

# 二次加窗 LMS 自适应时间延迟估计

邱天爽 王宏禹

(大连理工大学电子工程系 大连 116023)

**摘要** 本文提出了一种二次加窗 LMS 自适应时间延迟估计方法,适用于带限平稳白色随机信号的时间延迟估计。采用这种方法,当进行长相关时间的时延估计时,可以极大地减小冗余的计算量。本文还研究了这种方法的可行性,并对其性能进行了分析。

**关键词** 自适应时间延迟估计,二次加窗,最小均方

## 1 引言

时间延迟估计(TDE)是国际数字信号处理领域的一个十分活跃的研究课题<sup>[1]</sup>,在雷达、声呐、地震信号处理和生物医学工程等领域都有重要的应用<sup>[2-5]</sup>。

自适应时间延迟估计方法是一种被广泛采用的时延估计方法。其中,基于 B. Widrow<sup>[6]</sup> 噪声抵消系统结构和最小均方(LMS)算法的自适应 TDE 方法,自动地在参考输入端插入一段与基本输入端的真实时延相等的时间延迟,从而保证两输入信号最大的相关性<sup>[7,8]</sup>。其突出优点是性能稳定,无需或仅需较少有关输入信号和噪声的统计先验知识。这种方法的缺点是收敛较慢,尤其当自适应滤波器阶数较高时,计算量显著增加,甚至会达到不能容忍的程度。将 G.C. Carter 等人提出的广义相关算法用自适应滤波器来实现<sup>[9-12]</sup>,可以有效地改善收敛性能,不过其代价是进一步增加了计算复杂度。

本文提出一种二次加窗 LMS 自适应时延估计方法,可以在不影响收敛性能的情况下,有效地减少高阶自适应滤波器在时延估计迭代过程中的冗余计算量,适用于信号为带限平稳的白色随机过程的情况。

## 2 方法及其依据

考虑(1)式所示双基元被动检测信号模型:

$$x_1(n) = s(n) + n_1(n), \quad (1a)$$

$$x_2(n) = s(n - D) + n_2(n), \quad (1b)$$

式中  $s(\cdot)$  为目标信号,  $D$  为由于两接收器之间的距离而引起的延迟,  $n_1(\cdot)$ ,  $n_2(\cdot)$  分别为两接收器所接收到的背景噪声。假定信号和噪声均为高斯分布的白色平稳随机过程,三者互不相关,且其功率谱满足(2)式和(3)式:

1993-05-31 收到, 1994-02-01 定稿

邱天爽 男, 1954年生, 工程师, 博士生, 现从事信号处理方面的研究工作。

王宏禹 男, 1929年生, 教授, 博士生导师, 现从事信号处理方面的教学和研究工作。

$$G_{ii}(\omega) = \begin{cases} P_{i_1}, & \omega_0 \leq |\omega| \leq \omega_1; \\ 0, & \text{其它}; \end{cases} \quad (2)$$

$$G_{n_1 n_1}(\omega) = P_{n_1}, \quad |\omega| \leq \pi, \quad (i = 1, 2). \quad (3)$$

实际上, 信号  $s(n)$  与  $s(n-D)$  之间的时延效应可以近似等效为信号通过一有限脉冲响应滤波器的效应<sup>[3]</sup>. 这样, 时延估计可转化为对此有限脉冲响应滤波器的参数估计, 并可以在时间域利用 LMS 算法来自适应地实现. 可以证明, 当自适应滤波器收敛时, 其权矢量最大值所对应的时间就是时延估值, 即

$$\hat{D} = m_0, \quad (4a)$$

$$h(m_0) = \max[h(m)], \quad (4b)$$

式中  $h(m)$  代表自适应滤波器的权矢量,  $m_0$  为峰值点,  $\hat{D}$  为时延估值.

对于功率谱满足(2)式和(3)式的随机信号, 迭代收敛时自适应滤波器的权矢量如下式所示<sup>[4]</sup>:

$$h(m) = \frac{P_{i_1}}{P_{i_2} + P_{n_1}} \sqrt{\frac{P_{i_1}}{P_{i_1}}} \mathcal{F}^{-1}[\exp(-j\omega D)] = C A_{12} b(m-D), \quad (5a)$$

式中

$$A_{12} = \frac{P_{i_1}}{P_{i_2} + P_{n_1}} \sqrt{\frac{P_{i_1}}{P_{i_1}}}, \quad (5b)$$

$$b(m) = \text{sinc}(\omega_b m) \cos(\omega_c m), \quad (5c)$$

$$\omega_b = (\omega_1 - \omega_0)/2, \quad (5d)$$

$$\omega_c = (\omega_1 + \omega_0)/2, \quad (5e)$$

$C$  为一与带宽有关的系数. 可以看出,  $\omega_b$  为带限信号频带的半宽,  $\omega_c$  为其中心频率. 而且, (5)式所示的自适应滤波器权系数分布与相同信号的自相关函数具有相同的形式<sup>[5]</sup>. 对于低通带限随机过程, 由于

$$\omega_b = \omega_c = \omega_1/2, \quad (6)$$

故(5c)式中的  $b(m)$  可以进一步化简为

$$b(m) = \text{sinc}\left(\frac{\omega_1}{2} m\right) \cos\left(\frac{\omega_1}{2} m\right) = \text{sinc}(\omega_1 m). \quad (7)$$

对于带通带限随机过程, 若  $\omega_b \ll \omega_c$ , 即窄带信号, 则可将(5c)式中的  $\text{sinc}(\cdot)$  函数看作调制函数, 而将  $\cos(\cdot)$  函数看作载波, 如图1所示.

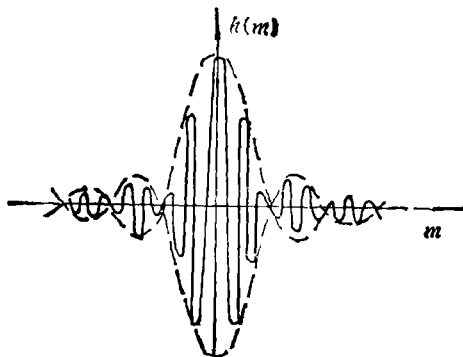


图1 自适应滤波器权系数分布情况  
(窄带输入信号)

在实际应用中, 尤其是当信号在色散性信道中传输时, 通常不采用低通或宽带信号. 这是因为: 一方面信号中的直流分量和工频干扰会对信号的处理产生不良影响; 另一方面, 在色散信道中信号的各频率分量的传播速度是不同的, 若采用宽带信号, 则有可能丢失信号间的相关信息. 此外, 当两接收器相距较远时, 必须减小信号的频带以获得较大

的相关时间。

由图 1 可知, 窄带的带通随机信号作为输入信号的自适应滤波器, 其权矢量分布为  $\text{sinc}(\cdot)$  函数调制正弦振荡的形式, 权矢量包络的最大值对应于全局最优点。包络的重复周期为

$$T_{\text{sinc}} = 2\pi/\omega_s, \quad (8)$$

包络中载波的振荡周期为

$$T_{\text{cos}} = 2\pi/\omega_c. \quad (9)$$

也就是说, 在全局最优点两侧, 每隔  $2\pi/\omega_c$  出现一个局部最优点。全局最大值就是局部最大值中最大的那一个。在自适应迭代过程中, 只要确定了各个局部最优点, 就可以在其中找到全局最优点。对于任何特定的信号和系统而言, 各局部最大值的位置是由信号的中心频率  $\omega_c$  和信号频带的半宽  $\omega_s$  决定的。

由此我们可以得到启示: 既然局部最大值是全局最大值的必要条件, 且各个局部最大值的位置是确定的, 那么经过一定的过渡过程之后, 只要对各个局部最大值所对应的权系数进行迭代更新, 同样可以得出全局最大值所对应的全局最优点。这相当于用一周期与载波振荡周期相同的时域梳状函数与自适应滤波器的权矢量相乘。这样, 避免了对各非局部最大值的权系数进行迭代更新, 从而减少了计算量。若

$$\omega_c = \omega_s/10, \quad (10)$$

即载波的每个振荡周期包含 10 个采样周期, 则在每次迭代过程中, 仅需对 1/10 的权系数进行迭代计算。这个过程是对权矢量的第一次加窗, 或称为加时域梳状窗。

当迭代接近收敛时, 即包络的主峰已明确且稳定时, 则改换为第二次加窗, 即用一宽度覆盖主包络半宽的矩形窗与权矢量相乘。其作用是进一步确认或调整全局最大值。此时, 权系数的迭代更新仅在此矩形窗口内进行。

### 3 性能分析

首先考察性能函数  $\xi$ 。自适应滤波器的均方误差  $E[\varepsilon^2(n)]$  是权系数矢量  $\mathbf{W}$  的二次型<sup>[16,17]</sup>, 如下:

$$\xi = E[\varepsilon^2(n)] = E[d^2(n)] + \mathbf{W}^T \mathbf{R} \mathbf{W} - 2\mathbf{P}^T \mathbf{W}, \quad (11)$$

其中  $\mathbf{W}$  为自适应滤波器的权矢量,  $\mathbf{R}$  为输入信号的自相关阵,  $\mathbf{P}$  为输入信号与期待响应的互相关矢量。显然,  $\xi$  是一个超抛物面, 具有唯一的最小值。超抛物面的维数, 对应于自适应滤波器的阶数。

梳状加窗函数可以表示为

$$C(m) = \sum_{k=0}^{[M/T_{\text{cos}}]} \delta(m + kT), \quad (12a)$$

式中

$$T = T_{\text{cos}}/T, \quad (12b)$$

$T$  为采样周期,  $M$  为自适应滤波器的阶数,  $[M/T_{\text{cos}}]$  表示  $M/T_{\text{cos}}$  的最大整数, 并令  $N = [M/T_{\text{cos}}]$ 。在实际应用中, 总可以通过选择  $\omega_c$  和  $\omega_s$  而使  $T$  为一整数。可将梳状



大。因此可知  $\Delta\xi_{\min} \geq 0$ , 即加窗之后  $\xi_{\min}$  会有所增大。实际上, 这是为减小计算量而付出的代价。不过计算机模拟表明, 对于满足(1)~(3)式条件的信号, 由于加窗而引入的偏差是可以忽略的。

矩形加窗的性能分析与梳状加窗的情况类似, 不再赘述。

## 4 计算机模拟

分别采用 LMS 法和二次加窗 LMS 法对带通带限的随机信号的时延估计进行了计算机模拟。按照(1)~(3)式构造随机信号  $x_1(n)$  和  $x_2(n)$ 。限带滤波器为一10阶 Butterworth 带通滤波器, 其下限和上限频率分别为 950Hz 和 1050Hz, 中心频率为 1000 Hz。采样频率设定为 10kHz, 时延真值为 10 个采样间隔, 自适应滤波器的阶数为 201 (即-100~+100)。分别按(23)式设定信噪比为 0dB 和 -10dB:

$$\text{SNR} \triangleq \int_{\omega_0}^{\omega_1} G_{ss}(\omega) d\omega / \int_{\omega_0}^{\omega_1} G_{nn}(\omega) d\omega \quad (23)$$

式中  $G_{ss}(\omega)$  和  $G_{nn}(\omega)$  分别为信号和噪声的自功率谱。

二次加窗 LMS 自适应时间延迟估计的步骤如下:

- (1) 自由迭代  $t_1$  次。  $t_1$  根据信号和系统的情况确定, 一般为几百次。
- (2) 当完成  $t_1$  次迭代时, 加梳状窗, 即迭代更新仅在各局部最大值的位置上进行。
- (3) 当迭代到  $t_2$  次时, 改换为矩形窗, 窗的中心位于此时的全局最大值处, 窗的宽度覆盖主包络的半宽。
- (4) 全部迭代完成之后, 由峰值检测得全局最大值。时延估值即为全局最大值所对应的位置。

表 1 给出了 LMS 和二次加窗 LMS 自适应时延估计的比较。表 1 中的峰值稳定度定义为

$$S_p \triangleq [(P_0 - P_1) / P_0] \times 100 \quad (24)$$

式中,  $P_0$  为权矢量的全局最大值,  $P_1$  为仅次于  $P_0$  的局部最大值。峰值稳定度是衡量时延估值稳定性的一个指标,  $S_p$  越大, 时延估值越稳定。

表 1

	SNR = 0dB		SNR = -10dB	
	LMS 法	二次加窗 LMS 法	LMS 法	二次加窗 LMS 法
相对计算时间(%)	100	12	100	12
收敛时迭代次数(次)	约 1400	约 1400	约 1400	约 1400
时延估值 $\hat{D}$	10	10	10	10
峰值稳定度 $S_p$	27.19	73.23	5.07	82.20

图 2 给出了上述两种时延估计方法计算机模拟的结果。

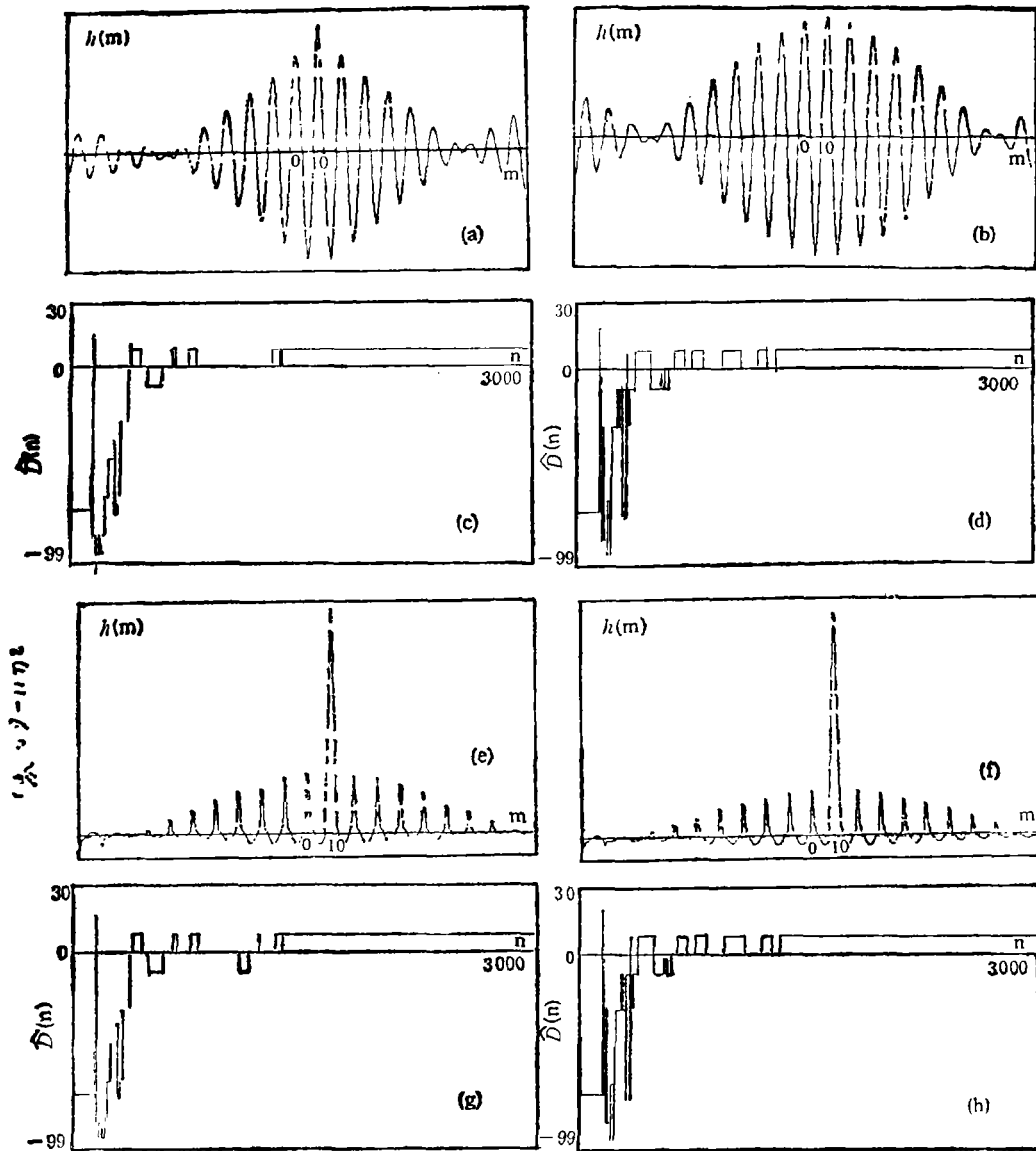


图 2 自适应时延估计计算机模拟的结果

- (a) 0dB 时 LMS 自适应 TDE 的权矢量分布曲线,
- (b) -10dB 时 LMS 自适应 TDE 的权矢量分布曲线,
- (c) 0dB 时 LMS 自适应 TDE 权峰值点跟踪曲线,
- (d) -10dB 时 LMS 自适应 TDE 权峰值点跟踪曲线,
- (e) 0dB 时二次加窗 LMS 自适应 TDE 的权矢量分布曲线,
- (f) -10dB 时二次加窗 LMS 自适应 TDE 的权矢量分布曲线,
- (g) 0dB 时二次加窗 LMS 自适应 TDE 权峰值点跟踪曲线,
- (h) -10dB 时二次加窗 LMS 自适应 TDE 权峰值点跟踪曲线.

## 5 结 论

理论分析和计算机模拟表明, 本文提出的二次加窗 LMS 自适应时间延迟估计方法不仅保持 LMS 算法的稳定性和收敛性, 而且对于减小计算量, 加快自适应时延估计的过程是十分有效的。这种方法对于高阶滤波器情况下的带限信号的时延估计具有一定的理论意义和实用价值。

## 参 考 文 献

- [1] Carter G C. IEEE Trans. on ASSP, 1981, ASSP-29(3): 461.
- [2] Carter G C. IEEE Trans. on ASSP, 1981, ASSP 29(9): 463—470.
- [3] 王宏禹. 现代谱估计. 南京: 东南大学出版社, 1990, 361—363.
- [4] Hannan E J, Thomson P J. Journal of Time Series Analysis, 1988, 9(1): 21—33.
- [5] Elliott D F. Handbook of Digital Signal Processing Engineering Application. California: Academic Press Inc., 1987, 789—897.
- [6] Widrow B, Glover J R, Mccool J M. *et al.* Proc. IEEE, 1975, 63(12): 1692—1716.
- [7] Reed F A, Feintuch P L, Bershad N J. IEEE Trans. on ASSP, 1981, ASSP-29(3): 561—571.
- [8] Feintuch P I, Bershad N J, Reed F A. IEEE Trans. on ASSP, 1981, ASSP-29(3): 571—576.
- [9] Knapp C H, Carter G C. IEEE Trans. on ASSP, 1976, ASSP-24(4), 320—327.
- [10] Youn D H, Ahmed N, Carter G C. Proc. IEEE, 1983, 71(4): 536—538.
- [11] Youn D H, Mathews V J. IEEE Trans. on ASSP, 1984, ASSP-32(4). 938—940.
- [12] Carter G C. Proc. IEEE, 1987, 75(2): 236—255.
- [13] Chan Y T, Riley J M F, Plant J B. IEEE Trans. on ASSP, 1981, ASSP-29(3): 577—581.
- [14] Youn D H, Ahmed N, Carter G C. IEEE Trans. on ASSP, 1983, ASSP-31(3): 780—784.
- [15] 吴祈耀. 随机过程. 北京: 国防工业出版社, 1984, 114—118.
- [16] Widrow B, Stearns S D 著. 王永德, 尤宪惠译. 自适应信息处理. 成都: 四川大学出版社, 1989, 10—20.
- [17] 王宏禹. 随机数字信号处理. 北京: 科学出版社, 1988, 386—397.

## LMS ADAPTIVE TIME DELAY ESTIMATION WITH TWO WINDOWS

Qiu Tianshuang Wang Hongyu

(Dalian University of Technology, Dalian 116023)

**Abstract** An LMS adaptive time delay estimation method with two windows is presented. This method can reduce the superfluous calculation greatly when the time of correlation is long. It is suitable for the time delay estimation of white band-limited random signals. The feasibility and the performances of this method are also studied.

**Key words** Adaptive time delay estimation, Two windows, LMS