

介质复数介电常数的微波测量*

张金标 邵方武

(天津理工学院,天津)

摘要 本文推广了 Roberts-Hippel 公式,对介质中相位常数编制的计算程序使我们能很快地得到它的多值解。该方法不需要特殊设备,但能满足一般介质材料的测量精度要求。

关键词 复数介电常数;微波测量;CAM

1. 引言

介质的复数介电常数的测量,一直受到人们的重视。特别是随着微波集成电路的发展以及微带天线阵的出现,对微波波段介质的复数介电常数的测量,提出越来越高的要求。如要求介电常数 ϵ_r 的测量误差在 1% 以内,而损耗角正切 $\tan \delta$ 要能测到 10^{-3} 的数量级。

介质的复数介电常数的微波测量方法种类很多。Courtney^[1] 介绍的用介质腔测量复数介电常数 ϵ_r 和 $\tan \delta$ 的方法就是一种较好的方法。我们没有追随近些年来国内外不断出现的方法,而是回到了 40 年代 Roberts 和 Von Hippel 的“古老的”反射法^[2,3]。该方法中,求解被测介质中相位常数 β_2 是一个非常讨厌的问题, Bowie 和 Kelleher^[4] 发表了他们的所谓快速方法,即限定样品尺寸和频率来减轻计算上的烦琐。我们不是在实验条件上加以限制,而是用电子计算机去完成这些烦琐的计算。该方法采用一般微波设备,测量的 ϵ_r 和 $\tan \delta$ 尚有较好的精度。这无疑给生产介质材料的工厂提供了一种检验手段。

$\tan \delta$ 的求解的困难在于 Roberts-Hippel 公式不够精确,尽管他们解决了这个问题,但未给出公式。

本文的前一作者推广了 Roberts-Hippel 公式,编写了计算介质中相位常数 β_2 的计算程序,测量精度能够满足一般介质材料测量的要求。

2. 实验方法

实验方法如图 1 所示,该方法原理是:由于在波导中加入介质,将使波导中的驻波极小点产生位移并使驻波波形的变化。测出这两个变化(相对于未加介质时),即可求出 ϵ_r 和 $\tan \delta$ 。具体情况如图 2 所示。

在介质中场方程为:

$$\left. \begin{aligned} E_2 &= E_{2i}e^{\gamma_2 z} + E_{2r}e^{-\gamma_2 z} \\ H_2 &= \frac{1}{Z_2} (E_{2i}e^{\gamma_2 z} - E_{2r}e^{-\gamma_2 z}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

* 1986年5月28日收到,1987年1月5日修改定稿。

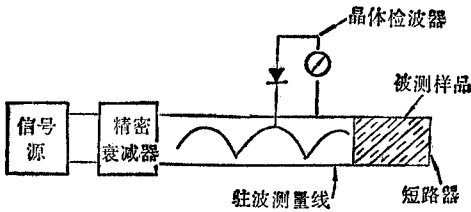


图1 微波介质测量的试验设备

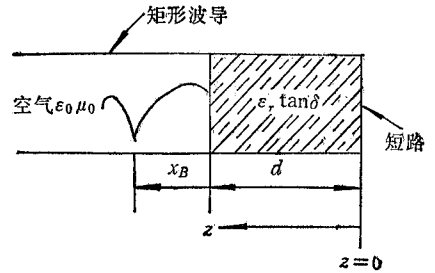


图2 反射法的场分布和坐标

在空气中:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= E_{1i}e^{i\beta_1 z} + E_{1r}e^{-i\beta_1 z} \\ H_1 &= \frac{1}{Z_1}(E_{1i}e^{i\beta_1 z} - E_{1r}e^{-i\beta_1 z}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中 Z_1 和 Z_2 分别是波导中空气和介质部分的波阻抗, $\gamma_2 = \alpha_2 + i\beta_2$ 是波导中介质部分的传播常数, α_2 为衰减常数, β_2 为相位常数。应用图 1 和图 2 给出的坐标和边界条件, 不难得到:

$$\frac{E_{\min}}{E_{\max}} = \frac{Z_2 \operatorname{th} \gamma_2 d + jZ_1 \tan \beta_1 x_0}{jZ_2 \operatorname{th} \gamma_2 d \tan \beta_1 x_0 + Z_1} \quad (3)$$

式中 E_{\min} 和 E_{\max} 是空气波导中的驻波极小值和极大值。 d 是样品长度, x_0 是样品前第一个驻波极小点至样品界面的距离。已知 $\frac{E_{\min}}{E_{\max}} \approx (\pi \Delta x) / \lambda_g$, λ_g 是波导中空气部分的波导波长, Δx 是最小点处 3dB 功率宽度, 不难得出:

$$\frac{\frac{E_{\min}}{E_{\max}} - j \tan \frac{2\pi x_0}{\lambda_g}}{1 - j \frac{E_{\min}}{E_{\max}} \cdot \tan \frac{2\pi x_0}{\lambda_g}} \cdot \frac{\lambda_g}{j2\pi d} = \frac{\operatorname{th} \gamma_2 d}{\gamma_2 d} \quad (4)$$

这就是所谓的 Roberts-Hippel 公式^[2,3]。取 (4) 式实部和虚部, 在 $\alpha_2 d$ 和 E_{\min}/E_{\max} 很小的条件下, 不难得到:

$$-\lambda_g \tan \frac{2\pi x_0}{\lambda_g} = \frac{\tan \beta_2 d}{\beta_2 d} \quad (5)$$

$$\epsilon_r = \frac{\frac{1}{\lambda_c^2} + \left(\frac{\beta_2 d}{2\pi d}\right)^2}{\frac{1}{\lambda_c^2} + \frac{1}{\lambda_g^2}} \quad (6)$$

$$\tan \delta = \frac{\Delta x}{d} \left[\frac{\left(\frac{1}{\lambda_c^2} + \frac{1}{\lambda_g^2}\right) - \frac{1}{\lambda_c^2 \epsilon_r}}{\frac{1}{\lambda_c^2} + \frac{1}{\lambda_g^2}} \right] \times \frac{\beta_2 d \left(1 + \tan^2 \frac{2\pi x_0}{\lambda_g}\right)}{\beta_2 d (1 + \tan^2 \beta_2 d) - \tan \beta_2 d} \quad (7)$$

式中 λ_c 是波导截止波长。对 H_{10} 波, $\lambda_c = 2a$ 。

这样只要测出样品长度 d , λ_g 和波节点位置 x_0 , 就可以由 (5) 式解出 $\beta_2 d$, 由 (6) 和 (7) 式可求出 ϵ_r 和 $\tan \delta$ 。实验证明由 (6) 式得到的 ϵ_r 是足够精确的, 但是由 (7) 式得到的 $\tan \delta$, 其精度是不够的。诚如 Dakin 和 Works^[3] 所指出的, 应该除去波导壁上的损耗, 这包括介质与空气分界面至第一个波节点处波导的损耗, 还要除去与介质样品同样长的一段波导的损耗。Dakin 和 Works 并没有给出这个式子, 在文献 [2] 中也未看到, 下面我们给出了计算公式。此时 (2) 式必须写成:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= E_{1i} e^{(\alpha_w + i\beta_1)x} + E_{1r} e^{-(\alpha_w + i\beta_1)x} \\ H_1 &= \frac{1}{\epsilon_1} (E_{1i} e^{(\alpha_w + i\beta_1)x} - E_{1r} e^{-(\alpha_w + i\beta_1)x}) \end{aligned} \right\} \quad (2a)$$

此时 (3) 式必须写成:

$$\frac{E'_{\min}}{E'_{\max}} = \frac{e^{\alpha_w x_0} e^{i\beta_1 x_0} (\eta_2 \operatorname{th} \gamma_2 d + \eta_1) + (\eta_2 \operatorname{th} \gamma_2 d - \eta_1) e^{-\alpha_w x_0} e^{-i\beta_1 x_0}}{e^{\alpha_w x_0} e^{i\beta_1 x_0} (\eta_1 \operatorname{th} \gamma_2 d + \eta_2) - (\eta_1 \operatorname{th} \gamma_2 d - \eta_2) e^{-\alpha_w x_0} e^{-i\beta_1 x_0}} \quad (3a)$$

考虑 $\alpha_w x_0$ 很小, 不难得到

$$\frac{E'_{\min}}{E'_{\max}} \approx \frac{\eta_2 \operatorname{th} \gamma_2 d \cos \beta_1 x_0 + j\eta_1 \sin \beta_1 x_0 + \alpha_w x_0}{j\eta_2 \operatorname{th} \gamma_2 d \sin \beta_1 x_0 + \eta_1 \cos \beta_1 x_0}$$

令

$$\frac{E_{\min}}{E_{\max}} = \frac{E'_{\min}}{E'_{\max}} - \alpha_w x_0 = \frac{\pi \Delta x}{\lambda_g} - \alpha_w x_0 \quad (8)$$

得

$$\frac{E_{\min}}{E_{\max}} = \frac{\eta_2 \operatorname{th} \gamma_2 d + j\eta_1 \tan \beta_1 x_0}{j\eta_2 \operatorname{th} \gamma_2 d \tan \beta_1 x_0 + \eta_1} \quad (9)$$

(9) 式即是推广了的 Roberts-Hippel 公式, 它除去了介质前面波导壁上的损耗。

考虑到 $\alpha_2 = \alpha_w + \alpha_d$ (α_w 与前面一样是波导壁上的损耗, α_d 是所要测量的介质损耗), 则得到

$$\begin{aligned} \tan \delta &= \frac{\Delta x}{d} \left(1 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda_c^2 \epsilon_r} \right) \cdot \frac{\beta_2 d \left(1 + \tan^2 \frac{2\pi x_0}{\lambda_g} \right)}{\beta_2 d (1 + \tan^2 \beta_2 d) - \tan \beta_2 d} \\ &\quad - \frac{\Delta x_w}{dw} \cdot \frac{\pi}{\lambda_g} \frac{\lambda_0}{\pi \sqrt{\epsilon_r}} \left(1 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda_c^2 \epsilon_r} \right)^{1/2} \\ &\quad \times \left[\frac{\beta_2 \lambda_g}{2\pi d} \cdot \frac{\beta_2 d \left(1 + \tan^2 \frac{2\pi x_0}{\lambda_g} \right)}{\beta_2 d (1 + \tan^2 \beta_2 d) - \tan \beta_2 d} x_0 - 1 \right] \end{aligned} \quad (10)$$

其中 Δx_w 是空心波导时在驻波极小点处的 3dB 宽度, dw 是该极小点至短路器的距离。

3. 程序设计和实验结果

(5) 式是超越方程, 其解是多值的。我们通过作两次不同长度的样品的实验来克服多值性。我们让计算机帮助我们作两件事:

- (1) 很快求解出超越方程的根, 并得到我们希望得到的那么多的多值解。
- (2) 对应超越方程的每一个根, 都有相应的 ϵ_r , 计算机帮助我们挑出正确的 ϵ_r 。

表 1 用 (6) 和 (10) 式计算的结果

材 料	ϵ_r	$\tan \delta$
尼 龙	3.03	0.0102
有 机 玻 璃	2.61	0.0075
聚四氟乙烯	2.05	0.00025

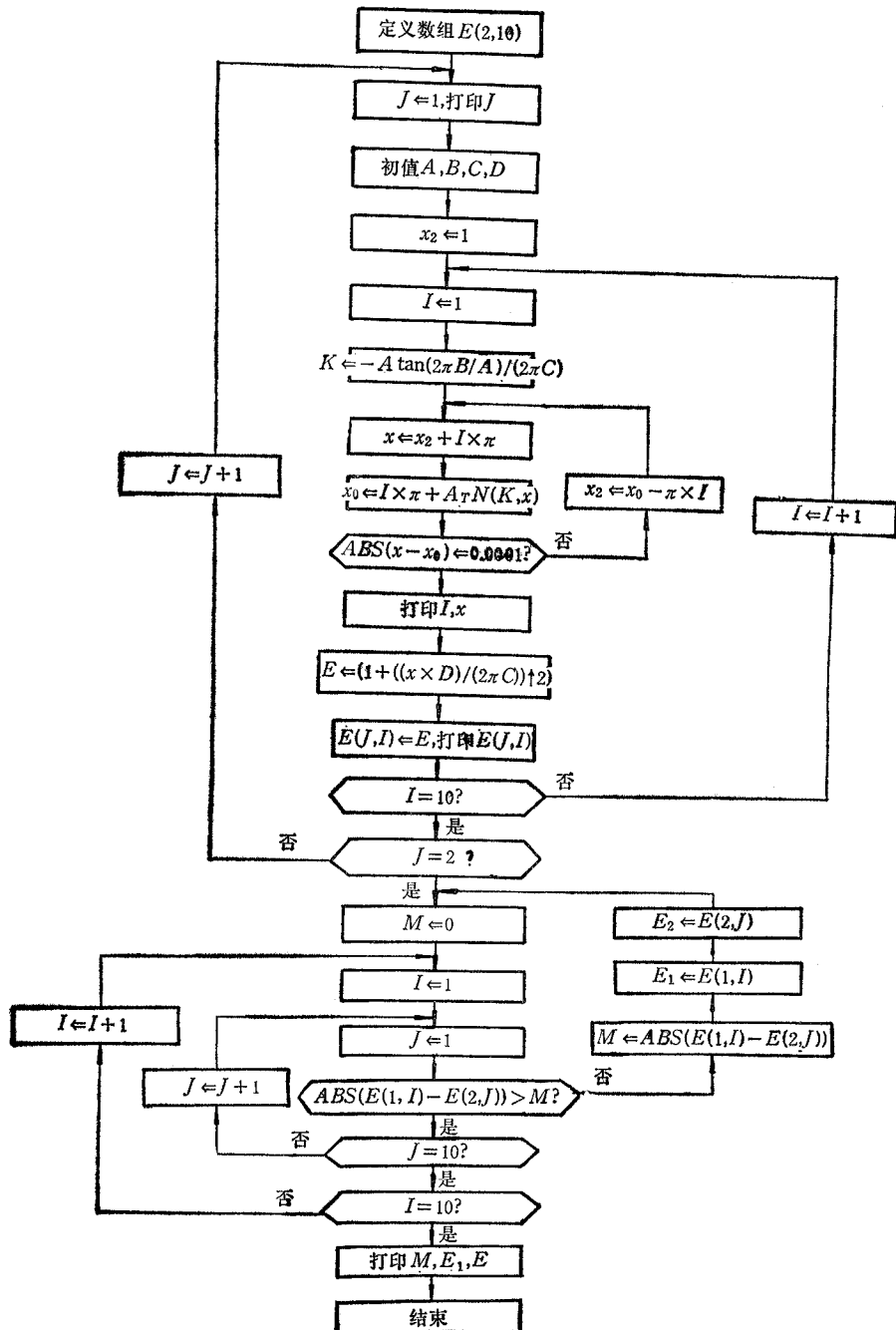


图 3 计算 ϵ_r 的流程图

计算 ϵ_r 的流程图示于图 3。实验结果列于表 1。

4. 结束语

从表 1 中的结果可以看出, 它们与文献中的结果相同^[2,3]。这证明我们导出的公式和所编程序是正确。

表 2 是由没有修正的 (7) 和 (6) 式计算出来的¹⁾。表现出 $\tan \delta$ 的数值偏大, 这是由于未扣除波导中的损失所致。

表 2 用 (6) 和 (7) 式计算的结果

材 料	ϵ_r	$\tan \delta$
尼 龙	3.07	0.0134
有 机 玻 璃	2.63	0.0105
聚四氟乙烯	2.05	0.0014

实验结果表明 ϵ_r 的测量是精确的。如以聚四氟乙烯为例其 $\epsilon_r = 2.05 \pm 0.007$, 而损失正切 $\tan \delta$ 可作到 $\tan \delta = 0.00025 \pm 0.0001$ 。

实验误差从 3cm 的仪器来说, 精度是够的, 误差来源主要来自信号源的频率稳定度, 从测量过程来看, 要不断放样品、取样品、短路等, 过程还是比较长的。所以一般需要仪器稳定以后再作实验, 而且最好多重几次取平均; 另一误差来源是样品尺寸的不精密。注意了以上几点, 实验结果还是比较可信和精确的。

参 考 文 献

- [1] W. E. Courtney, IEEE Trans. on MTT, **MTT-18**(1970), 467.
- [2] S. Roberts, A. Von Hippel, J. Appl. Phys., **17**(1946), 610.
- [3] T. W. Dakin, C. N. Works, J. Appl. Phys., **18**(1947), 789—796.
- [4] D. M. Bowie and K. S. Kelleher, IRE Trans. on MTT, **MTT-4**(1956), 137.

MICROWAVE MEASUREMENT OF COMPLEX DIELECTRIC CONSTANT

Zhang Jinbiao, Shao Fangwu

(Tianjin Institute of Technology, Tianjin)

ABSTRACT In this paper, the formula given by S. Roberts and A. Von Hippel (1946) has been expanded. We make a program for calculating the phase constant of tested material which is put into the waveguide and for obtaining the multi-value solutions. The method for determining ϵ_r and $\tan \delta$ of a tested material does not need special equipments, but it can meet the accuracy requirement for testing ordinary materials.

KEY WORDS Complex dielectric constant; Microwave measurement; CAM

1) 表 2 中的 ϵ_r 的数据比表 1 偏大, 这是由于法兰附近的反射所引入的。