

使用空载波的 OFDM 频率同步方法分析与改进

吴杰 李建东

(西安电子科技大学综合业务网国家重点实验室信息科学研究所宽带无线通信实验室 西安 710071)

摘要 该文分析了利用空载波进行频率偏移估计的一般方法,着重分析了在任意空载波分布下,包含有信道零点的频率同步算法。文章指出了空载波分布与信道零点分布对载波同步算法的影响,并提出了自适应的分布空载波以消除频率估计误差的方法,该方法在任意子载波分布时比常规方法性能有明显提高。

关键词 OFDM, 频率估计, 同步

中图分类号: TN929.533

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)10-1854-04

Frequency Synchronization in OFDM Systems Using Null Subcarriers: Analysis and Improvement

Wu Jie Li Jian-dong

(State Key Lab of ISN and Broadband Wireless Communication Lab of Information Science Institute, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract A novel frequency offset estimation algorithm for Orthogonal Frequency Division Multiplexing(OFDM) signals transmitted over frequency-selective channels is analyzed. The algorithm is discussed with channel zeros and arbitrarily assignment of null-subcarriers. The effect of distribution of null subcarriers and channel zeros is discussed. An adaptive assignment of null-subcarriers scheme is proposed. The proposed algorithm performs significantly better than the already existing methods.

Key words OFDM, Frequency estimation, Synchronization

1 引言

近年来,由于 OFDM 系统的良好抗多径干扰能力,正日益受到越来越多的重视,并且已经成为高速通信的标准。如 IEEE802.11 委员会和 ETSI 的 HIPERLAN 都采用多载波调制(MCM)做为新一代的通信标准,此外欧洲移动多媒体通信课题也考虑将 OFDM 做为第四代宽带移动多媒体通信的首选方案。

与单载波系统相比,OFDM系统有更高的频谱利用率,此外它也有较强的抵御干扰的能力。然而,OFDM系统对频率偏差十分敏感,对OFDM来讲频率同步是首要任务之一。近年来已经提出了许多同步的方法,它们中的大多数都利用特定的数据辅助同步,如插入导频或训练序列等^[1],因此使得带宽的利用率降低。文献[2]提出了使用空载波进行同步的方法,而一般OFDM工作带宽较宽,频率选择性衰落不可避免,部分子载波工作在信道的深衰区甚至零点,如果考虑信道的零点,则使用该方法必然会造成频率估计的错误出现;文献[3]改进了其方法,指出信道特性是影响估计性能的主要

因素,并分析了特定情况下的频率同步方法。然而,文献[3]的分析只是针对特定的空载波分布的,因而结论是不完备的。

本文分析了任意空载波分布对 OFDM 同步的影响,着重讨论了含有信道零点时的同步方法。

本文采用文献[3]的标识,黑体代表矩阵或列向量,上标H代表Hermit,上标*代表共轭,上标T代表转置;*代表卷积, $E[\cdot]$ 代表对括号内的随机变量取均值, $[A]_{k,m}$ 代表矩阵A的第(k,m)个元素, $[x]_m$ 代表矢量x的第m个元素, I_N 代表N×N单位阵, c_x 代表第x个元素为1,其它元素为0的列矢量,其列数由引用时显式说明, $((x))_y$ 表示x取模y。 F_N 为FFT矩阵,其中 $[F_N]_{m,n}:=N^{-(1/2)}\exp(-j2\pi mn/N)$, $0_{N\times M}$ 为N×M维零矩阵,定义 $f_M(\omega)=[1,\exp(j\omega),\dots,\exp(j(N-1)\omega)]^T$, $D_N(\mathbf{h})$ 为N×N对角阵,其对角元素 $[D_N(\mathbf{h})]_{n,n}=[\mathbf{h}]_n$,若某对角阵的对角元素为Vandermonde矢量,则用 $D_N(\omega)=D_N(f_M(\omega))$ 表示。

2 OFDM 频率同步算法分析

如图1所示,串行数据流首先进行串/并变换,并进行相应的调制后成为长度为K的数据块,定义为 $s(n)=[s(nK),s(nK+1),\dots,s(nK+K-1)]^T$,该块中的每个数据都属于某个有限字符集。接着完成空载波插入,这一过程可以乘一个空载波插入矩阵 T_{sc} 来完成,这里假设插入了N-K

2005-01-18 收到,2005-06-27 改回

国家自然科学基金和微软亚洲研究院联合资助项目(60372048),高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划,国家863计划重大课题(2001AA123031),教育部科学技术研究重点项目(01162)和高校骨干教师资助计划资助课题

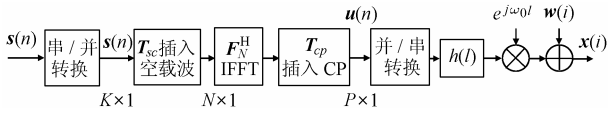


图 1 OFDM 系统的基带模型

Fig.1 Baseband model of OFDM systems

个空载波, 则输出为 $N \times 1$ 矢量 $T_{sc} \cdot s(n)$ 。在文献[3]中, 认为空载波只在数据之后插入, 并定义该插入矩阵 $T_{sc} := [c_1, c_2, \dots, c_K]_{N \times K}$, 其插入后的数据成为 $s(n)$ 后跟 $N-K$ 个空载波的形式, 实际这一假设往往并不成立, 如在使用空载波作为保护带时, 往往在两边插入空载波, 此外在自适应传输系统中由于信道等原因, 大多希望空载波位置可以调整。此时 T_{sc} 可以表示为 $[c_1, c_2, \dots, c_{m-1}, c_{m+1}, \dots, c_N]_{N \times K}$, 即 T_{sc} 中不包含列矢量 c_m , 其中 m 属于空载波集合 S_A 。为了消除信道的影响, 经过 IFFT 实现 OFDM 调制后, 需要插入循环前缀 (CP), 该过程可以由矩阵 T_{cp} 来完成, $T_{cp} := [(I_{L-N})^T I_N^T]^T$, 其中 L 为 CP 长度, I_{L-N} 为 I_N 的最后 L 行, 插入循环前缀后输出为 $P \times 1$ 矢量 $u(n) = T_{cp} F_N^H T_{sc} s(n)$, 其中 $P = N + L$ 。设信道的脉冲响应长度 $L \leq \bar{L}$, 则不会出现 OFDM 前后码元的相互干扰并保证各子载波之间彼此正交。这样在收端去掉 CP 后, 其输出

$$y(n) = e^{j\omega_0(nP+L)} D_N(\omega_0) F_N^H D_N(\tilde{h}_N) T_{sc} s(n) + v(n) \quad (1)$$

其中 $v(n)$ 为白噪声矢量, ω_0 为频率偏移, $D_N(\tilde{h}_N)$ 中 $\tilde{h} := [\tilde{h}(0), \dots, \tilde{h}(2\pi(N-1)/N)]^T$, 其中 $\tilde{h}(2\pi n/N) := \sum_{l=0}^L h(l) \exp(-j2\pi ln/N)$, 为信道在各频率点的频率响应, $h(l)$ 为信道在各抽头的值。这样

$$R_{yy} := E[y(n)y^H(n)] = D_N(\omega_0) F_N^H T_{sc} D_K(\tilde{h}) R_{ss} D_K^H(\tilde{h}) T_{sc}^H F_N D_N^H(\omega_0) + \sigma_v^2 I_N \quad (2)$$

其中 $D_K(\tilde{h}) = D_K(\tilde{h}_k)$, 而 $[\tilde{h}_k]_k := \tilde{h}(2\pi i_k/N)$, $k=1, \dots, K$ 。

按照文献[2], 计算落在空载波上的频率能量, 在没有频率偏差时, 空载波上不会有能量存在, 而有频偏时, 调整落在空载波上的功率使其最小即可正确估计频率偏移, 文献[2]使用的代价函数, 使用上表达式为

$$J(\omega) := \sum_{k \in S_A} f_N^H(2\pi i_k/N) D_N^{-1}(\omega) R_{yy} D_N(\omega) f_N(2\pi i_k/N) = \sum_{k \in S_A} f_N^H(2\pi i_k/N) D_N(\omega_0 - \omega) F_N^H T_{sc} D_K(\tilde{h}) R_{ss} \cdot D_K^H(\tilde{h}) T_{sc}^H F_N D_N^H(\omega_0 - \omega) f_N \leq (2\pi i_k/N) + (N-A) \sigma_v^2 \quad (3)$$

其中 S_A 为空载波集合, A 为空载波的个数。

上式中, 在没有噪声的情况下, 对应于 $J(\omega)$ 的最小值 (即零点) 即为估计的频率偏移。在文献[3]中只讨论了空载波的特定情况, 即空载波都尾随在数据后的情况, 并指出了该式在特定情况下存在两个零点, 因而造成估计的错误。对任意空载波分布来说, 分析比较复杂, 这里假设不存在噪声, 首先从最简单的情况分析, 即只包含一个空载波和一个信道零点的情况, 有以下定理:

定理 1 设 FFT 点数为 N , 在只有一个空载波的情况下,

并且假设信道只存在一个零点, 则采用式(3)估计频率偏移时总会出现两个零点(最小值)的情况, 且一个零点位置 $Z_L = ((C_Z - N_L))_N$, 其中 C_Z 为信道零点位置, N_L 为空载波的位置。

证明 首先在 ω_0 为 0 即没有频偏时, 必然存在一个零点在 $\omega=0$ 处。注意到 $J(\omega)$ 为矩阵的正交和形式, 因此出现另一个零点 Z_L 对应的为

$$f_N^H(2\pi i_k/N - \omega) F_N^H T_{sc} D_K(\tilde{h}) = 0, \quad \forall i_k \in S_A \quad (4)$$

上面的式子可以分成两部分考虑, 第 1 部分 $f_N^H(2\pi i_k/N - \omega) F_N^H$ 中如果 $\omega=0$, 则 $f_N^H(2\pi i_k/N)$ 实际是 F_N^H 中一行(行, 注意到 FFT 矩阵的对称性), 而且由于 FFT 矩阵 F_N^H 各列(行)是彼此正交的, 因此 $f_N^H(2\pi i_k/N) F_N^H$ 相乘后只有第 i_k 项不为零, 其余都是零。而 ω 的作用则是使 $f_N^H(2\pi i_k/N)$ 遍历 F_N^H 的所有项。第 2 部分 $T_{sc} D_K(\tilde{h})$ 中 $T_{sc} = [c_1, c_2, \dots, c_{N_L-1}, c_{N_L+1}, \dots, c_N]_{N \times K}$, 即第 N_L 行为 0, 由于信道存在单一零点, 则 $K \cdot K$ 对角阵 $D_K(\tilde{h})$ 在 (C_Z, C_Z) 为零。因此该部分结果为第 C_Z 行与第 N_L 行都为 0。注意到 $i_k = N_L$, 因此两部分相乘后, 必然在 $\omega=0$ 处得到零值; 而另一个零值则出现的位置为第一部分在 C_Z 项不为零, 其余都是零的时候, 即 $Z_L = ((C_Z - N_L))_N$ 。证毕

定理 1 指出了在包含一个空载波与一个信道零点时, 总会出现多重零点, 引起错误估计, 并给出了另一个最小值出现的位置。实际上, 后面的定理给出的多重零点(并不是所有零点, 注意定理 2 的情况)的位置都服从这一关系。根据这一关系, 可以在寻找子载波空间时迅速设定搜索范围在出现的零点位置, 从而减少计算量。

在有一个信道零点及多个空载波时, 有定理 2:

定理 2 在只有一个信道零点 C_Z 时, 若包含多个空载波 N_1, N_2, \dots, N_D , 则在满足下列条件时, 不会出现多重零点的情况: (1) 空载波位置与信道零点不满足等间隔关系。(2) 空载波位置不满足差为 $N/2$ 。注意这里等间隔与差运算均为取模 N 后的值。

证明 先说明条件(1), 设信道零点 C_Z 与空载波之间满足 $N_D - N_{D-1} = \dots = N_1 - C_Z = \dots = N_2 - N_1 = \lambda$, 其中 λ 为常数。此时式(3)变成证明

$$J(\omega) = \sum_{k \in S_A} f_N^H(2\pi i_k/N - \omega) F_N^H T_{sc} D_K(\tilde{h}) = 0 \quad (5)$$

此时考虑下列情况: 在 ω 取某个值时, 使得 i_k 为 N_i 时, 矢量 $f_N^H(2\pi i_k/N - \omega) F_N^H$ 在 N_{i-1} 或 N_{i+1} 有非零值, 而在其它项为零, 由于 $f_N^H(2\pi i_k/N)$ 与 F_N^H 正交且遍历, 则这一条件总能满足。此时由于空载波位置满足 $N_D - N_{D-1} = \dots = N_2 - N_1 = \lambda$ (不包含 C_Z), 则 N_{i-1} 或 N_{i+1} 的非零值出现对应的上或下一个位置处, 依次类推, 而唯一有非零值的位置被 $D_K(\tilde{h})$ 在 (C_Z, C_Z) 处的零点抵消。因此空载波位置与信道零点满足等间隔关系时一定有多重最小值。

再说明条件(2), 若空载波位置差为 $N/2$, 由于

$f_N^H(2\pi i_k/N - \omega) F_N^H$ 出现非零值的位置正好与 T_{sc} 的零点位置相抵消, 所以此时会出现最小值。 证毕

定理 2 否定了文献[3]中的无多重零点的条件, 指出等间隔分布空载波并不能解决载波偏移估计错误的问题, 给出了选择空载波位置的一般规则, 按照该方法选择空载波, 可以保证估计的正确性。

推论 1 在定理 2 的条件下, 满足多重最小值的信道零点位置至少有 D 个。

推论 2 在定理 2 的条件下, 在实际信道中, 无论怎样选择空载波位置, 采用式(3)估计频偏都会因为信道零点的不同而造成估计错误。

定理 3 在存在多个信道零点 C_1, C_2, \dots, C_p 时, 若包含多个空载波 N_1, N_2, \dots, N_D , 且满足 $P < D$ 时, 则不会出现多零点的情况为除了定理 2 的条件外再有: 空载波之间差的关系与信道零点间差的关系不一致。

这里关系一致是指 $C_2 - C_1, C_3 - C_2, \dots, C_p - C_{p-1}$ 与 $N_i - N_{i-1}, N_{i+1} - N_{i-2}, \dots, N_{i+1} - N_i$ 相同, 其证明也比较简单, 因为信道零点正好将式(3)中计算出的非零值抵消, 且由于有差相同的关系, 正好将所有非零值抵消, 故若保持差关系的不一致, 就可以保证无多零点情况的出现。

作为实际使用的信道而言, 信道的零点是不可避免的, 为此需要讨论空载波的选择与信道零点的关系。一般来说如果选择空载波的位置与信道零点的位置一致时, 将不会出现估计的错误问题。但是信道零点的位置是不可能事先估计的, 因此按照定理 3, 只能保证在信道零点固定时, 选择一个合适的空子载波分布, 采用式(3)估计出的频率偏移是正确的。

3 自适应方法

按照上述分析, 如果能估计出信道零点的位置, 然后随机跳变空载波, 则可以有效消除信道零点的影响。这里假设收端通过特定方法知道发端的空载波分布情况, 首先根据定理 3 计算出各种信道零点分布时无多重最小值的对应的子载波分布, 然后在收端估计信道零点的位置并反馈给发送端, 通知其根据分布情况调整空载波分布以适应之, 这样可以保证信道零点慢变时的性能。由定理 3 知, 在空载波数目一致时, 满足上述条件的空载波分布可能有许多, 但是仿真证明许多分布虽然没有零点, 但是仍然存在部分位置较为接近零点, 在受到噪声影响时, 产生错误估计。因此要选择具有较好性能的载波分布, 这样一旦发现信道零点变化时, 根据数据速率等要求合理地配置空载波个数和位置就可以达到较好的性能。

4 仿真结果

为了验证前面的讨论, 在不同环境下对其进行了计算机仿真。

图 2 反映了在固定信道下, 各种空子载波分布时多重最小值出现的情况, 仿真的子载波数为 16, 曲线 y_1 的信道为 $h=[1,1]$, 对应的 $C_z=8$, 空载波位置 N_L 为 10, 可见除了 $\omega=0$ 位置外, 还存在另外一个最小值(零点)。实际上无论 h 如何选择, 都存在两个最小值, 证明了定理 1 的判断, 零点位置出现位置 -2, 即在 $-0.7854 = -2 \times (2 \times \pi / 16)$ (实际应该是位置 14, 注意图只反映了一8 到 8 的情况)。曲线 y_2 的信道为 $h=[1, -j]$, 对应信道零点 C_z 为位置 4, 空载波在位置 6 与 8, 而曲线 y_3 的空载波在位置 5 与 13, 可见分别不满足定理 2 条件(1) 与 (2), 因此都存在双零点。曲线 y_4 的信道为 $h=[1, -0.3827+0.9239j]$, 对应信道零点为位置 13, 空载波在位置 6 与 8, 此时由于满足定理 2 的条件, 有唯一最小值。

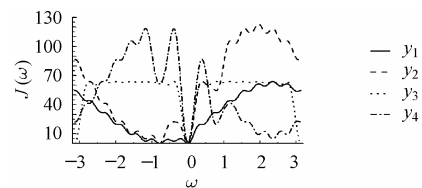


图 2 不同情况下零点的变化情况

Fig.2 Cost functions $J(\omega)$ with unique or multiple minima

图 3 说明定理 3 的情况, 此时信道都为 $[1 \ 0.9999+0.0157j \ 0.7071+0.7071j \ 0.6959+0.7181j]$, 对应的两个信道零点位置在 5, 13; 曲线 y_1 对应的空载波位置为 1, 3, 11, 曲线 y_2 对应的空载波位置 1, 6, 8, 可见 y_1 由于满足等间隔关系, 存在多重零点。从图 2, 图 3 还可以观察到, 即使没有多重零点, 在个别位置仍然存在距离零值较近的情况, 这样在信噪比低时, 同样会带来估计错误, 这也是自适应选择空载波集的基础。

图 4 反映了各种分布在 Rayleigh 信道下的性能, 可见文献[3]中, 由于假设空载波形式的不变性, 因此必然存在多重最小值, 造成错误估计; 由于是完全错误的估计到了另外一个位置(频率偏移)上, 故其性能对信噪比变化不明显, 且性能较差。而使用固定子载波分布时, 由于挑选子载波位置的变化(实际是挑选了 100 种组合后的性能平均), 在低信噪比时性能较差, 在高信噪比时性能接近自适应的情况。

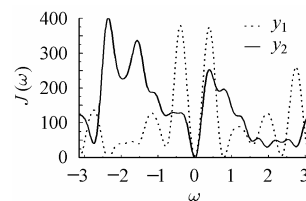


图 3 多信道零点、多空载波下零点的变化情况

Fig.3 The location of zero points in multiply channel nulls and multiply null subcarriers

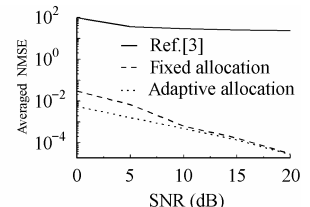


图 4 不同情况下的性能

Fig.4 Performances in different allocations of subcarriers

5 结束语

在使用空载波的 OFDM 系统中,空载波的选择对同步是至关重要的,合理地选择空载波分布,特别是自适应地调整其分布,将会有效提高 OFDM 的同步性能。

参 考 文 献

- [1] Santella Giovanni. A frequency and symbol synchronization system for OFDM signals: Architecture and simulation results[J]. *IEEE Trans. on Vehicular Tech.*, 2000, 49(1): 254 – 275.
- [2] Liu Hui, Ufuk Tureli. A high efficiency carrier estimation for OFDM communications [J]. *IEEE Comm. Letters* 1998, 2(4): 104 – 106.

- [3] Ma Xiaoli, Giannakis B. Georgios, Barbarossa Sergio. Non-data-aided carrier offset estimators for OFDM with null subcarriers: Identifiability, algorithms, and performance [J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Comm.*, 2001, 19(12): 2504 – 2515.

吴 杰: 男, 1972 年生, 博士生. 研究方向为高速调制解调、无线局域网和 OFDM 技术.

李建东: 男, 1962 年生, 教授, 博士生导师, 通信工程学院院长、中国通信学会会士、中国电子学会高级会员、IEEE 高级会员、第一届和第四届 863 个人通信技术专业专家组成员. 主要的研究领域包括个人通信、移动通信、分组无线网、分布式无线网络、软件无线电和移动 IP 等方面.