

威伯尔和对数正态噪声中的检测问题*

朱兆达
(南京航空学院)

提 要

本文研究窄带非高斯 (non-Gaussian) 噪声中窄带相参和非相参脉冲串信号的离散时间检测。导出了局部最佳 (LO) 检测器结构, 它具有在窄带高斯噪声中的尼曼-皮尔逊 (Neyman-Pearson) 最佳检测器里引入局部最佳零记忆非线性 (LOZNL) 的形式。许多实用检测器属于与 LO 检测器相同类型的结构。导出了这些检测器功效的表达式。特别研究了威伯尔 (Weibull) 和对数正态噪声模型。导出了 LOZNL 和检测器功效, 并用曲线给出了数值结果。说明在皮特曼 (Pitman) 的渐近相对效率 (ARE) 意义上, 许多具有能更多抑制噪声包络分布尾部的非线性的检测器, 其渐近性能明显优于窄带高斯噪声中的尼曼-皮尔逊最佳检测器。

一、引 言

在窄带非高斯噪声中的检测理论方面, 文献 [1]—[4] 研究过已知信号的局部最佳 (LO) 检测, 文献 [5] 研究过决定和准决定信号的渐近最佳 (AO) 检测。但是, 未知初相的相参脉冲串和非相参脉冲串信号的 LO 检测, 尚未见有研究。在应用方面, 对于常视作雷达杂波模型的威伯尔 (Weibull) 和对数正态噪声中检测的研究, 主要是计算小样本性能, 只有少数文章 [6, 7] 给出对数正态噪声中某些检测器的渐近性能。这两类噪声中最佳检测问题尚未见有研究, 仅文献 [8, 9] 确定过最佳性能的契尔诺夫 (Chernoff) 限。

本文把 LO 检测器^[8, 9]概念应用于相参和非相参脉冲串信号的离散时间检测, 导出了这些信号的 LO 检测器结构。指出实用检测器和 LO 检测器在结构上的异同点。推导了它们的渐近性能表达式。特别研究了威伯尔和对数正态噪声中的检测。导出了这两类噪声中的局部最佳零记忆非线性 (LOZNL) 和检测器的功效。用曲线给出了检测器的渐近相对效率 (ARE) 的数值结果。

二、局部最佳检测器结构

考虑下述假设检验问题

$$\begin{aligned} H_0: \tilde{R} &= \tilde{N}, \\ H_1: \tilde{R} &= a\tilde{S} + \tilde{N}. \end{aligned} \quad (1)$$

* 1983年2月1日收到。
1984年3月21日修改定稿。

这里, $\tilde{\mathbf{R}}^T = (\tilde{r}_1, \tilde{r}_2, \dots, \tilde{r}_M)$, $\tilde{\mathbf{N}}^T = (\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \dots, \tilde{n}_M)$ 和 $a\tilde{\mathbf{S}}^T = a(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_M)$ 分别是窄带接收波形、噪声和信号的复包络样本矢量; $\tilde{r}_i = z_i e^{j\varphi_i}$, $i = 1, 2, \dots, M$; z_i 和 φ_i 分别是接收波形包络和相位的第 i 个样点值; a 是平均电压信噪比; $\tilde{s}_i = s_i e^{j\theta_i}$ 是经 a 归一化的信号复包络的第 i 个样点值; s_i 和 θ_i 分别是包络和相位的第 i 个样点值. 设信号和噪声的载频相同且已知. 我们假设噪声包络和相位统计独立, 噪声相位在 $[0, 2\pi]$ 上均匀分布, 噪声样本 $\{\tilde{n}_i, i = 1, 2, \dots, M\}$ 独立同分布, 其包络 pdf 为 $p_0(\cdot)$.

H_0 为真时, z_i 和 φ_i 的联合 pdf 为

$$f_0(z_i, \varphi_i) = \frac{1}{2\pi} p_0(z_i), \quad z_i \geq 0, \quad 0 \leq \varphi_i < 2\pi. \quad (2)$$

考虑 \tilde{r}_i 的实、虚部, 经变量变换, 可得 H_1 为真时, z_i 和 φ_i 的条件联合 pdf 为

$$f_1(z_i, \varphi_i | \theta_i) = \frac{z_i p_0(\sqrt{z_i^2 - 2as_i z_i \cos(\varphi_i - \theta_i) + a^2 s_i^2})}{2\pi \sqrt{z_i^2 - 2as_i z_i \cos(\varphi_i - \theta_i) + a^2 s_i^2}}, \quad z_i \geq 0, \quad 0 \leq \varphi_i < 2\pi. \quad (3)$$

在已知初相的相参脉冲串信号情形下, s_i 和 θ_i 都已知, 似然比为

$$\Lambda(\tilde{\mathbf{R}}) = \prod_{i=1}^M \frac{f_1(z_i, \varphi_i | \theta_i)}{f_0(z_i, \varphi_i)}. \quad (4)$$

本情形属于相参接收, 其 LO 检测器结构由下式

$$\left. \frac{\partial \Lambda(\tilde{\mathbf{R}})}{\partial a} \right|_{a=0} \geq T \quad (5)$$

决定. 这里 T 是判决门限. 由式(3)得

$$\left. \frac{\partial f_1(z_i, \varphi_i | \theta_i)}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{s_i \cos(\varphi_i - \theta_i)}{2\pi} \left[\frac{p_0(z_i)}{z_i} - p_0'(z_i) \right]. \quad (6)$$

利用式(6), 由式(4)得

$$\left. \frac{\partial \Lambda(\tilde{\mathbf{R}})}{\partial a} \right|_{a=0} = \text{Re} \left\{ \sum_{i=1}^M g_{c,lo}(z_i) e^{j\varphi_i} \tilde{s}_i^* \right\}, \quad (7)$$

式中,

$$g_{c,lo}(z) = \frac{1}{z} - \frac{p_0'(z)}{p_0(z)}. \quad (8)$$

式(7)表示窄带零记忆非线性 (ZNL) 一相关一取实部的结构. LOZNL 由式(8)决定.

在未知初相的相参脉冲串信号情形下, s_i 已知, $\theta_i = \theta_{i0} + \Delta\theta$, $\Delta\theta$ 在 $[0, 2\pi]$ 上均匀分布. 似然比为

$$\Lambda(\tilde{\mathbf{R}}) = \frac{\int_0^{2\pi} \left[\prod_{i=1}^M f_1(z_i, \varphi_i | \theta_i) \right] \frac{d(\Delta\theta)}{2\pi}}{\prod_{i=1}^M f_0(z_i, \varphi_i)}. \quad (9)$$

该情况属于非相参接收, 其 LO 检测器结构由下式

$$\left. \frac{\partial^2 \Lambda(\tilde{\mathbf{R}})}{\partial a^2} \right|_{a=0} \geq T \quad (10)$$

决定. 可以证明(见附录 I):

$$\left. \frac{\partial^2 \Lambda(\tilde{\mathbf{R}})}{\partial a^2} \right|_{a=0} = \frac{1}{2} \left\{ \left| \sum_{i=1}^M g_{c,lo}(z_i) s_i e^{j(\varphi_i - \theta_{i0})} \right|^2 + \sum_{i=1}^M g_{ic,lo}(z_i) s_i^2 \right\}, \quad (11)$$

式中, $g_{c,lo}(\cdot)$ 同式(8), $g_{ic,lo}(\cdot)$ 由下式

$$g_{ic,lo}(z) = \frac{p_0'(z)}{p_0(z)} + \frac{p_0'(z)}{z p_0(z)} - \left[\frac{p_0'(z)}{p_0(z)} \right]^2 \quad (12)$$

决定. 式(11)右边第一项表示窄带 ZNL-相关-包络检波结构的相参支路, 其 LOZNL 与已知初相的相参脉冲串信号情形相同, 由式(8)给定. 第二项表示包络检波-基带 ZNL-相关结构的非相参支路, 其 LOZNL 由式(12)决定. 由于非相参支路丢弃了相位信息, 所以起主要作用的应是相参支路.

在非相参脉冲串信号情形下, s_i 已知, θ_i 在 $[0, 2\pi]$ 上均匀分布, 诸 θ_i 独立, 似然比为

$$\Lambda(\tilde{\mathbf{R}}) = \frac{\int_{(\Theta)} \left[\prod_{i=1}^M f_1(z_i, \varphi_i | \theta_i) \right] \frac{d\Theta}{(2\pi)^M}}{\prod_{i=1}^M f_0(z_i, \varphi_i)}, \quad (13)$$

式中, $\Theta^T = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M)$ 是信号相位样本矢量. 这是非相参接收情形, 其 LO 检测器结构由式(10)决定. 利用式(2)、(13)和式(I-1)、(I-5) (见附录 I) 得

$$\left. \frac{\partial^2 \Lambda(\tilde{\mathbf{R}})}{\partial a^2} \right|_{a=0} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M g_{i,lo}(z_i) s_i^2, \quad (14)$$

式中,

$$g_{i,lo}(z) = \frac{p_0'(z)}{p_0(z)} - \frac{p_0'(z)}{z p_0(z)} + \frac{1}{z^2}. \quad (15)$$

式(14)表示包络检波-基带 ZNL-相关的结构, 其 LOZNL 由式(15)决定.

由上可见, 三类信号 LO 检测器的结构(未知初相的相参脉冲串信号情形指相参支路)都相当于在窄带高斯噪声中同类信号的尼曼-皮尔逊最佳检测器里引入适当的 LOZNL 处理而成的.

三、检测器功效表达式

许多实用检测器具有与 LO 检测器相同类型的结构, 如图 1 所示. 但 ZNL 特性 $g(\cdot)$ 和滤波器加权序列 $\{\tilde{h}_i\}$ 有差别. 图 1 所示检测器的一般结构考虑了把具有相同信号的 N 个独立分集信道的输出总加起来.

采用皮特曼的 ARE 来衡量大样本小信号条件下的检测器性能. 检测器 A 相对于检测器 B 的 ARE 可表示为它们的功效 e_A 与 e_B 之比, 即

$$\text{ARE}_{A,B} = \frac{e_A}{e_B}.$$

图 1(a) 检测器的检验统计量为

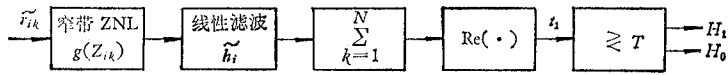
$$t_1 = \text{Re} \left\{ \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^M g(z_{ik}) e^{j\varphi_{ik}} \tilde{h}_{M+1-i} \right\}, \quad (16)$$

t_1 为渐近正态. 利用式(2)和(6)可得 t_1 的功效为

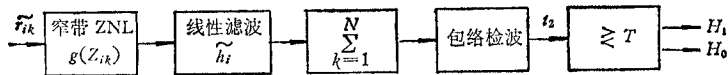
$$e_1 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\left[\frac{\partial E(t_1|a)}{\partial a} \Big|_{a=0} \right]^2}{N \text{var}_0(t_1)}$$

$$= \frac{\left\{ \int_0^\infty g(z) \left[\frac{p_0(z)}{z} - p'_0(z) \right] dz \right\}^2}{2 \int_0^\infty g^2(z) p_0(z) dz} \cdot \frac{\left\{ \sum_{i=1}^M \text{Re}(s_i \cdot \tilde{h}_{M+1-i}) \right\}^2}{\sum_{i=1}^M h_i^2}, \quad (17)$$

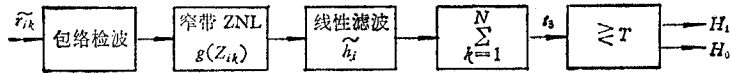
式中, $E(t_1|a)$ 是平均信噪比为 a 时 t_1 的均值, $\text{var}_0(t_1)$ 是 $a = 0$ 时 t_1 的方差, h_i 是 \tilde{h}_i 的模



(a) 已知初相的相参脉冲串信号的检测器



(b) 未知初相的相参脉冲串信号的检测器



(c) 非相参脉冲串信号的检测器

图 1 一般检测器结构

图 1(b) 检测器的检验统计量为

$$t_2 = \left| \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^M g(z_{ik}) e^{j\varphi_{ik}} \tilde{h}_{M+1-i} \right|, \quad (18)$$

t_2 不是渐近正态的, 通常的功效和 ARE 概念不能直接应用。可以证明(见附录 II): H_0 为真, 且 N 大时, t_2 近似服从瑞利 (Rayleigh) 分布, 其 pdf 为

$$p(t_2|H_0) = \frac{t_2}{\sigma^2} e^{-\frac{t_2^2}{2\sigma^2}}, \quad t_2 \geq 0, \quad (19)$$

式中,

$$\sigma^2 = N \int_0^\infty g^2(z) p_0(z) dz \sum_{i=1}^M \frac{h_i^2}{2}. \quad (20)$$

H_1 为真, 且 N 大, a 小时, t_2 近似服从赖斯 (Rice) 分布, 其 pdf 为

$$p(t_2|H_1) = \frac{t_2}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{t_2^2 + \xi^2}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{\xi t_2}{\sigma^2}\right), \quad t_2 \geq 0, \quad (21)$$

式中,

$$\xi = Na \int_0^{\infty} g(z) \left[\frac{p_0(z)}{z} - p'_0(z) \right] dz \left| \sum_{i=1}^M \frac{\tilde{s}_i \tilde{h}_{M+1-i}}{2} \right|. \quad (22)$$

如给定虚警和检测概率, 在 N 增大, a 减小时, ξ^2/σ^2 应不变. 由式(20)和(22)知

$$\frac{\xi^2}{\sigma^2} = e_2 Na^2, \quad (23)$$

式中,

$$e_2 = \frac{\left\{ \int_0^{\infty} g(z) \left[\frac{p_0(z)}{z} - p'_0(z) \right] dz \right\}^2}{2 \int_0^{\infty} g^2(z) p_0(z) dz} \cdot \frac{\left| \sum_{i=1}^M \tilde{s}_i \tilde{h}_{M+1-i} \right|^2}{\sum_{i=1}^M h_i^2}. \quad (24)$$

由类似于文献 [12] 定理 1 和 2 的讨论, 可把式(24)的 e_2 做为 t_2 的功效, 而且两个检测器的 ARE 也可表示为它们功效之比.

图 1 (c) 检测器的检验统计量为

$$t_3 = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^M g(z_{ik}) h_{M+1-i}, \quad (25)$$

t_3 为渐近正态. 利用式(2)、(3)和式(I-5) (见附录 I) 得 t_3 的功效为

$$e_3 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\left[\frac{\partial^2 E(t_3 | a)}{\partial a^2} \Big|_{a=0} \right]^2}{N \text{var}_0(t_3)} = \frac{\left\{ \int_0^{\infty} g(z) \left[p_0''(z) - \frac{p_0'(z)}{z} + \frac{p_0(z)}{z^2} \right] dz \right\}^2}{4 \left\{ \int_0^{\infty} g^2(z) p_0(z) dz - \left[\int_0^{\infty} g(z) p_0(z) dz \right]^2 \right\}} \cdot \frac{\left(\sum_{i=1}^M s_i^2 h_{M+1-i} \right)^2}{\sum_{i=1}^M h_i^2}. \quad (26)$$

由式(17)、(24)和(26)可见, 三类检测器的功效都可表示为两项的乘积, 第一项只与 ZNL 和噪声包络统计特性有关, 第二项只与滤波器和信号有关, 且在滤波器与信号匹配 (在非相参脉冲串信号情形下, 与信号包络平方匹配) 时达最大. 另外, e_1 和 e_2 的第一项相同, 为

$$e_c = \frac{\left\{ \int_0^{\infty} g(z) \left[\frac{p_0(z)}{z} - p'_0(z) \right] dz \right\}^2}{2 \int_0^{\infty} g^2(z) p_0(z) dz}. \quad (27)$$

e_3 的第一项为

$$e_i = \frac{\left\{ \int_0^{\infty} g(z) \left[p_0''(z) - \frac{p_0'(z)}{z} + \frac{p_0(z)}{z^2} \right] dz \right\}^2}{4 \left\{ \int_0^{\infty} g^2(z) p_0(z) dz - \left[\int_0^{\infty} g(z) p_0(z) dz \right]^2 \right\}}. \quad (28)$$

本文后面就分别称 e_c 和 e_i 为相参和非相参脉冲串信号检测器的功效.

现按式(27)推导检测相参脉冲串信号时一些检测器功效的表达式.

LO 检测器 $g(z) = g_{c,lo}(z)$ 由式(8)决定, 其功效为

$$e_{c,lo} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} g_{c,lo}^2(z) p_0(z) dz. \quad (29)$$

线性检测器 $g(z) = z, z \geq 0$, 其功效为:

$$e_{c,ln} = \frac{\left\{ \int_0^{\infty} [p_0(z) - zp'_0(z)] dz \right\}^2}{2E_0(z^2)}, \quad (30)$$

式中, $E_0(z^2)$ 是噪声包络的均方值. 如满足 $zp_0(z)|_0^{\infty} = 0$, 则有

$$e_{c,ln} = \frac{2}{E_0(z^2)}. \quad (31)$$

Dicke-fix 检测器 $g(z) = 1, z \geq 0$, 其功效为:

$$e_{c,Df} = \frac{\left\{ \int_0^{\infty} \left[\frac{p_0(z)}{z} - p'_0(z) \right] dz \right\}^2}{2}. \quad (32)$$

如 $p_0(z)|_0^{\infty} = 0$ 成立, 则有

$$e_{c,Df} = \frac{\left\{ \int_0^{\infty} \frac{p_0(z)}{z} dz \right\}^2}{2}. \quad (33)$$

对数检测器 $g(z) = \ln(bz), z \geq 0$, 其中 $b > 0$ 为一常数, 其功效为

$$e_{c,lg} = \frac{\left\{ \int_0^{\infty} \ln(bz) \left[\frac{p_0(z)}{z} - p'_0(z) \right] dz \right\}^2}{2 \int_0^{\infty} [\ln(bz)]^2 p_0(z) dz}. \quad (34)$$

同样可在式 (28) 的基础上, 导出检测非相参脉冲串信号时若干检测器功效的表达式.

LO 检测器 $g(z) = g_{i,lo}(z)$ 由式(15)决定, 其功效为

$$e_{i,lo} = \frac{1}{4} \int_0^{\infty} g_{i,lo}^2(z) p_0(z) dz. \quad (35)$$

平方律检测器 $g(z) = z^2, z \geq 0$, 其功效为

$$e_{i,sq} = \frac{\left\{ \int_0^{\infty} [z^2 p_0''(z) - zp'_0(z) + p_0(z)] dz \right\}^2}{4\text{var}_0(z^2)}. \quad (36)$$

如满足 $z^2 p_0'(z)|_0^{\infty} = 0$ 和 $zp_0(z)|_0^{\infty} = 0$, 则有

$$e_{i,sq} = \frac{4}{\text{var}_0(z^2)}. \quad (37)$$

线性检测器 $g(z) = z, z \geq 0$, 其功效为

$$e_{i,ln} = \frac{\left\{ \int_0^{\infty} \left[zp_0''(z) - p'_0(z) + \frac{p_0(z)}{z} \right] dz \right\}^2}{4\text{var}_0(z)}. \quad (38)$$

如满足 $zp_0'(z)|_0^{\infty} = 0$, 则有

$$e_{i,ln} = \frac{\left\{ \int_0^{\infty} \left[\frac{p_0(z)}{z} - 2p'_0(z) \right] dz \right\}^2}{4 \text{var}_0(z)} \quad (39)$$

因为总有 $\lim_{z \rightarrow \infty} p_0(z) = 0$, 因此只要 $p_0(z)|_{z=0}$ 有定义, 式(39)就可化为

$$e_{i,ln} = \frac{\left\{ \int_0^{\infty} \frac{p_0(z)}{z} dz + 2p_0(z) \Big|_{z=0} \right\}^2}{4 \text{var}_0(z)} \quad (40)$$

对数检测器 $g(z) = \ln(bz)$, $z \geq 0$, 其中 $b > 0$ 为一常数, 其功效为

$$e_{i,lg} = \frac{\left\{ \int_0^{\infty} \ln z \left[p'_0(z) - \frac{p'_0(z)}{z} + \frac{p_0(z)}{z^2} \right] dz \right\}^2}{4 \left\{ \int_0^{\infty} (\ln z)^2 p_0(z) dz - \left[\int_0^{\infty} \ln z p_0(z) dz \right]^2 \right\}} \quad (41)$$

二进积累检测器 $g(z) = u(z - T_1)$, $z \geq 0$, 这里 $u(\cdot)$ 是单位阶跃函数, T_1 是第一门限, 其功效为

$$e_{i,bn} = \frac{\left[\frac{p_0(T_1)}{T_1} - p'_0(T_1) \right]^2}{4[F_0(T_1) - F_0^2(T_1)]} \quad (42)$$

式中, $F_0(T_1) = \int_0^{T_1} p_0(z) dz$. 推导式(42)时考虑到总满足 $\lim_{z \rightarrow \infty} p'_0(z) = 0$ 和 $\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{p_0(z)}{z} = 0$.

中位数检测器 中位数检测器可看作二进积累检测器的特例. 令 $T_1 = z_m$, z_m 是噪声包络中位数. 由式(42)得中位数检测器的功效为

$$e_{i,md} = \left[\frac{p_0(z_m)}{z_m} - p'_0(z_m) \right]^2 \quad (43)$$

四、威伯尔和对数正态噪声中的检测

现在详细研究威伯尔和对数正态噪声中的检测. 威伯尔包络噪声的 pdf 为

$$p_0(z) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{z}{\beta} \right)^{\alpha-1} \exp \left[- \left(\frac{z}{\beta} \right)^{\alpha} \right], \quad z \geq 0, \quad (44)$$

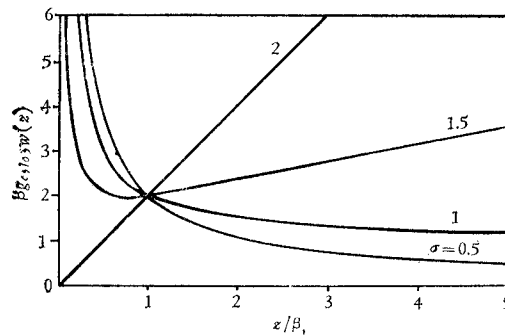


图2 威伯尔噪声中检测相参脉冲串信号时的归一化局部最佳非线性

表 1 威伯尔噪声中的检测

信 号	相参脉冲串	非相参脉冲串
LOZNL	$\frac{2-\alpha}{z} + \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{z}{\beta}\right)^{\alpha-1}$	$\frac{(\alpha-2)^2}{z^2} - \frac{3\alpha^2-4\alpha}{\beta^2} \left(\frac{z}{\beta}\right)^{\alpha-2} + \frac{\alpha^2}{\beta^2} \left(\frac{z}{\beta}\right)^{2\alpha-2}$
LO	$\begin{cases} \beta^{-2} \frac{\alpha(\alpha-2)}{2} \Gamma\left(1-\frac{2}{\alpha}\right), & \alpha > 2 \\ 2\beta^{-2}, & \alpha = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} \beta^{-4} \frac{(\alpha-2)(5\alpha^3-26\alpha^2+28\alpha-8)}{4} \Gamma\left(1-\frac{4}{\alpha}\right), & \alpha > 4 \\ 4\beta^{-4}, & \alpha = 2 \end{cases}$
线 性	$\beta^{-2} \frac{2}{\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right)}$	$\beta^{-4} \frac{\Gamma^2\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)}{4 \left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\right]}, \alpha > 1$
平 方 律		$\beta^{-4} \frac{4}{\Gamma\left(1+\frac{4}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{2}{\alpha}\right)}$
Dicke-fix	$\beta^{-2} \frac{\Gamma^2\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)}{2}, \alpha > 1$	
对 数*	$\beta^{-2} \Gamma^2\left(1-\frac{1}{\alpha}\right) \left\{ \frac{1}{2} + \frac{3}{\pi^2} \left[\psi\left(1-\frac{1}{\alpha}\right) + \alpha + C \right]^2 \right\}, \alpha > 1$	$\begin{cases} 0, & \alpha > 2 \\ \frac{24}{\pi^2} \beta^{-4}, & \alpha = 2 \end{cases}$
二进积累		$\beta^{-4} \frac{\left\{ \alpha \left(\frac{T_1}{\beta}\right)^{\alpha-2} \left[2 - \alpha + \alpha \left(\frac{T_1}{\beta}\right)^\alpha \right] \right\}^2}{4 \left\{ \exp \left[\left(\frac{T_1}{\beta}\right)^\alpha \right] - 1 \right\}}$
中 位 数		$\beta^{-4} \frac{\left\{ \alpha (\ln 2)^{1-2/\alpha} [2 - \alpha + \alpha \ln 2] \right\}^2}{4}$

检测器功效

* 表中, $\psi(\cdot)$ — ψ 函数, C —欧拉常数.

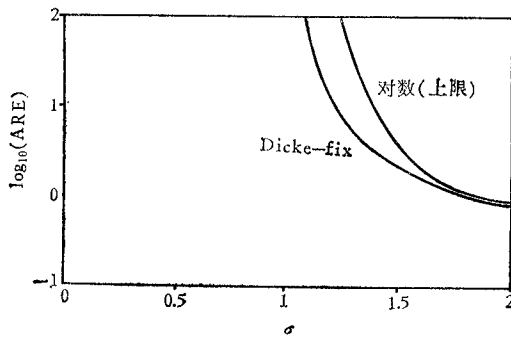


图 3 威伯尔噪声中检测相参脉冲串信号时, 几种检测器相对于线性检测器的 ARE

式中, $\alpha > 0$ 是形状参数, $\beta > 0$ 是尺度参数. α 越小, pdf 曲线尾部衰减越慢. $\alpha = 2$ 时,式(44)化为瑞利分布. 对数正态包络噪声的 pdf 为

$$p_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma z}} \exp\left[-\frac{\ln^2(z/z_m)}{2\sigma^2}\right], \quad z > 0, \quad (45)$$

表 2 对数正态噪声中的检测

信 号	相参脉冲串	非相参脉冲串
LOZNL	$\frac{2}{z} + \frac{\ln\left(\frac{z}{z_m}\right)}{\sigma^2 z}$	$\frac{1}{z^2} \left\{ \left[2 + \frac{\ln\left(\frac{z}{z_m}\right)}{\sigma^2} \right]^2 - \frac{1}{\sigma^2} \right\}$
LO	$z_m^{-2} \frac{e^{2\sigma^2}}{2\sigma^2}$	$z_m^{-4} \left(4 + \frac{4}{\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} \right) e^{8\sigma^2}$
线 性	$z_m^{-2} \cdot 2e^{-2\sigma^2}$	$z_m^{-4} \frac{1}{4(e^{\sigma^2} - 1)}$
平方律		$z_m^{-4} \frac{4}{e^{4\sigma^2}(e^{4\sigma^2} - 1)}$
Dicke-fix	$z_m^{-2} - \frac{e^{\sigma^2}}{2}$	
对 数	$z_m^{-2} \frac{(1 - \sigma^2 + \sigma^4)e^{\sigma^2}}{2\sigma^2}$	0
二进积累*		$z_m^{-4} \frac{\left\{ \left[\frac{\ln\left(\frac{T_1}{z_m}\right)}{\sigma^2} + 2 \right] \exp\left[-\frac{\ln^2\left(\frac{T_1}{z_m}\right)}{2\sigma^2} \right] \right\}^2}{8\pi\sigma^2 \left(\frac{T_1}{z_m}\right)^4 \Phi\left[\frac{\ln\left(\frac{T_1}{z_m}\right)}{\sigma}\right] \left\{ 1 - \Phi\left[\frac{\ln\left(\frac{T_1}{z_m}\right)}{\sigma}\right] \right\}}$
中 位 数		$z_m^{-4} \frac{2}{\pi\sigma^2}$

检测器功效

* 表中， $\Phi(\cdot)$ ——单位高斯分布函数。

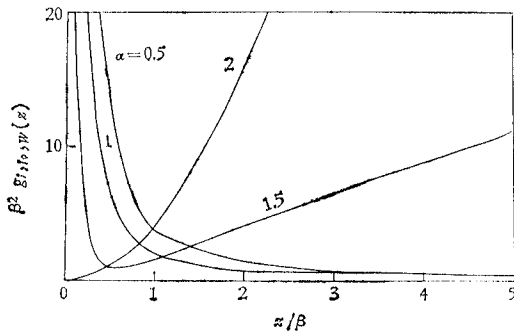


图 4 威伯尔噪声中检测非相参脉冲串信号时的归一化局部最佳非线性

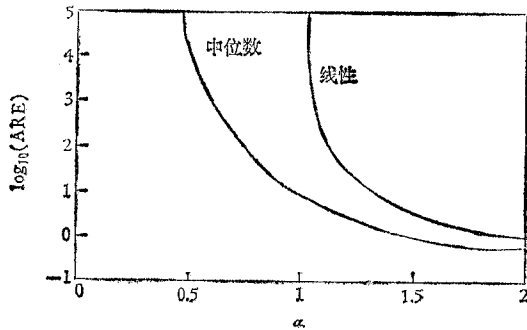


图 5 威伯尔噪声中检测非相参脉冲串信号时,几种检测器相对于平方律检测器的 ARE

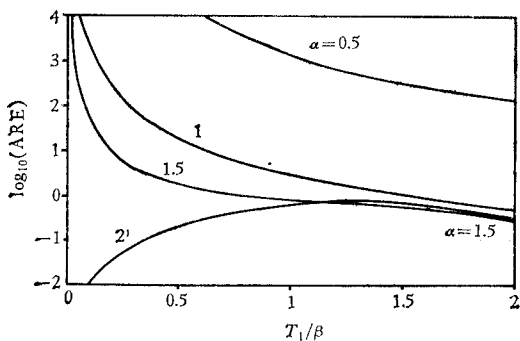


图 6 威伯尔噪声中检测非相参脉冲串信号时,二进积累检测器相对于平方律检测器的 ARE

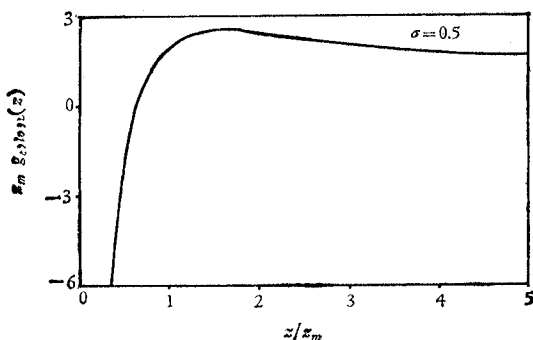


图 7 对数正态噪声中检测相参脉冲串信号时的归一化局部最佳非线性

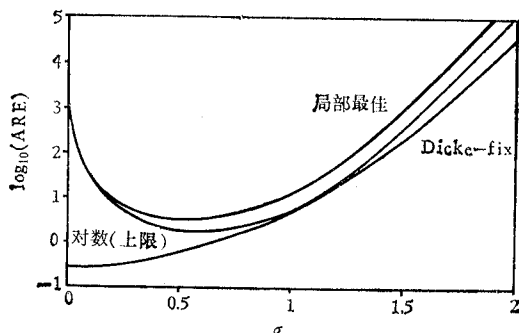


图 8 对数正态噪声中检测相参脉冲串信号时,几种检测器相对于线性检测器的 ARE

式中, $z_m > 0$ 是中位数, $\sigma > 0$ 是 $\ln z$ 的标准差. σ 越大, pdf 曲线尾部衰减越慢.

我们利用上面的结果推导了在威伯尔和对数正态噪声中检测相参和非相参脉冲串信号时的 LOZNL 和检测器功效的计算公式,并汇总在表 1 和表 2 中. 图 2—图 11 表示 LOZNL 和 ARE 的数值结果. 这里的 ARE, 在相参(非相参)脉冲串信号情形是相对于线性(平方律)检测器计算的. 众所周知,这两种检测器分别是窄带高斯噪声中检测这两类信号的尼曼-皮尔逊最佳检测器.

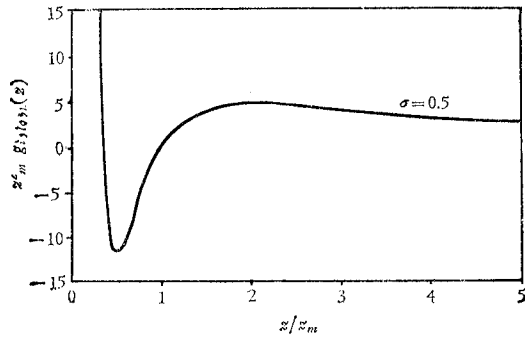


图 9 对数正态噪声中检测非相参脉冲串信号时的归一化局部最佳非线性

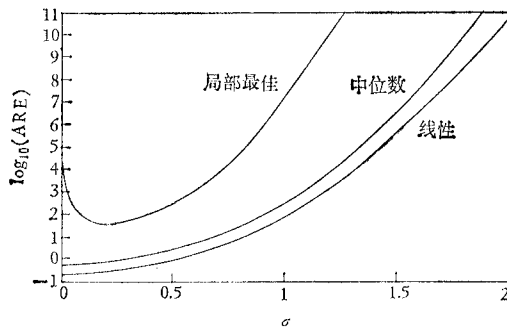


图 10 对数正态噪声中检测非相参脉冲串信号时，几种检测器相对于平方律检测器的 ARE

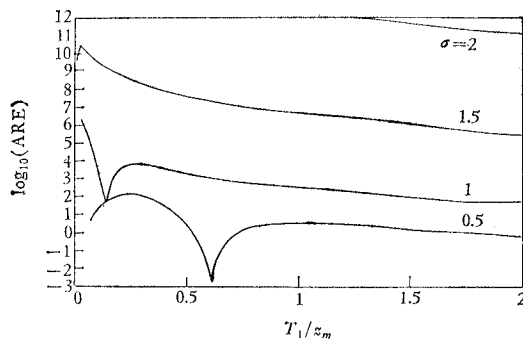


图 11 对数正态噪声中检测非相参脉冲串信号时，二进积累检测器相对于平方律检测器的 ARE

五、结 束 语

本文证明，窄带非高斯噪声中，相参和非相参脉冲串信号的 LO 检测器的结构都是由窄带高斯噪声中同类信号的尼曼-皮尔逊最佳检测器里引入相应的 LOZNL 构成的。许多实用检测器也有同类结构，只是细节特性不同。求出了它们的渐近性能表达式以及威

伯尔和对数正态噪声中的 LOZNL、LO 检测器和许多实用检测器的渐近性能。数值计算表明,一些具有简单易行的非线性特性的检测器,由于它们能更有效地抑制噪声包络 pdf 曲线的尾部,在威伯尔噪声的参数 α 减小或对数正态噪声的参数 σ 增大时,其渐近性能可明显优于窄带高斯噪声中的尼曼-皮尔逊最佳检测器。但对数检测器在对数正态噪声中检测非相参脉冲串信号时,理论上渐近性能极差。

附录 I 式(11)的推导

考察式(3)在 φ_i 的区间 $[0, 2\pi]$ 上的积分,知 H_1 为真时, z_i 的 pdf 与相位 θ_i 无关,可写成

$$p_1(z_i) = \int_0^{2\pi} \frac{z_i p_0(\sqrt{z_i^2 - 2as_i z_i \cos \varphi_i + a^2 s_i^2})}{2\pi \sqrt{z_i^2 - 2as_i z_i \cos \varphi_i + a^2 s_i^2}} d\varphi_i, \quad z_i \geq 0. \quad (\text{I-1})$$

由式(9)得

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2 \Lambda(\tilde{\mathbf{R}})}{\partial a^2} \right|_{a=0} &= \sum_{i=1}^M \int_0^{2\pi} \frac{\left. \frac{\partial^2 f_1(z_i, \varphi_i | \theta_i)}{\partial a^2} \right|_{a=0}}{f_0(z_i, \varphi_i)} \frac{d(\Delta\theta)}{2\pi} \\ &+ \sum_{i \neq l}^M \sum_{l=1}^M \int_0^{2\pi} \frac{\left[\left. \frac{\partial f_1(z_i, \varphi_i | \theta_i)}{\partial a} \frac{\partial f_1(z_l, \varphi_l | \theta_l)}{\partial a} \right] \right|_{a=0}}{f_0(z_i, \varphi_i) f_0(z_l, \varphi_l)} \frac{d(\Delta\theta)}{2\pi}. \end{aligned} \quad (\text{I-2})$$

利用式(2)、(3)和式 (I-1), (I-2) 的第一项可化为

$$I_1 = \sum_{i=1}^M \frac{\left. \frac{\partial^2 p_1(z_i)}{\partial a^2} \right|_{a=0}}{p_0(z_i)}. \quad (\text{I-3})$$

式 (I-1) 对 a 求导可得

$$\left. \frac{\partial p_1(z_i)}{\partial a} \right|_{a=0} = 0, \quad (\text{I-4})$$

$$\left. \frac{\partial^2 p_1(z_i)}{\partial a^2} \right|_{a=0} = \frac{s_i^2}{2} \left[p_0''(z_i) - \frac{p_0'(z_i)}{z_i} + \frac{p_0(z_i)}{z_i^2} \right]. \quad (\text{I-5})$$

把式 (I-5) 代入式 (I-3) 得

$$I_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M g_{i,10}(z_i) s_i^2, \quad (\text{I-6})$$

式中, $g_{i,10}(\cdot)$ 由式(15)决定。利用式(6)可把式 (I-2) 的第二项化为:

$$I_2 = \sum_{i \neq l}^M \sum_{l=1}^M \frac{s_i s_l \cos [(\varphi_i - \theta_{i0}) - (\varphi_l - \theta_{l0})]}{2} \left[\frac{1}{z_i} - \frac{p_0'(z_i)}{p_0(z_i)} \right] \left[\frac{1}{z_l} - \frac{p_0'(z_l)}{p_0(z_l)} \right]. \quad (\text{I-7})$$

利用下述等式

$$\begin{aligned} &\left| \sum_{i=1}^M b_{1i} e^{jc_{1i}} b_{2i} e^{jc_{2i}} \right|^2 \\ &= \left[\sum_{i=1}^M b_{1i} b_{2i} \cos(c_{1i} + c_{2i}) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^M b_{1i} b_{2i} \sin(c_{1i} + c_{2i}) \right]^2 \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^M b_{1i}^2 b_{2i}^2 + \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{l=1 \\ i \neq l}}^M b_{1i} b_{1l} b_{2i} b_{2l} \cos[(c_{1i} + c_{2i}) - (c_{1l} + c_{2l})]$$

可把式(I-7)写成

$$I_2 = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^M g_{c,lo}(z_i) s_i e^{j(\varphi_i - \theta_{i0})} \right|^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M g_{c,lo}^2(z_i) s_i^2, \quad (\text{I-8})$$

式中, $g_{c,lo}(\cdot)$ 由式(8)决定. 把式(I-6)和(I-8)代入式(I-1)得

$$\left. \frac{\partial^2 \Lambda(\tilde{\mathbf{R}})}{\partial a^2} \right|_{a=0} = \frac{1}{2} \left\{ \left| \sum_{i=1}^M g_{c,lo}(z_i) s_i e^{j(\varphi_i - \theta_{i0})} \right|^2 + \sum_{i=1}^M g_{ic,lo}(z_i) s_i^2 \right\}.$$

此即文中式(11), 其中

$$g_{ic,lo}(z) = g_{i,lo}(z) - g_{c,lo}^2(z).$$

由式(8)和(15)可得

$$g_{ic,lo}(z) = \frac{p_0''(z)}{p_0(z)} + \frac{p_0'(z)}{z p_0(z)} - \left[\frac{p_0'(z)}{p_0(z)} \right]^2.$$

此即文中式(12).

附录 II 式(19)–(22)的推导

注意到 $\tilde{h}_i = h_i e^{j\beta_i}$, 式(18)可写成

$$t_2 = |U + jV|, \quad (\text{II-1})$$

式中

$$U = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^M g(z_{ik}) h_{M+1-i} \cos(\varphi_{ik} + \beta_{M+1-i}), \quad (\text{II-2})$$

$$V = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^M g(z_{ik}) h_{M+1-i} \sin(\varphi_{ik} + \beta_{M+1-i}). \quad (\text{II-3})$$

U 和 V 都是渐近正态的.

利用式(2)可求得在 H_0 为真时, U 和 V 的均值为零, 它们的方差为

$$\sigma^2 = N \int_0^\infty g^2(z) p_0(z) dz \sum_{i=1}^M \frac{h_i^2}{2},$$

且 U 和 V 的相关系数为零. 所以在 H_0 为真, 且 N 很大时, U 和 V 近似为独立高斯变量, t_2 近似服从瑞利分布, 其 pdf 为

$$p(t_2|H_0) = \frac{t_2}{\sigma^2} e^{-\frac{t_2^2}{2\sigma^2}},$$

以上导出的是文中式(19)和(21).

把 $f_1(z_{ik}, \varphi_{ik}|\theta_i)$ 展成幂级数

$$\begin{aligned} f_1(z_{ik}, \varphi_{ik}|\theta_i) &= \frac{p_0(z_{ik})}{2\pi} + \frac{a s_i \cos(\varphi_{ik} - \theta_{i0} - \Delta\theta)}{2\pi} \\ &\times \left[\frac{p_0(z_{ik})}{z_{ik}} - p_0'(z_{ik}) \right] + o(a), \end{aligned} \quad (\text{II-4})$$

(当 $a \rightarrow 0$)

上面用到式(2)和(6)。利用式(II-4)可求得在 H_1 为真, 且 a 很小时, U 和 V 的期望均值为

$$\begin{aligned} E(U|a) &= aN \int_0^\infty g(z) \left[\frac{p_0(z)}{z} - p'_0(z) \right] dz \\ &\cdot \sum_{i=1}^M \frac{s_i h_{M+1-i} \cos(\beta_{M+1-i} + \theta_{i0} + \Delta\theta)}{2} + o(a), \\ E(V|a) &= aN \int_0^\infty g(z) \left[\frac{p_0(z)}{z} - p'_0(z) \right] dz \\ &\cdot \sum_{i=1}^M \frac{s_i h_{M+1-i} \sin(\beta_{M+1-i} + \theta_{i0} + \Delta\theta)}{2} + o(a). \end{aligned}$$

U 和 V 的方差都是 $\sigma^2 + o(a)$; U 和 V 的相关系数 $\rho_{U,V} = o(a)$ 。所以在 H_1 为真, 且 N 大, a 小时, U 和 V 也近似为独立高斯变量, t_2 近似服从赖斯分布, 其 pdf 为

$$p(t_2|H_1) = \frac{t_2}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{t_2^2 + \xi^2}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{\xi t_2}{\sigma^2}\right), \quad t_2 \geq 0,$$

这里 $\xi = \{E^2(U|a) + E^2(V|a)\}^2$

$$= Na \int_0^\infty g(z) \left[\frac{p_0(z)}{z} - p'_0(z) \right] dz \cdot \left| \sum_{i=1}^M \frac{\tilde{s}_i \tilde{h}_{M+1-i}}{2} \right| + o(a).$$

从上式可看出, ξ 与 $\Delta\theta$ 无关。以上二式就是文中的式(21)和(22)。

参 考 文 献

- [1] A. A. Зачепицкий и др., *Радиотехника и Электроника*, **16** (1971), 2201.
- [2] A. A. Зачепицкий и др., *ibid.*, **17** (1972), 2055.
- [3] J. W. Modestino, 13th Allerton Conf. Circuit Syst. Theory, 1975, pp. 211—219.
- [4] J. W. Modestino and A. Y. Ningo, *IEEE Trans. on IT*, **IT-25**(1979), 592.
- [5] В. М. Баронкин и Б. Р. Левин, *Радиотехника и Электроника*, **19** (1974), 1017.
- [6] G. V. Trunk, *IEEE Trans. on IT*, **IT-16**(1970), 95.
- [7] E. Al-Hussaini and L. F. Turner, *IEEE Trans. on IT*, **IT-25**(1979), 124.
- [8] D. C. Schleher, 1975 IEEE Int. Radar Conf. Rec., pp. 262—267.
- [9] D. C. Schleher, *IEEE Trans. on AES*, **AES-12**(1976), 736.
- [10] J. Capon, *IRE Trans. on IT*, **IT-7**(1961), 67.
- [11] D. Middleton, *IEEE Trans. on IT*, **IT-12**(1966), 230.
- [12] J. Capon, 1960 IRE Int. Conv. Rec., pt. 4, pp. 154—166.

DETECTION IN WEIBULL AND LOG-NORMAL NOISES

Zhu Zhaoda

(Nanjing Aeronautical Institute)

The discrete-time detection of narrowband coherent and incoherent pulse train signals in narrowband non-Gaussian noise is investigated. The structures of local-optimum (LO) detector are developed and found to be in the form of incorporating a local-optimum zero-memory nonlinearity (LOZNL) into the Neyman-Pearson optimum detector for narrowband Gaussian noise. Many practical detectors belong to the same class of structures of the LO detector. The expressions for the efficacies of the detectors are derived. In particular, Weibull and log-normal noise models are considered. The LOZNLs and the efficacies of the detectors are given, and the numerical results are presented graphically. It is shown that, in the sense of Pitman asymptotic relative efficiency (ARE), the asymptotic performance of many detectors whose nonlinearity can more effectively suppress the tail of the noise envelope distribution is apparently better than that of the Neyman-Pearson optimum detector for narrowband Gaussian noise.