仅使用一帧辅助数据; 具有较高的精度, 较少的计算量和较大的捕获范围; 且不受多径信道, 时偏及帧同步误差的影响.

关键词: 正交频分复用, 多载波, 载波同步, 捕获

中图分类号: TN929.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)06-0859-05

A New Carrier Frequency Acquisition Algorithm for OFDM Systems

Zhu Peng-cheng Du Yan Liu Peng Zhang Wei

(School of Info. Sci. and Eng., Shandong University, Ji'nan 250100, China)

Abstract Based on the property of OFDM signal, a new carrier frequency acquisition algorithm is proposed, which employs only one block of identical time-domain training symbols. The proposed algorithm has good precision, low computations and large acquisition range. It is intrinsically robust to multipath channel and timing error.

Key words Orthogonal Frequency Division Multiplexing(OFDM), Multicarrier, Carrier frequency synchronization, Acquisition

1 引言

正交频分复用 (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM) 技术日益受到人们的重视^[1-3]. 在 OFDM 技术的众多优点中, 最吸引人的是其极高的频谱利用率和良好的抗多径干扰能力. 特别是频谱利用率高, 这一点在频谱资源日益紧张的今天显得尤为重要. 因此 OFDM 被看作是下一代无线局域网的标准和第四代移动通信的支撑技术.

OFDM 技术是一种多载波传输技术. 与普通单载波系统相比, 它对载波同步的精度要求特别高^[4,5]. 在移动环境下, OFDM 系统正常工作时, 系统的相对频偏 (本文中讨论频偏时, 一般采用相对频偏, 它是实际频偏与子载波间隔的比值) 至少要小于 2%^[5]. 对频偏的校正一般分两步进行^[6]: 第一步称为捕获. 此阶段的工作是快速准确地估计出系统频偏, 并进行相应的校正, 使系统正常工作. 第二步称为跟踪. 捕获后, 系统的频偏继续缓慢变化. 接收机必须及时校正这种频偏, 否则频偏的积累会使接收机的性能恶化. 对捕获算法的要求是捕获速度快, 捕获范围大, 使通信过程迅速建立; 对跟踪算法的要求是精度高, 代价小 (包括频谱代价及运算量).

Kim 等提出的方案^[7] 利用 PN 序列作相关. 优点是捕获范围大, 捕获速度快; 它的缺点是只能校正整数频偏, 且 PN 序列多为二进制, 判决规则与数据 (多采用 MPSK, MQAM 等) 判决规则不一样, 需要另加一套判决系统, 增加系统的复杂性. Han 等提出的方案^[8] 更充分地利用了已知数据, 提高了捕获的精度. 它们的算法可以将剩余频偏控制在 $-0.25 \sim 0.25$. Morelli

¹ 2003-03-27 收到, 2003-07-17 改回

等提出的频偏捕获算法^[9]可以达到很高的精度,但如果兼顾大捕获范围和高精度则需要较大的计算量。

本文提出了一种适用于 OFDM 系统的频偏捕获算法。本算法精度较高,运算量也较小,而且不受定时误差的影响。本文结构如下:第 2 节描述系统模型;第 3 节推导捕获算法;第 4 节是仿真结果;第 5 节给出结论。

2 OFDM 系统

设待传输的一帧 OFDM 数据为 $X(0), X(1), \dots, X(N-1)$, 它们是由待传输的比特数据根据特定的子载波调制方式(如 MQAM, MPSK 等)和星座图计算出的一组复数,有时也包括一些人为插入的已知数据。经过 IFFT 以后得到时域(离散)形式的 OFDM 信号:

$$s(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \exp[j2\pi nk/N], \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

其中 $j = \sqrt{-1}$ 为虚单位; N 为子载波的数目。设 $h = [h(0), h(1), \dots, h(N-1)]^T$ 为多径信道脉冲响应向量,其中只有前 L 个分量非 0,并且假设循环前缀(Cyclic Prefix, CP)的长度 L_{cp} 大于 L 。由于 CP 的作用,信道对输入序列的线性卷积作用,在接收端去掉 CP 后变成了信道脉冲响应与输入序列的循环卷积。于是,当系统存在相对频偏 ε 时,接收端收到的 OFDM 信号为

$$r(n) = (s \otimes h)(n) \exp[j2\pi\varepsilon(n + L_{cp})/N] + \tilde{N}(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

其中 $\tilde{N}(n)$ 为 OFDM 信号第 n 个抽样时刻的信道噪声,它是一个服从 Gauss 分布的随机变量; \otimes 表示循环卷积。系统的信噪比定义为^[9] $\text{SNR} = E\{|s \otimes h(n)|^2\} / E\{|\tilde{N}(n)|^2\}$ 。

接着,对 $r(n) (n = 0, 1, \dots, N-1)$ 作 FFT,进行信道均衡,然后根据判决规则,我们可以得到对这一帧 OFDM 数据信息的估计 $\hat{X}(0), \hat{X}(1), \dots, \hat{X}(N-1)$ 。

3 频偏捕获算法

先不考虑噪声的影响。观察式(2),发现要得到 ε ,就需要知道 $(s \otimes h)(n)$ 。一般在捕获时,允许发送已知数据(训练帧),但是信道脉冲响应向量 h 一般是未知的。为了排除信道的影响,我们定义以下形式的训练帧:

$$s(n) = C, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3)$$

其中 C 为常数,可根据实际情况选择其幅度和角度。不难看出,发送此训练帧时,发射机实际上只需发射与 $X(0)$ 对应的单频载波。此时有:

$$\begin{pmatrix} (s \otimes h)(0) \\ (s \otimes h)(1) \\ \vdots \\ (s \otimes h)(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_0 & h_{N-1} & \cdots & h_1 \\ h_1 & h_0 & \cdots & h_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N-1} & h_{N-2} & \cdots & h_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ C \\ \vdots \\ C \end{pmatrix} = C \sum_i h_i \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

上式写成矩阵形式,是为了便于观察。将上式代入式(2)得:

$$r(n) = C \sum_i h_i \exp[j2\pi\varepsilon(n + L_{cp})/N] + \tilde{N}(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4)$$

由此看出, 训练帧 $s(n) = C(n = 0, 1, \dots, N - 1)$ 将多径信道对信号的影响剥离, 即将此影响由循环卷积变为常数因子 $C' = C \sum_i h_i$. 下面定义一个新的序列:

$$\begin{aligned} Z(n, \lambda) &= r^*(n)r(n + \lambda) \\ &= |C'|^2 \exp[j2\pi\lambda\varepsilon/N] + \{C'^* \exp[-j2\pi\varepsilon(n + L_{cp})/N]\tilde{N}(n + \lambda) \\ &\quad + C' \exp[j2\pi\varepsilon(n + \lambda + L_{cp})/N]\tilde{N}^*(n)\tilde{N}(n + \lambda)\} \\ &= |C'|^2 \exp[j2\pi\lambda\varepsilon/N] + \tilde{N}_1(n, \lambda), \quad n = 0, 1, \dots, N - \lambda - 1 \end{aligned} \quad (5)$$

式中 * 表示取共轭; $C' = C \sum_{i=0}^{N-1} h(i)$ 为一常数; λ 是参数, 它是一个正整数, $1 \leq \lambda \leq N - 1$, 在后文中还将对它进行一些讨论. 我们看到, 式 (5) 中第 1 项是我们期望得到的, 而且参数 λ 的值越大, 其中包含的有用信息 (角度) 越大. 第 2 项是由噪声带来的干扰项, 从统计意义来说, λ 对它没有影响. 求此结果的幅角, 就得到对频偏的一个估计值:

$$\hat{\varepsilon}(n) = \arg[Z(n, \lambda)] / (2\pi\lambda/N), \quad n = 0, 1, \dots, N - \lambda - 1$$

其中 $\arg(\cdot)$ 是求复数幅角的函数. 为了减小噪声的影响, 我们可以对 $\hat{\varepsilon}(n)$ 求平均, 则

$$\hat{\varepsilon} = \frac{N}{2\pi\lambda(N - \lambda - 1)} = \sum_{n=0}^{N-\lambda-1} \arg[Z(n, \lambda)]$$

但是, 我们发现: 上式中含有 $N - \lambda - 1$ 个求复数幅角的函数, 而这个函数只能通过迭代算法实现, 故此式的计算量是比较大的. 为减少计算量, 我们考虑把求平均放在求幅角之前. 考虑到理想状态下 $Z(n, \lambda)$ 的幅度应为常数, 我们可以在求平均前先将其归一化. 于是得到本算法的频偏计算公式:

$$\hat{\varepsilon} = \frac{N}{2\pi\lambda} \arg \left(\sum_{n=0}^{N-\lambda-1} \frac{Z(n, \lambda)}{|Z(n, \lambda)|} \right) \quad (6)$$

上式中的归一化处理是必要的, 通过仿真发现它对噪声有明显的抑制作用.

本算法的计算量主要包括式 (5) 中 $N - \lambda - 1$ 次复数乘法, 式 (6) 中 $N - \lambda - 1$ 次复数除法及一次求幅角的运算. 与需要进行滑动相关的传统算法相比, 运算量大幅降低.

下面讨论本算法的捕获范围. 由于 $\arg(\cdot)$ 是以 2π 为周期的函数, 在不考虑噪声的情况下, 我们也必须保证 $-\pi < 2\pi\lambda\varepsilon/N < \pi$, 即

$$-N/(2\lambda) < \varepsilon < N/(2\lambda) \quad (7)$$

上式从理论上规定了本算法的捕获范围. 当取 $\lambda = 1$ 时, 捕获范围达到最大, 为 $-N/2 < \varepsilon < N/2$, 这相当于整个 OFDM 系统带宽的一半. 在实际应用中, 由于噪声的影响本算法的捕获范围略小于理论值.

在本算法中, 参数 λ 的选择是一个很重要的问题. 通过式 (7) 看出, 本算法的捕获范围与 λ 是反比关系; 另一方面, 理论分析和仿真结果都显示, 随着 λ 的增大, 算法的精度会有很大提高 (当 λ 取值在 $2N/3$ 附近时, 算法精度最高). 所以, 在充分满足捕获范围要求后, 我们应选择较大的 λ . 实际上, 一般情况下, 捕获范围只要几个子载波间隔就可以满足要求.

本算法中采用的训练符号是未调制的载波. 正弦波通过线性系统只会改变其幅度和相位, 故本算法具有内在的抗多径性能. 另外, 通过简单推导就可以得出: 如果将载波连续发送 2 帧, 则当系统存在帧同步误差 b (b 为整数, $0 \leq b \leq N$) 及时偏 θT_s (θ 为相对时偏, T_s 为系统抽样

间隔) 时, 接收信号可表示为 $r(n) = C' \exp[j2\pi\epsilon(n + L_{cp} + b + \theta)/N]$ 。显然, 本文算法对此信号仍然适用, 且运算过程和精度没有改变。这说明本文算法不受定时误差的影响。

4 仿真结果

我们利用 Matlab 对上述算法的捕获性能进行了仿真。仿真中, 首先采用 256 载波的 OFDM 系统, 子载波采用 16QAM 调制方式, CP 长度为 32。采用恒参多径 (5 径) 信道, 信道的脉冲响应为 $h(0) = 1 + i, h(7) = 0.5 - 0.3i, h(9) = 0.3 + 0.2i, h(21) = 0.2 - 0.1i, h(30) = 0.1$, 其余分量为 0。

首先, 我们考察算法在大捕获范围, 低信噪比时的性能。信噪比设为 $\text{SNR}=13 \text{ dB}$ 。应用式 (6) 时, 设定 $\lambda = 1$, 此时算法的捕获范围为 $-128 \sim 128$ 个子载波间隔。系统的频偏 (相对频偏) 为 -100.6 。为了得到可信的结果, 我们作了 10,000 次仿真。图 1 为捕获后剩余频偏的样本统计直方图。从图中我们可以看到: 绝大部分剩余频偏被控制在 $-0.1 \sim 0.1$ 之间; 最大的剩余频偏 (绝对值) 也不超过 0.15。图中右上角列出了这 10,000 次仿真结果的统计数据。其中 $\text{MSE}=1.3 \times 10^{-3}$ 表示 10,000 个剩余频偏的均方值, 它基本上反映了本算法在此条件下的平均捕获精度。

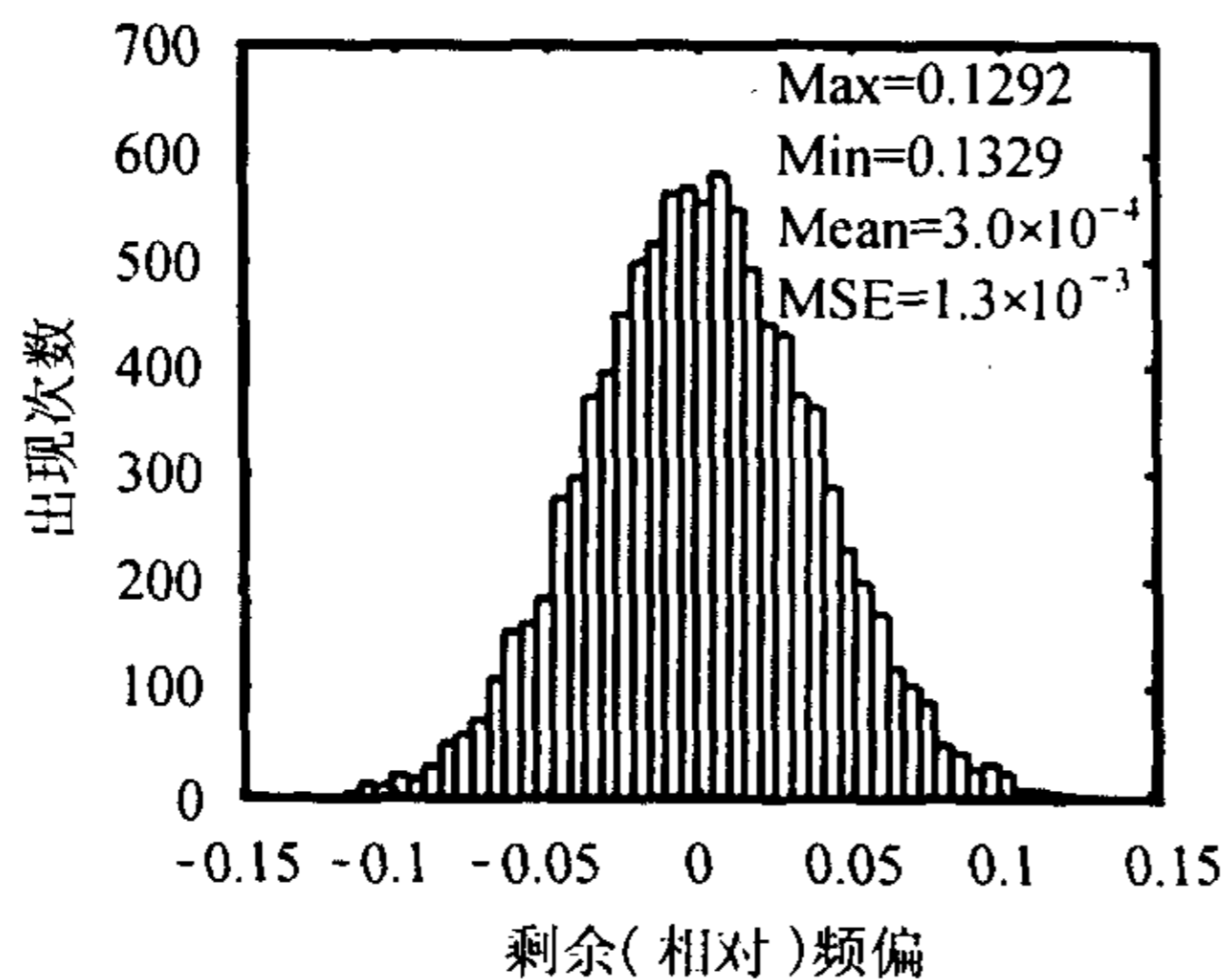


图 1 剩余频偏的样本统计直方图
($\text{SNR}=13 \text{ dB}, \lambda = 1, \epsilon = -100.6$)

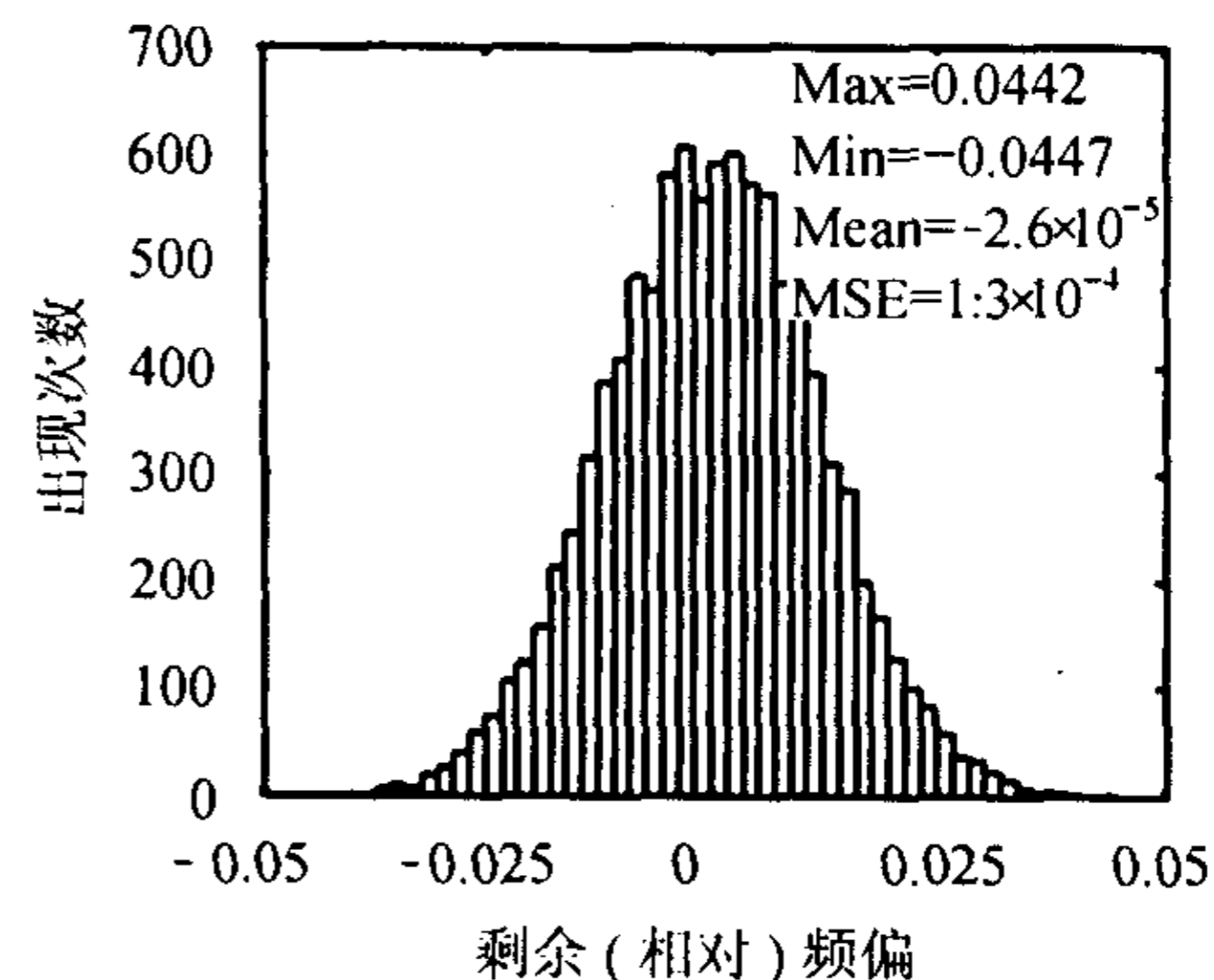


图 2 剩余频偏的样本统计直方图
($\text{SNR}=13 \text{ dB}, \lambda = 10, \epsilon = 3.6$)

其次, 我们将系统频偏设为 $\epsilon = 3.6$; 信噪比仍为 13 dB ; 式 (6) 中的参数 λ 取为 10, 相应的捕获范围为 $-12.8 \sim 12.8$ 。同上一种情况一样, 我们也作了 10,000 次仿真。图 2 为捕获后剩余频偏的样本统计直方图。与图 1 对比, 我们看到大部分剩余频偏被控制在 $-0.025 \sim 0.025$ 之间; 最大的剩余频偏 (绝对值) 不超过 0.05; $\text{MSE}=1.3 \times 10^{-4}$ 。通过这些数据我们看到, 与 $\lambda = 1$ 时相比, 捕获精度至少提高了 3 倍。

然后, 我们在其他信噪比 ($\text{SNR}=5, 10, 15, 20, 25, 30 \text{ dB}$) 及参数取值 ($\lambda = 1, 8, 18, 170$) 条件下, 对算法的性能进行了考察。限于篇幅, 只把最能说明算法性能的 MSE (剩余频偏的均方值) 示于图 3(a)。图中每个点都是 2,000 次仿真的统计值。从图中可以明显观察到算法的估计精度随 λ 增大而增加的趋势。当 $\lambda = 170$ (约为 $2N/3$) 时, 算法估计精度达到最高。约为 $2N/3$ 时, 算法的捕获范围只有大约 ± 0.75 个子载波间隔, 故一般不能直接使用。但是, 我们可以先在 λ 取较小值时进行估计, 并用估计结果去校正接收信号, 然后就可以在 λ 取较大值时进行更精确的估计了。也就是说, 使用本算法时, 我们总是可以达到 λ 约为 $2N/3$ 时的最高精度的。

最后, 我们采用 64 载波的 OFDM 系统对此算法进行仿真。子载波仍采用 16QAM 调制方式, CP 长度为 16。仿真采用的离散信道的频率响应为 $h(0) = 0.5 + 0.3i; h(1) = 0.2 + 0.3i;$

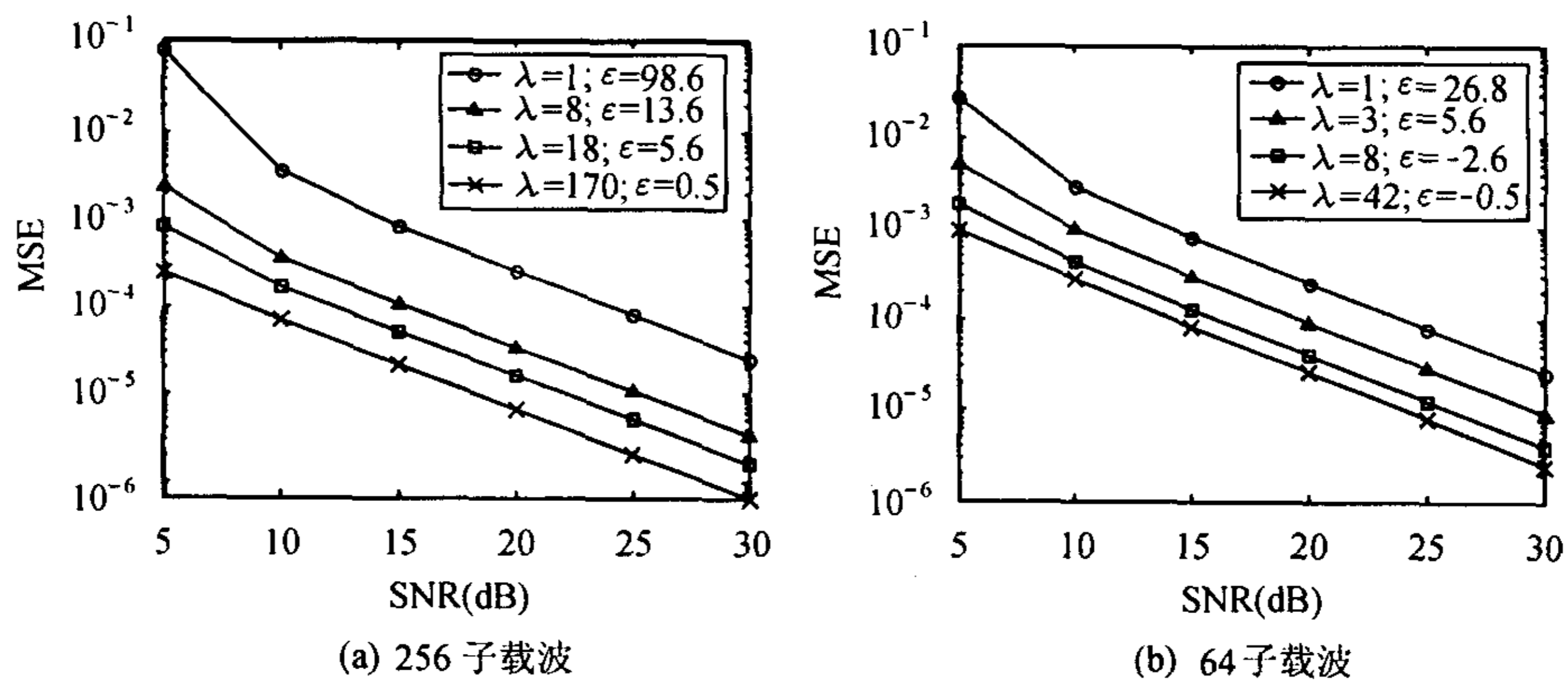


图 3 算法在不同信噪比及参数值时的性能

$h(2) = 0.3; h(3) = 0.2; h(4) = 0.1; h(5) = 0.1i; h(6) = 0.1 + 0.1i; h(14) = 0.1; h(15) = 0.1i$; 其他分量为 0。限于篇幅, 只把最能说明算法性能的 MSE 示于图 3(b)。图中每个点都是 2,000 次仿真的统计值。与 256 载波的情况相同, 此图也反映了算法精度随 SNR 及 λ 的提高而增加。

5 结束语

本文利用了单一训练符号的性质, 把 OFDM 系统频偏估计转化为单载波频差估计。得益于训练帧的性质, 本文算法具有内在的抗多径能力, 而且不受系统定时误差的影响。该算法估计精度较高, 运算量小。由于在使用本算法进行捕获时, 发射端只需发送未调制载波, 不涉及调制部分, 所以还具有易于实现的优点。

参 考 文 献

- [1] Bingham J A C. Multicarrier modulation for data transmission: an idea whose time has come. *IEEE Commun. Mag.*, 1990, 28(5): 5-14.
- [2] Sari H, Karam G, Jeanclaude I. Transmission techniques for digital terrestrial TV broadcasting. *IEEE Commun. Mag.*, 1995, 33(2): 100-109.
- [3] Zou W Y, Wu Y. COFDM: an overview. *IEEE Trans. on Broadcasting*, 1995, 41(1): 1-8.
- [4] Pollet T, Bladel M, Moeneclaey M. BER sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and Wiener phase noise. *IEEE Trans. on Commun.*, 1995, COM-43(2/3/4): 191-193.
- [5] Wei L, Schlegel C. Synchronization requirements for multi-user OFDM on satellite and two-path Rayleigh fading channels. *IEEE Trans. on Commun.*, 1995, COM-43(2/3/4): 887-895.
- [6] Luise M, Reggiannini R. Carrier frequency acquisition and tracking for OFDM systems. *IEEE Trans. on Commun.*, 1996, COM-44(11): 1590-1598.
- [7] Yun Hee Kim, Ickho Song, Seokho Yoon. An efficient frequency offset estimator for OFDM systems and its performance characteristics. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 2001, 50(5): 1307-1312.
- [8] Dong-Seog Han, Jae-Hyun Seo, Jung-Jin Kim. Fast carrier frequency offset compensation in OFDM systems. *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, 2001, 47(3): 364-369.
- [9] Morelli M, Mengali U. An improved frequency offset estimator for OFDM applications. *IEEE Communications Letters*, 1999, 3(3): 75-77.

朱鹏程: 男, 1978 年生, 硕士生, 主要研究方向为数字移动通信。

杜 岩: 男, 1966 年生, 博士, 副教授, 主要研究方向为 OFDM、MIMO 无线通信技术以及电阻抗成像技术等。

刘 鹏: 男, 1978 年生, 硕士生, 主要研究方向为数字移动通信。

张 伟: 男, 1978 年生, 硕士生, 主要研究方向为数字移动通信。