

无线网络中平均功率受限的延时确保调度机制的最优化研究

杭大明 马正新 曹志刚
(清华大学电子工程系 北京 100084)

摘要 该文研究了在高斯信道下平均发射功率受限的延时确保调度器的最优化问题。文章首先证明了对于延时确保条件下平均发射功率最优的时不变调度器,其最优的平均发射功率为延时确保界 D_{\max} 的单调递减函数,并根据其单调性给出了平均发射功率最优调度器和延时确保最优调度器之间的对偶关系。基于该关系,给出了到达过程未知条件下平均功率受限的延时确保最优调度器的实现形式。该实现形式中参数的确定方法也在给定到达过程分布的条件下给出,并以泊松到达为例进行了分析。文章的最后还给出了该调度器的一种实际实现方案并进行了仿真,仿真结果表明该方案能够达到调度器的最优。

关键词 调度, 延时确保, 功率控制

中图分类号: TN915.65 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2006)02-0272-05

The Optimization of Delay-Guarantee Scheduler with Power Constraint in Wireless Networks

Hang Da-ming Ma Zheng-xin Cao Zhi-gang

(Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract In this paper, packet scheduling with average transmit power constraint over Gaussian channels is considered with the objective to minimize the maximum delay constraint. It is proved that the optimal average transmit power is decreased with the maximum delay constraint for non-time-varying schedulers with maximum delay constraint. Then the equivalence between the optimal scheduler for average transmit power and for maximum delay constraint is proved according to the decreasing property. Then, the form of non-time-varying optimal scheduler based on this equivalence is given. The scheduler's parameter, which also reflects the performance, is determined under some certain arrival process, with an example of Poisson arrival. A practical design for this scheduler is presented and simulations show that this design can realize the optimal scheduler.

Key words Scheduling, Delay guarantee constraint, Power control

1 引言

随着多媒体业务和无线网络的飞速发展,多媒体业务在无线网络中传输的需求也不断增长。对于无线网络节点而言,有限的能量要求其发射功率不能过高,在任意两个传输节点间,可靠传输所需要的功率和要传输的信息速率呈指数关系^[1,2],因此可以通过延长数据包的传输时间来降低所需要的功率;然而,多媒体业务通常对延时比较敏感,这又使得传输时间不能任意的长。从而需要在延时和平均发射功率之间找出折衷方案。

目前的研究大多针对高斯信道进行,由于高斯信道的时不变特性,调度器的输出只需要根据其到达过程和当前的队列状况来推导;而对于无线衰落信道,由于其信道状态的时变特性,还需要知道当前时刻的信道状态,这往往通过实时

的动态规划过程来达到最优调度^[1,2],复杂性相应提高。

根据对传输延时要求的定义不同,学术界对于这一类问题的研究主要可以分为两类:一类是考虑平均延时受限情况下的功率最优^[1,2],另一类是考虑一组数据包的死期受限情况下的功率最优^[3-5]。

最近,文献[6]给出了一种更为严格和符合多媒体业务服务质量要求的情况:考虑严格的最大延时受限情况下的功率最优,给出了当到达过程的分布未知的情况下,功率最优的鲁棒性调度器形式:对于时不变的调度器,其形式为简单的输入平均;而对于允许时变的调度器,其形式也并不复杂,为一个简单的实时灌水过程。但该研究仅仅基于高斯信道进行,对其他无线衰落信道尚未涉及。

上述的研究基本上都是基于某一种延时受限的状况下

对平均发射功率最优的调度器的设计。而对于无线通信系统尤其是移动系统而言，由于电池容量的限制，当给定使用持续时间要求时，其平均发射功率会有明确的受限值，在这种情况下如何进行系统的延时确保最优调度，也是一个非常值得研究的课题。本文就从这个角度出发，首先证明了延时确保受限的平均发射功率最优调度器的平均功率是延时确保界的单调递减函数，并由该单调性给出了延时确保最优调度器与平均功率最优调度器之间的对偶关系，从而得到在到达过程未知条件下高斯信道平均发射功率受限的最小化延时确保界的时不变调度器形式。该实现形式中的参数确定也在给定某一种到达分布的情况下进行了分析，该参数同时也反映了该调度器的延时确保性能。

本文主要针对高斯信道进行研究。由于卫星通信中同样存在着卫星电池能量有限的问题，且卫星无线信道为高斯信道，因此本文的研究对卫星无线信道下的功率和延时优化有着直接的指导意义。

本文的后续部分安排如下。在第 2 节中，首先证明了延时确保调度器的最大延时界最优和平均发射功率最优的对偶性，从而根据该对偶性给出了平均功率受限的延时确保调度器的最优时不变形式；在给定某一种到达分布的情况下，该类调度器的参数确定方法在第 3 节中给出，并以泊松过程为例进行了分析；在第 3 节还给出了在泊松到达的情况下该调度器的实际实现并给出仿真结果，最后在第 4 节总结全文。

2 最大延时界最优与平均功率最优的对偶关系

研究延时和发射功率关系的系统可以描述为图 1 所示的离散时间排队系统。分组的到达为一离散随机过程 X_t ，该排队系统在时隙 t 前的排队长度为 B_t ，在每个时隙 t 有一定数量 R_t 的分组输出发射，调度器的任务就是根据当前的排队长度和过往的到达分组情况决定 R_t 的值，使系统满足一定的延时或功率限制。本文考虑系统所有到达的分组都必须在 D_{\max} 个时隙内传输完毕的情况，也就是说，系统的所有分组有一个延时确保界 D_{\max} 。

假定数据包的长度足够长，使得传输能够达到信道容量，则对于 Gauss 信道，根据信道容量公式可以得到瞬时速率与发射功率之间的关系^[6]： $R_t = \log_2\left(1 + \frac{P}{\sigma^2}\right) \Rightarrow P = \sigma^2(2^{R_t} - 1)$ 。

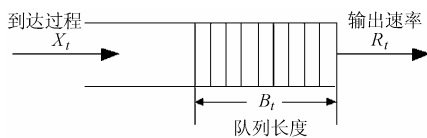


图 1 排队系统概念框图

不失一般性，令噪声 $\sigma^2 = 1$ ，有 $P = 2^{R_t} - 1 \approx 2^{R_t}$ ，即对于 Gauss 信道平均发射功率和发送速率之间满足指数关系。于是有如下定义。

定义 1 (Gauss 信道下的平均发射功率) 假定数据包的长度足够长，使得传输能够达到信道容量，对于图 1 所示的离散时间排队系统，定义 Gauss 信道下的的平均发射功率为

$$\bar{P} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N 2^{R_t} \quad (1)$$

其中 R_t 表示时隙 t 发送的数据包个数。

文献[6,8]给出了最大分组延时小于等于 D_{\max} 的调度器的 FIR 滤波器表示。对于图 1 所示的系统，保证所有分组的最大延时小于等于 D_{\max} 的调度器可以表述为一个阶数为 D_{\max} 的 FIR 滤波器：

$$R_t = \alpha_0' X_t + \alpha_1' X_{t-1} + \dots + \alpha_{D_{\max}-1}' X_{t-D_{\max}+1} \quad (2)$$

其中滤波器系数有如下限制： $\sum_{i=0}^{D_{\max}-1} \alpha_i^{t+i} = 1, \forall t, 0 \leq \alpha_i' \leq 1, \forall t, i$ 。

当调度器为时不变时，上式可以表示为

$$R_t = \alpha_0 X_t + \alpha_1 X_{t-1} + \dots + \alpha_{D_{\max}-1} X_{t-D_{\max}+1} \quad (3)$$

其中 $\sum_{i=0}^{D_{\max}-1} \alpha_i = 1, 0 \leq \alpha_i \leq 1, \forall i$ 。

考虑到到达过程 X_t 为 i.i.d 的情况，且调度器时不变，可以得到^[6]：

$$\bar{P} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N 2^{R_t} = E[2^{R_k}] \quad (4)$$

若系统的最大延时为 D_{\max} ，则当 $\alpha_0 = \alpha_1 = \dots = \alpha_{D_{\max}-1} = 1/D_{\max}$ 时，该时不变调度器的平均发射功率最小^[1]，有

$$\bar{P}_{\text{opt}}(D_{\max}) = \min\{E[2^{R_k}]\} = E^{D_{\max}}\left[2^{(1/D_{\max})X_t}\right]$$

直观上来看，当最大延时限制增加时，系统可以在更长的时间里输出数据包，这所需要的平均发射功率会相应减少，即平均发射功率 $\bar{P}_{\text{opt}}(D_{\max})$ 随着固定最大延时 D_{\max} 的增加而降低。下面的引理从数学上证明了这一结论。

引理 1 (平均发射功率的单调递减性) 对于任意的输入过程 X_t 的分布 $f_X(x)$ ，延时受限的时不变功率最优调度器的平均输出发射功率是该调度器的最大延时 D_{\max} 的单调递减函数。

证明 令 $G(D_{\max}) = \ln \bar{P}_{\text{opt}}(D_{\max}) = D_{\max} \ln\left\{E\left[2^{(1/D_{\max})X_t}\right]\right\}$ ，

下面先证明 $G(D_{\max})$ 的单调递减性。

$$G'(D_{\max}) = \ln \left\{ E \left[2^{X_t/D_{\max}} \right] \right\} - \frac{\ln 2^{1/D_{\max}}}{E \left[2^{X_t/D_{\max}} \right]} E \left[2^{X_t/D_{\max}} X_t \right]$$

令 $a = 2^{1/D_{\max}} > 1$ 当 $D_{\max} > 0$, 则上式变为

$$G'(D_{\max}) = \ln \left\{ E \left[a^{X_t} \right] \right\} - \frac{\ln a}{E \left[a^{X_t} \right]} E \left[a^{X_t} X_t \right]$$

由于 $\frac{\partial^2(x \log_a x)}{\partial x^2} = \frac{1}{x \ln a} > 0$, when $x > 0, a > 1$, 所以函数 $x \log_a x$ 为下凸函数, 根据 Jensen's 不等式, 有

$$\begin{aligned} E[xa^x] &= E[a^x \log_a a^x] = E[\log_a (a^x)^{a^x}] \geq \log_a (E[a^x])^{E[a^x]} \\ &= E[a^x] \log_a (E[a^x]) \\ &\Rightarrow \frac{E[xa^x]}{E[a^x]} \geq \log_a (E[a^x]) \\ &\Rightarrow \frac{E[xa^x]}{E[a^x]} \ln a \geq \ln(E[a^x]) \end{aligned}$$

因此有: $G'(D_{\max}) = \ln \{E[a^{X_t}]\} - \frac{\ln a}{E[a^{X_t}]} E[a^{X_t} X_t] < 0$ 。

$G(D_{\max})$ 的导数小于 0, 因此 $G(D_{\max})$ 单调递减, 显然

$\bar{P}_{\text{opt}}(D_{\max}) = e^{G(D_{\max})}$ 也单调递减。证毕

下面考虑当平均发射功率受限时, 最大延时最优的调度器形式。该形式可以通过最大延时界最优调度器与平均功率最优调度器之间的对偶性获得如下定理:

定理 1 (延时确保的调度器在输出功率受限的情况下的延时最优表示) 已知输入过程 X_t 为 i.i.d, 输出为 R_t , 通过 Gauss 信道传输。要求该系统时间上的平均发射功率小于某一常数 P_{\max} , 使得系统中所有分组的最大延时最小的最优时不变调度器 $R_t = S(X_t, X_{t-1}, \dots)$ 和给定最大延时 D_{\max} 时平均功率最优的时不变调度器具有同样的形式:

$$R_t = \sum_{i=0}^{D_{\max}-1} \frac{1}{D_{\max}} X_{t-i} \quad (5)$$

证明 设给定的功率限制 P_{\max} 满足 $\bar{P}_{\text{opt}}(D_{\max}) \leq P_{\max} < \bar{P}_{\text{opt}}(D_{\max} - 1)$, 则对于任意最大延时小于等于 D_{\max} 的时不变调度器, 根据 $\bar{P}_{\text{opt}}(D_{\max})$ 的单调性有:

$$\bar{P}(D_{\max} - i) \geq \bar{P}_{\text{opt}}(D_{\max} - i) \geq \bar{P}_{\text{opt}}(D_{\max} - 1) > P_{\max}, \quad i \geq 1$$

因此, 所有最大延时小于 D_{\max} 的调度器的平均发射功率都必然大于 P_{\max} 。同时, 至少存在一个形式如

$R_t = \sum_{i=0}^{D_{\max}-1} \frac{1}{D_{\max}} X_{t-i}$ 的最大延时等于 D_{\max} 的时不变调度器,

满足 $\bar{P}(D_{\max}) \leq P_{\max}$ 。

证毕

3 平均发射功率受限的延时确保调度器

3.1 调度器参数的确定

最优调度器 $R_t = \sum_{i=0}^{D_{\max}-1} \frac{1}{D_{\max}} X_{t-i}$ 的阶数也就是该调度器

的延时确保界 D_{\max} , 当给定平均功率限制 P_{\max} , 该值的大小既给定了调度器参数实现, 也反映了调度器的关键性能。当给定到达过程 X_t 的分布 $f_{X_t}(x)$, 即可求出曲线 $\bar{P}_{\text{opt}}(D_{\max}) = E^{D_{\max}}[2^{(1/D_{\max})X_t}]$, 设该曲线的反函数为 $D^{-1}(P_{\max})$, 则可利用下式求得 D_{\max} :

$$D_{\max} = \lceil D^{-1}(P_{\max}) \rceil \quad (6)$$

其中, 式 $\lceil x \rceil$ 表示上取整。

一般而言, 某一离散随机变量的母函数都是已知的, 设 X_t 的母函数为 $\phi_{X_t}(s)$, 则有

$$\begin{aligned} \bar{P}_{\text{opt}}(D_{\max}) &= E^{D_{\max}} \left[2^{(1/D_{\max})X_t} \right] \\ &= E^{D_{\max}} \left[e^{(\ln 2/D_{\max})X_t} \right] = \phi_{X_t}^{D_{\max}}(\ln 2/D_{\max}) \end{aligned} \quad (7)$$

这样, 当知道到达过程 X_t 的母函数, 即可以根据上式采用非线性方程的数据迭代算法(如牛顿法)依据功率限制 P_{\max} 求出 D_{\max} 。

下面以到达为泊松过程为例求解。

平均到达速率为 λ 的泊松过程的母函数为 $\phi_\lambda(s) = \exp(\lambda(e^s - 1))$, 则有

$$\bar{P}_{\text{opt}}(D_{\max}) = \phi_\lambda^{D_{\max}} \left(\frac{\ln 2}{D_{\max}} \right) = \exp \left(D_{\max} \lambda \left(2^{1/D_{\max}} - 1 \right) \right) = P_{\max}$$

令

$$f(D_{\max}) = \exp \left(D_{\max} \lambda \left(2^{1/D_{\max}} - 1 \right) \right) - P_{\max} \quad (8)$$

其导数为

$$\begin{aligned} f'(D_{\max}) &= \exp(\lambda D_{\max} (2^{1/D_{\max}} - 1)) \left(\lambda 2^{1/D_{\max}} - 1 \right) \\ &\quad - \lambda D_{\max} 2^{1/D_{\max}} \ln 2 \times \frac{1}{D_{\max}^2} \end{aligned} \quad (9)$$

按下式迭代解方程 $f(D_{\max}) = 0$ 即可求得 D_{\max} 。

$$D_{\max}^{n+1} = D_{\max}^n - \frac{f(D_{\max}^n)}{f'(D_{\max}^n)} \quad (10)$$

图 2 根据式(8)~式(10), 给出了该调度器的时不变 FIR 滤波阶数随着功率限制 P_{\max} 变化的曲线。

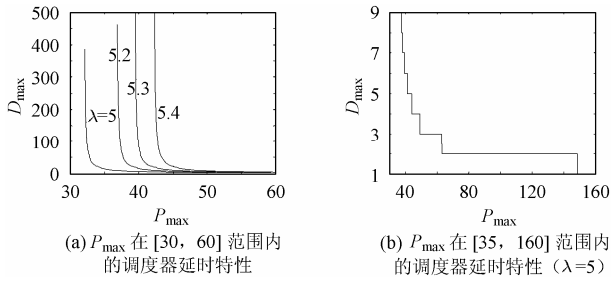


图 2 调度器的延时确保界与功率限制之间的关系

从上述性能分析可以得出如下结论：

- (1) 随着平均到达速率 λ 的增加，某一平均发射功率限制下调度器所能达到的延时确保性能随之下降；
- (2) 当平均发射功率限制小于等于 2^λ 时，该调度器所给出的延时确保界为无穷，即延时确保调度器不可实现；
- (3) 当平均发射功率大于 e^λ 时，该调度器给出延时确保界为最小值 1，也就是说，所有数据包可以在到达队列后立即发射出去；
- (4) 在平均发射功率大于 2^λ 附近，曲线很陡，即此时稍微增大平均发射功率限制值，即可大幅提高调度器的延时确保性能，随着平均发射功率受限值的增加，其延时确保性能的提升渐趋缓慢；当平均发射功率提高到 e^λ 后，延时确保界达到最小值 1，再增大平均发射功率已经没有意义。

3.2 调度器的实现

在实际系统中，到达过程 X_t 的分布一般而言是不知道的，因此，调度器首先需要对其分布进行估计，然后根据估计值确定 D_{max} ，从而给定调度器的形式。对到达过程 X_t 的估计往往先要假定其满足一定的概率分布，然后采用 MLE 方法估计其各分布参数。下面，我们假定到达过程为泊松过程，给出调度器的实现过程。

```

for each time slot  $t$ 
{
    //记到达的数据包个数为  $X(t)$ 
    //MLE 法估计到达过程参数  $\lambda$ 
     $\lambda = (X(1)+X(2)+\dots+X(t))/t$ ;
    //确定  $D_{max}$ 
    If ( $P_{max} \leq 2^\lambda$ )
         $D_{max}(t) = D_{max} Old$ ;
    Else if ( $P_{max} > \exp(\lambda)$ )
         $D_{max}(t) = 1$ ;
    Else
        //牛顿法计算  $D_{max}$ 
         $D_{max}(t) = \text{Newton}(P_{max}, \lambda)$ ;
    //根据  $D_{max}$  和过往到达数据包个数计算输出速率
     $\text{Output}(t) = \text{CalculateOutput}(D_{max}, X(t), X(t-1), \dots, X(t) - D_{max} + 1)$ ;
}
    
```

该实现过程有两点值得注意：

- (1) 对于泊松过程，其参数 λ 的 MLE 估计实际上就是其所有已知样本点的平均，而随着时间增加，样本点不断增多，因此其估计值也越来越趋近真实值；
- (2) 计算所得的输出速率往往为小数，需要离散化，近似为整数，两者差值不能直接舍弃，需要累计到下一次计算。

图 3 给出了当到达过程为平均速率 $\lambda = 5$ 的泊松过程、平均发射功率限制为 52 时，采用 MLE 估计参数的办法实现的调度器的仿真结果。其中图 3 (b) 给出的是每一个分组所经历的延迟，图 3(a), 3(c), 3(d) 分别给出的是每一个时隙内的 D_{max} 值、输出速率和输出功率。

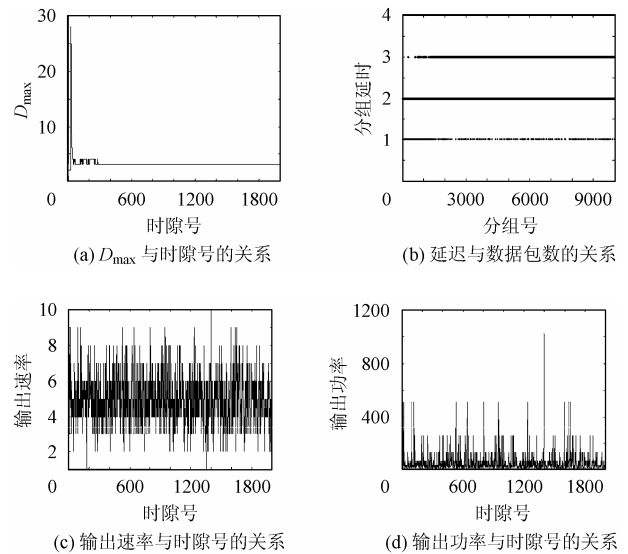


图 3 采用 MLE 估计的实际调度器仿真性能

根据仿真结果，该调度器的实际延时确保值为 3，与图 2(b) 给出的理论值相同，平均发射功率为 50.3580，小于给定限制值 52，其性能符合要求。同时，由于到达过程的参数为估计产生，因此初始需要一段时间 D_{max} 的值才进入稳定状态。另外，从输出速率和输出功率的结果图中还可以看出，由于高斯信道下的发射功率和发送速率之间的指数关系，使得输出功率的变化相当的剧烈，从而对实际系统功放的线性提出了较高的要求。

4 结束语

本文针对到达过程分布未知的情况，首先证明了高斯信道下平均发射功率受限和延时确保受限的时不变最优调度器之间的对偶关系，并基于该结论给出了平均发射功率受限时最小化延时确保界的鲁棒的时不变调度器的形式，提出了在给定某一到达分布情况下该类调度器的参数确定和性能分析方法，并以泊松到达为例进行了分析和性能仿真。

文章的结论可以用来指导为平均发射功率受限的系统设计最优的延时确保调度器,也可以用于对具有这一形式的调度器的性能分析。

参 考 文 献

- [1] Berry R, Gallager R. Communication over fading channels with delay constraints. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2002, 48(5): 1135 – 1149.
- [2] Rajan D, Sabharwal A, Aazhang B. Delay bounded packet scheduling of bursty traffic over wireless channels. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2004, 50(1): 125 – 144.
- [3] ElGamal A, Nair C, Prabhakar B, Uysal-Biyikoglu C, *et al.*. Energy-efficient scheduling of packet transmissions over wireless networks, IEEE INFOCOM Conference on Computer Communications, NY City, June 2002, Vol. 3: 1773 – 1782.
- [4] Prabhakar B, Uysal-Biyikoglu E, El Gamal A. Energy-efficient scheduling of packet transmissions over a wireless link via lazy packet scheduling, Proceedings of the IEEE INFOCOM, Anchorage, Alaska, April 2001, Vol. 1: 386 – 394.
- [5] Uysal-Biyikoglu E, Prabhakar B, El Gamal A. Energy-efficient scheduling of packet transmissions over a wireless link. *IEEE ACM Trans. on Networking*, 2001, 10(4): 487 – 499.
- [6] Khojastepour M A, Sabharwal A. Delay-constrained scheduling: power efficiency, filter design, and bounds, IEEE INFOCOM 2004, Hong Kong, March, 2004.
- [7] Shannon C E. A mathematical theory of communication, Bell Systems Technical Journal, July 1948: 379 – 423.
- [8] Khojastepour M A, Sabharwal A. Power optimal scheduling with maximum delay constraints, Forty First Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, Monticello, IL, October 2003.
- 杭大明: 男, 1977 年生, 博士生, 研究方向为通信与信息系统.
- 马正新: 男, 1969 年生, 副教授, 研究方向为通信与信息系统.
- 曹志刚: 男, 1939 年生, 教授、博士生导师, 研究方向为通信与信息系统.