

# 多层神经网络在跟踪式卡尔曼滤波器中的应用<sup>1</sup>

韩明华 袁乃昌

(国防科技大学电子工程学院 长沙 410073)

**摘要** 本文将多层神经网络引入跟踪式卡尔曼滤波器中,提高了估计的精确度。以前的跟踪式卡尔曼滤波器的估计精度与目标的运动状态有关,当目标的运动不能够用线性状态空间模型描述时,其估计精度将要下降。而多层神经网络的引入,改善了这一不足。多层神经网络经过训练以后,能够对卡尔曼滤波器的结果进行修正。仿真结果表明,由于多层神经网络的应用,估计精度显著提高。

**关键词** 目标跟踪, 卡尔曼滤波, 多层神经网络

**中图分类号** TN713, TN-052

## 1 引言

跟踪滤波器已经被广泛用于估计动态目标的位置、速度及加速度等参数。文献 [1, 2] 在线性状态空间模型的基础上提出了跟踪式卡尔曼滤波器 (Tracking Kalman Filter, TKF)。状态空间模型的提出是基于下面的假设: 目标的加速度是一阶马尔可夫过程, 背景噪声为白噪声。但是, 在实际应用中, 由于诸多的不确定性因素, 目标的运动往往无法用线性状态空间模型来近似。首先, 噪声为相关的非平稳过程; 其次, 由于实际目标的运动为非线性过程, 而且文献 [1, 2] 中提出的模型中还包括模型误差。即使目标的运动能够用线性状态空间模型来描述, 在进行 TKF 之前, 仍然需要对马尔可夫过程的参数进行估计, 而这些参数依赖于目标的运动。所以当目标的运动不确定时, 估计精度将大大降低。

多层神经网络 (Multilayered Neural Network, MNN)<sup>[3]</sup> 是由几层神经元构成的系统。每一个神经元与相邻的网络层中的每一个单元相连。MNN 有两个显著的优点: (1) 通过调整权值, 能够实现多输入、多输出的非线性映射; (2) 由于自身的非线性使 MNN 具有很强的适应能力。比如 MNN 对于相似的输入能够输出相似的结果。本文提出了一种对非确定性模型的修正方法: 将 MNN 与 TKF 结合起来, 通过对 MNN 的训练, 实现了对 TKF 估计结果的修正。计算机的模拟结果证明了这种方法的有效性。

## 2 跟踪式滤波器

在假定目标的加速度为一阶马尔可夫过程的基础上, 文献 [1, 2] 从状态空间模型推导出 TKF。定义状态向量  $X_k$

$$X_k = [X_k, X'_k, X''_k]^T, \quad (1)$$

其中  $X_k$  为笛卡尔坐标系下目标的位置向量,  $X'_k$  为目标的速度向量,  $X''_k$  为目标的加速度

<sup>1</sup> 1997-01-15 收到, 1998-02-23 定稿  
国家自然科学基金资助项目

向量,  $k$  是规一化的离散时间. TKF 中, 目标的运动由以下的状态空间模型来描述:

$$X_{k+1} = \Phi(\rho, \Delta)X_k + W_k, \quad (2)$$

$$\Phi(\rho, \Delta) = \begin{bmatrix} I & \Delta I & (\Delta^2/2)I \\ 0 & I & \Delta I \\ 0 & 0 & \rho I \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中  $\Delta$  为抽样周期,  $\rho$  是一阶马尔可夫过程的常量参数,  $0 \leq \rho \leq 1$ ,  $W_k$  是未知的激励信号.

雷达能在极坐标下测出目标的范围、方位角、高度角参量. 量测方程为

$$Y_k = h(X_k) + V_k, \quad (4)$$

这里  $h(X_k)$  是从  $X_k$  到位置的变换函数,  $Y_k$  是测得的数据,  $V_k$  是测量误差. 假设  $W_k$  和  $V_k$  满足广义平稳条件.

TKF 对状态向量  $X_k$  的估计为

$$\hat{X}_{k+1|k} = \Phi \hat{X}_{k|k}, \quad (5)$$

$$\hat{X}_{k|k} = \hat{X}_{k|k-1} + K_k[Y_k - h(\hat{X}_{k|k-1})]. \quad (6)$$

其中  $\hat{X}_{k|t}$  ( $t = k, k-1, \dots$ ) 是基于到时间  $t$  为止的测量值对  $X_k$  的估计, 增益矩阵  $K_k^{[1,2]}$

$$K_k = P_k H_k^T [H_k P_k H_k^T + R_k]^{-1},$$

$$H_k = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{X}_{k|k-1}}. \quad (7)$$

### 3 TKF 与 MNN 的结合

#### 3.1 滤波器的结构

如果实际目标运动严格遵循 (1) 式描述的线性状态模型, 则  $\hat{X}_{k|k}$  的估计是在  $E\{\|X_k - \hat{X}_{k|k}\|^2\}$  为最小意义下的最优估计. 但是, 估计值由于下面的原因而精确度降低:

(1) 在卡尔曼滤波理论中, 未知的激励信号  $W_k$  假设为白噪声. 然而在实际应用中  $W_k$  是相关的, 而且为非平稳过程.

(2) 因为绝大多数运动目标的特性为非线性, 线性状态模型 (1) 式中包含了线性近似误差. 即使实际运动目标完全遵循模型 (1) 式, 马尔可夫过程参量  $\rho$  以及  $Q_k$  的选取也要依赖于目标的运动<sup>[4]</sup>.

于是我们将 MNN 引入 TKF 中, 以克服模型不确定性带来的不足. 修正后的滤波器结构如图 1 所示. MNN 是由多层神经元组成的反馈网络, 每一个单元与相邻层的所有单元相连, 则每个单元的输入-输出关系为

$$\left. \begin{aligned} \text{net}_i^n &= \sum_j \omega_{ij}^{n-1} Q_j^{n-1} + \theta_i^n, \\ O_i^n &= f(\text{net}_i^n), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中  $O_i^n$  为第  $n$  层第  $i$  个单元的输出,  $\text{net}_i^n$  为第  $n$  层第  $i$  个单元的总输入,  $\theta_i^n$  为第  $n$  层第  $i$  个单元的偏差,  $\omega_{ij}^{n-1}$  为第  $n-1$  层第  $j$  个单元与第  $n$  层第  $i$  个单元之间的权值。

在隐含层我们采用“S”函数  $f(x) = \tanh(x)$ , 而在输入、输出单元中采用线性函数。在图 1 中  $\square$  和  $\circ$  分别表示线性函数和“S”函数。MNN 的输出向量  $\sigma \hat{X}_k$  是对  $\hat{X}_{k|k}$  的修正, 则修正后的估计值  $\hat{X}_k^*$  为

$$\hat{X}_k^* = \hat{X}_k + \sigma \hat{X}_{k|k}. \quad (9)$$

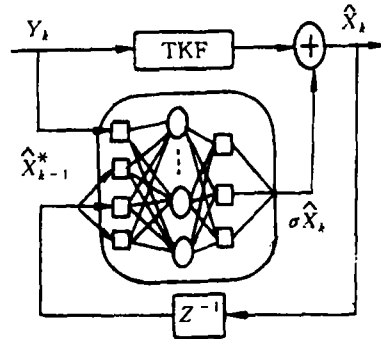


图 1 改进的滤波器的结构

在状态估计理论中, 要对  $k$  时刻做出估计必须知道  $k-1$  时刻的估计值和当前的测量值。所以, MNN 的输入向量为  $Y_k$  和前一步估计值  $\hat{X}_k^*$  的集合。为了保证 TKF 的稳定性, 在实际的应用中, TKF 与 MNN 是分别独立运行的。

### 3.2 MNN 的训练方法<sup>[5]</sup>

首先, 为训练过程定义价值函数:

$$J_{\text{TKF}} = E\{\|X_k - \hat{X}_{k|k}\|^2\} \rightarrow \text{minimum}. \quad (10)$$

在训练 MNN 时, 训练信号必须是已知的, 为典型目标运动的真实轨迹。在本文中我们考虑两种训练方法:

方法 1 用单目标的运动轨迹进行训练。

方法 2 用  $N$  个目标的运动轨迹进行训练。

在模型不确定性较小的情况下, 我们采用方法 1, 用常用的 BP 算法<sup>[3]</sup> 训练 MNN。当目标的运动比较复杂, 模型的不确定性较强而无法用线性空间模型来近似时, 我们采用方法 2 来对 MNN 进行训练, 即用多目标的运动轨迹来训练, 以增强 MNN 的适应性。

令  $Y_k^n$ ,  $X_k^n$  和  $\hat{X}_k^{n*}$  分别是在时刻  $k$  的雷达测量信号、实际状态向量和修正估计向量的第  $n$  个集合, 则新的滤波器可视为由一个 MNN 和  $N$  个 TKF 组成。令  $\text{TKF}_n$  表示第  $n$  个 TKF。当  $Y_k^n$  和  $\hat{X}_k^{n*}$  已知时, 我们通过  $\text{TKF}_n$  来计算  $\hat{X}_k^n$ , 训练 MNN 直到价值函数达到最小。

在时刻  $k$ , 对连接权值的修改从  $n=1$  到  $N$  依次重复。令  $\omega_k^n$  和  $\Delta\omega_k^n$  分别为连接权值和修正量。当在时刻  $k$  用第  $n$  个状态向量集进行训练时,  $\Delta\omega_k^n$  由下式给出:

$$\Delta\omega_k^n = \begin{cases} -\eta \frac{\partial J_k}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_k^{n-1}} = -\eta \frac{J_k^n}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_k^{n-1}}, & 2 \leq n \leq N; \\ -\eta \frac{\partial J_k}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_k^{N-1}} = -\eta \frac{J_k^n}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_k^{N-1}}, & n = 1. \end{cases} \quad (11)$$

## 4 仿真结果

我们通过计算机仿真来说明所提出方法的有效性。考虑一维跟踪问题, (2) 式中

$$\Phi(\rho, \Delta) = \begin{bmatrix} 1 & \Delta & 0.5\Delta \\ 0 & 1 & \Delta \\ 0 & 0 & \rho \end{bmatrix}, \quad R_k = \sigma_k^2, \quad h(X_k) = HX_k = [1 \ 0 \ 0]X_k. \quad (12)$$

注意, 其中  $h$  为非线性传输算子, 可以通过加入非线性的 MNN 进行修正, 则经过训练的 MNN 能够利用角度的测量值求解复杂的跟踪问题。

卡尔曼滤波理论中, 假设激励信号为白噪声, 我们必须选择方差  $Q_k$  的值保证 (1) 式描述的线性空间模型能够精确地描述实际目标的运动。在一维跟踪问题中,  $Q_k$  选取的最佳值为

$$Q_k = -2\sigma_M^2 \log \rho \begin{bmatrix} \Delta^2/20 & \Delta^3/8 & \Delta^2/6 \\ \Delta^3/8 & \Delta^2/3 & \Delta/2 \\ \Delta^2/6 & \Delta/2 & 1 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

其中  $\sigma_M^2$  为加速度的方差<sup>[1]</sup>, TKF 的初始化参照文献 [1, 2]。

仿真中, 目标以恒定的速率和恒定加速度  $a$  运动。目标的运动轨迹如图 2 所示。我们假设  $V$  是已知的,  $a$  是未知的, 状态向量  $X_k$  由下式给出:

$$X_k = [X_k, X'_k, X''_k] = \left[ \frac{V^2}{a} \sin \frac{Ka\Delta}{V}, V \cos \frac{Ka\Delta}{V}, -a \sin \frac{Ka\Delta}{V} \right], \quad (14)$$

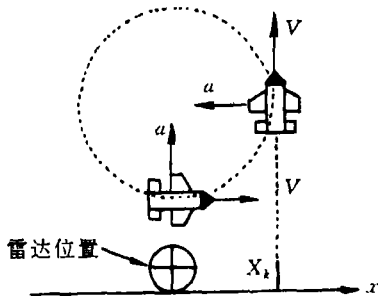


图 2 目标的运动轨迹

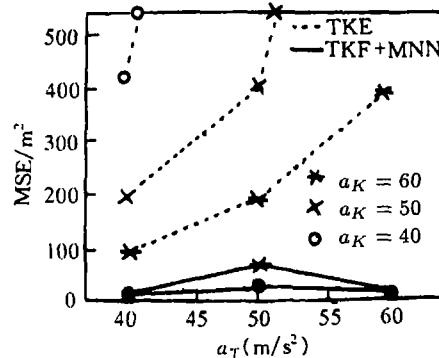


图 3  $a_T = a_L$  时 MSE 的比较

初始值为  $X_0 = [0 \ V \ 0]$ , 显然上面目标的运动不能够用 (1) 式中的线性空间模型来描述。为了尽可能精确的描述实际目标的运动, 参数  $\rho$  和  $\sigma_M^2$  估计值由下式给出

$$\rho = \cos(a\Delta/V), \quad \sigma_M^2 = a^2/2. \quad (15)$$

在运行 TKF 之前对  $a$  进行估计。定义横向加速度的估计值为  $a_K$ , 用加速度为  $a_L$  的目标的运动估计对 MNN 进行训练。从  $k = 1$  到  $k = k_S$ , 在  $a = a_K$  时运行 TKF 而不用

MNN, 这是因为当初值的估计误差较大时, MNN 的收敛速度较慢。从  $k = k_S + 1$  到  $k = k_E$ , 我们从初始状态  $\hat{X}_{k_S}^* = \hat{X}_{k_S|k_S}$  开始对 MNN 进行训练。

实例中,  $V = 400(\text{m/sec}), \Delta = 10(\text{m sec}), \sigma_M^2 = 400(\text{m}^2), k_S = 3000, k_E = 103000$ 。选择 3 层神经网络, 其中隐含层为 30 个单元。估计过程中 TKF 占主要作用而 MNN 只是产生较小的修正, 因此 MNN 的连接权值不宜太大。初始权值可以随机产生, 在  $\{-10^{-6}, 10^{-6}\}$  之间, 训练比率  $\eta$  设置为  $\eta = 10^{-5}$ 。除此之外, 我们再在“S”函数上加上一个固定的常数偏差 0.001, 这将加速训练的收敛速度。

训练完毕后, 我们固定 MNN 的连接权值, 对加速度为  $a_T$  的目标的状态分别用 TKF 和带有 MNN 的 TKF 进行估计, 执行 20000 次。利用均方误差 (MSE):

$$\text{MSE} = \frac{1}{20000} \sum_{k=1}^{20000} (X_k - \hat{X}_k)^T (X_k - \hat{X}_k) \quad (16)$$

来评价估计精度。

首先, 看一下用方法 1 训练的带有 MNN 的 TKF 的性能。图 3 显示了当  $a_T = a_L$  时的 MSE。条件  $a_T = a_L$  暗示了当训练 MNN 时为实际的横向加速度。在 TKF 中令  $a_K = 40, 50, 60 \text{ m/sec}^2$ , 而运行 MNN 时  $a_T = a_L = 40, 50, 60$ 。由图 3 可以看出, 经过 MNN 修正的估计结果要明显优于只有 TKF 的情况。

然而实际情况下, 我们无法知道实际的加速度  $a_T$ 。下面看一下估计精度与  $a_T - a_L$  (固定  $a_K = 50 \text{ m/sec}^2$ ) 的关系。仿真结果如图 4 所示。从仿真结果可以看出, 带有 MNN 的 TKF 的估计精度要比单独的 TKF 高得多。而且我们看到估计的精度随  $a_T - a_L$  的差值的增大而降低。这表明, 仅仅经过方法 1 训练的 MNN 不能在一个大的范围内对模型的比确定性进行补偿。

下面让我们来比较一下方法 1 和方法 2 的结果有何不同。固定  $a_K = 50 \text{ m/sec}^2$ , 通过 3 个  $\{a_L^1, a_L^2, a_L^3\} = \{40, 50, 60\} \text{ m/sec}^2$  轨迹来训练 MNN。对 MNN 的节点数和连接权值的设置如方法 1,  $k_S = 3000, k_E = 103000, \eta = 1.5 \times 10^{-6}$ 。仿真结果如图 5 所示。结果表明经过方法 2 训练的 MNN 能够在较大的范围内对模型的不确定性进行修正, 估计精度优于方法 1 训练的 MNN。

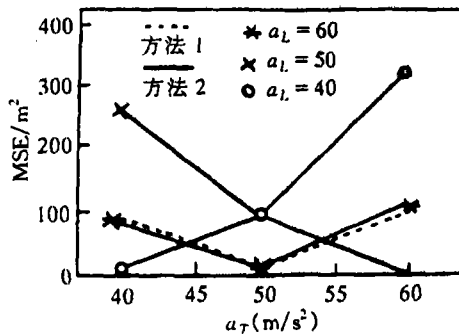


图 4  $a_K = 50 \text{ m/sec}^2$  时 MSE 的比较 (TKF 表示  $a_L = 50$ )

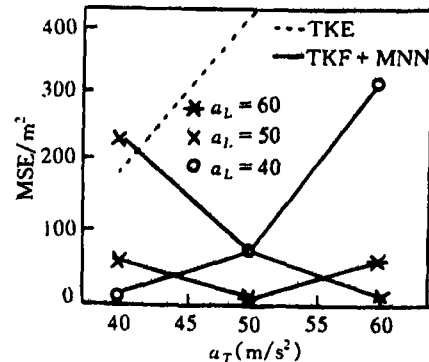


图 5 方法 1 和方法论 2 的比较 ( $a_K = 50 \text{ m/sec}^2$ , TKF 表示  $a_L = 50$ )

## 5 结 论

本文中提出了用 MNN 对 TKF 进行修正的方法,提高了估计的精度,弥补了单纯的 TKF 设计中的不足。本文中仅限于对目标跟踪方面的讨论,经过推广,本方法可以广泛地应用于其它的领域。由于该方法需要大量样本的训练以及目前计算能力的限制,还达不到实时性的要求。但这一不足可以通过并行处理的方式来解决,作者正在开展与此相关的算法的研究。

## 参 考 文 献

- [1] Singer R A. Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets. IEEE Trans. on Aerosp. Electron. Syst., 1970, AES-6(4): 473-483.
- [2] Singer R A, Behnke K W. Real-time tracking filter evolution and selection for tracking application. IEEE Trans. On Aerosp. Electron. Syst., 1970, AES-7(1): 100-110.
- [3] Rumelhart D E, Hilton G E, Williams R J. Learning Internal Representation by Error Propagation. In Parallel Distributed Processing, 1986, Chapter 8, 319-362.
- [4] Cloutier J R, Evers J H, Feeley J J. Assessment of air-to-air missile guidance and control technology. IEEE Cont. Syst. Mag., 1989, 9(6): 27-34.
- [5] Funahashi K. On the approximate realization of continuous mapping by neural networks. Neural Networks 1989, 2(3): 184-192.

## A IMPROVED TRACKING KALMAN FILTER USING MULTILAYER NEURAL NETWORK

Han Minghua    Yuan Naichang

(*Institute of Electronic Engineering, National University of Defence Technology, Changsha 410073*)

**Abstract** This paper presents a method to improve the estimation accuracy of a tracking Kalman filter (TKF) by using a multilayer neural network (MNN). The estimation accuracy of the TKF is degraded due to the uncertainties that cannot be expressed by the linear state-space model proposed in the literature. This fault is overcome due to the use of MNN. The results of the TKF can be modified by the treated MNN. Simulation results show that the estimation accuracy is much improved by using the MNN.

**Key words** Target tracking, Kalman filter, Multilayered neural network

韩明华: 男, 1975 年生, 硕士生, 从事雷达信号处理, 电磁散射和逆散射以及天线阵方面的研究。

袁乃昌: 男, 1965 年生, 副教授, 从事固态雷达发射机, 超宽带雷达系统技术等方面的研究。