

改进的多项式图像配准方法¹

程 芳 朱敏慧 吴一戎

(中国科学院电子学研究所 微波成像技术国家重点实验室 北京 100080)

摘 要 针对多项式方法进行图像配准的一些缺点, 本文将正交多项式应用到图像配准方法中, 并提出一种加权的正交多项式方法, 然后对这些方法进行了讨论和比较。结果表明: 正交多项式方法进行图像配准具有很强的灵活性; 加权的正交多项式方法具有很好的局域性。最后利用实验结果对这些方法进行了验证和比较。

关键词 图像配准, 多项式, 正交多项式

中图分类号 TN911.73

1 引 言

图像配准, 是图像进行信息融合、变化检测、目标识别的前提条件, 通过配准可以对多幅图像进行分析和比较。图像配准一般包括两个步骤: 第 1 步是确定图像中相应的控制点对 (GCP)^[1], 要求控制点的数量足够多并且分布均匀。第 2 步是将待配准的两幅图像中的一幅作为参考图像, 另一幅作为配准图像, 进而确定参考图像和配准图像之间的对应关系。文中主要讨论了配准的第 2 步, 即确定配准图像和参考图像间的对应关系。首先给出了一种基于正交多项式的配准方法, 与传统的多项式方法相比, 这种方法具有很强的灵活性, 准确性。然后提出了一种加权的正交多项式方法, 这种方法由于考虑了不同的控制点对图像中每一像素点的影响不同, 从而克服了传统多项式中用整体变换代替局部变换的缺点, 但这种方法的计算量较大。最后, 用实际数据对这些算法进行了实验和比较, 并给出了结果。

2 基于最小二乘的正交多项式变换方法

给定 N 个控制点对 $\{(x_i, y_i), (X_i, Y_i)\}$ (其中小写字母代表参考图像的像素坐标, 大写字母代表配准图像的坐标), 我们的目的是确定参考图像到配准图像的变换函数 f_x 和 f_y 。在传统方法中, f_x 和 f_y 是多项式, 多项式的参数由最小二乘法确定。下面我们以前述 f_x 为例进行说明, 即假定 $f_x(x, y)$ 是阶次为 M 的多项式:

$$f_x(x, y) = \sum_{j=0}^M \sum_{k=0}^j a_{jk} x^k y^{j-k} \quad (1)$$

对最小二乘法, 参数 a_{jk} 通过最小化误差函数

$$E_1 = \sum_{i=1}^N [f_x(x_i, y_i) - X_i]^2 \quad (2)$$

来确定。这个误差函数是 a_{jk} 的函数, 所以为了找到使得误差最小的 a_{jk} , 对误差函数求导, 并令其为零, 可以得到 $(M+2)(M+1)/2$ 个线性方程, 通过解方程组即可求得多项式的系数^[2]。

¹ 2000-03-21 收到, 2000-10-23 定稿

下面讨论的基于最小二乘的正交多项式方法比传统的多项式方法更灵活、更准确。首先定义一个多项式集: $\{\varphi_0(x, y), \varphi_1(x, y), \dots, \varphi_T(x, y)\}$, 其中 T 为多项式的个数, 对于每一点 (x_i, y_i) , 这些多项式是正交的, 即满足下式:

$$\sum_{i=1}^N \varphi_k(x_i, y_i) \varphi_l(x_i, y_i) = 0, \quad k \neq l \quad (3)$$

利用 Gram-Schmidt 正交过程^[3], 正交函数可用一系列线性独立的函数表示, 即

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(x, y) &= a_{00} h_0(x, y) \\ \varphi_1(x, y) &= a_{10} \varphi_0(x, y) + a_{11} h_1(x, y) \\ \varphi_2(x, y) &= a_{20} \varphi_0(x, y) + a_{21} \varphi_1(x, y) + a_{22} h_2(x, y) \\ &\vdots \\ \varphi_T(x, y) &= a_{T0} \varphi_0(x, y) + a_{T1} \varphi_1(x, y) + \dots + a_{TT} h_T(x, y) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

我们的目标是要确定系数 a_{jk} 。这里, 令 $a_{j0} = 1$, 其中 $j = 0, \dots, T$ 。然后利用 (3) 式可以得到

$$a_{jj} = -\frac{\sum_{i=1}^N [\varphi_0(x_i, y_i)]^2}{\sum_{i=1}^N \varphi_0(x_i, y_i) h_j(x_i, y_i)}, \quad j = 1, \dots, T \quad (5)$$

$$a_{jk} = -a_{jj} \frac{\sum_{i=1}^N \varphi_k(x_i, y_i) h_j(x_i, y_i)}{\sum_{i=1}^N [\varphi_k(x_i, y_i)]^2}, \quad j = 1, \dots, T; k = 1, \dots, T-1 \quad (6)$$

(4) 式中的 $h_j(x, y)$ 可以是任意的线性独立函数。为了与多项式方法做比较, 我们定义

$$\left. \begin{aligned} h_0(x, y) &= 1 \\ h_1(x, y) &= x \\ h_2(x, y) &= y \\ h_3(x, y) &= x^2 \\ h_4(x, y) &= xy \\ h_5(x, y) &= y^2 \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

然后, 对应的变换函数 f_x 表示为这些正交多项式的线性组合:

$$f_x(x, y) = \sum_{j=0}^T b_j \varphi_j(x, y) \quad (8)$$

利用最小二乘法, 通过求下式的最小值来确定参数 b_j 。

$$E_2 = \sum_{i=1}^N [f_x(x, y) - X_i]^2 = \sum_{i=1}^N \left[\sum_{j=0}^T b_j \varphi_j(x_i, y_i) - X_i \right]^2 \quad (9)$$

要求误差函数的最小值, 对其进行求导, 并令其为零, 再利用 (3) 式多项式的正交性, 可以得到下列简单的式子:

$$b_j \sum_{i=1}^N [\varphi_j(x_i, y_i)]^2 = \sum_{i=1}^N X_i \varphi_j(x_i, y_i) \quad (10)$$

从而可解出系数

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^N X_i \varphi_j(x_i, y_i)}{\sum_{i=1}^N [\varphi_j(x_i, y_i)]^2} \quad (11)$$

由上面的推导可以看到, 利用正交多项式求图像间的对应关系 f_x 时, 不需要解线性方程组, 只用逐个求出这些系数即可. 而且, 当求得的误差大于要求时, 可以通过增加多项式的个数来提高精确度. 这时, 不像传统多项式方法 (需要重新计算所有的参数), 正交多项式方法只需要计算新增加多项式对应的参数, 以前的参数不必再重新计算, 所以这种方法比传统的多项式法更灵活.

3 基于最小二乘的加权正交多项式方法

前面介绍的传统多项式方法和正交多项式方法中, 控制点对图像中每个像素的影响是一样的. 但实际上, 由于图像的局域变形不同, 或某些控制点的不准确, 将会造成局域的误差影响图像中所有的像素点. 基于最小二乘的加权正交多项式方法就是考虑了控制点对像素 (x, y) 的影响, 即用控制点与每个像素 (x_i, y_i) 的距离的倒数表示不同的控制点对不同像素的影响程度:

$$W_i(x, y) = [\delta + (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2]^{-\frac{1}{2}} \quad (12)$$

其中 δ 既可以控制控制点对其它像素的影响, 又可防止在控制点处出现无穷大. δ 越小, 离像素点较近的控制点对此点的影响越大. 反之 δ 越大, 离像素点较远的控制点对此点的影响越小, 此时变换函数就越平滑, 就越接近于不带加权的方法. 这里, 我们提出下面这种方法来确定 δ :

$$\delta = \min\{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2\}^{-\frac{1}{2}}, \quad j \neq i \quad (13)$$

即当图像具有局域变形时, 要求选择此区域的控制点较密集, 所以此时 δ 较小. 反之, δ 较大. 对正交多项式考虑了权值以后, (3) 式就变为

$$\sum_{i=1}^N W_i \varphi_k(x_i, y_i) \varphi_l(x_i, y_i) = 0, \quad k \neq l \quad (14)$$

由于不同像素点 (x, y) 得到的权值不同, 所以权值是参考图像中像素点位置的函数. 因此, 要对参考图像中每一像素点计算相应的正交多项式系数. 利用 (14) 式和 (4) 式, 可以得出

$$a_{jj}(x, y) = -\frac{\sum_{i=1}^N W_i(x, y) [\varphi_0(x_i, y_i)]^2}{\sum_{i=1}^N \varphi_0(x_i, y_i) h_j(x_i, y_i)}, \quad j = 1, \dots, T \quad (15)$$

$$a_{jk}(x, y) = -a_{jj}(x, y) \frac{\sum_{i=1}^N W_i(x, y) \varphi_k(x_i, y_i) h_j(x_i, y_i)}{\sum_{i=1}^N W_i(x, y) [\varphi_k(x_i, y_i)]^2}, \quad j = 1, \dots, T; k = 1, \dots, T-1 \quad (16)$$

再利用 (8) 式的变换函数和最小二乘法, 求得到正交多项式的系数:

$$a_j(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^N W_i X_i \varphi_j(x_i, y_i)}{\sum_{i=1}^N W_i(x, y) [\varphi_j(x_i, y_i)]^2} \quad (17)$$

很明显, 基于最小二乘的加权正交多项式方法的计算量较大, 但它能改善局部几何变形。所以此方法在局域方面优于另外两种方法。

4 实验结果及分析

我们分别利用上述三种方法对一块地区的 Radarsat 图像 (图 1) 和 SPOT(Satellite Proba-toire Pour l' Observation de la Terre) 图像 (图 2) 进行配准实验, 多项式方法配准的结果见图 3, 正交多项式方法配准的结果见图 4, 加权的正交多项式方法配准的结果见图 5(这里为了目视效果, 对图像的亮度和对比度进行了调整, 因为配准主要是提取位置信息)。实验参数的选择为: 人工手选的 12 个控制点, 二元一次的多项式, 3 个正交多项式。由于 SAR 图像和 SPOT 图像的成像机理不同, 所以不能用相关系数来衡量配准的好坏。这里, 我们在图像中选取一些控制点, 然后利用这些控制点配准前后的绝对差来计算其准确度:

$$e = \frac{\sum_{i=1}^N (|f_{x_i} - X_i| + |f_{y_i} - Y_i|)}{2N} \quad (18)$$



图 1 原始 Radarsat 图像

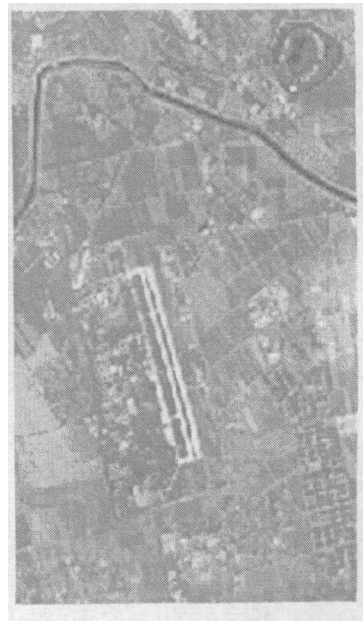


图 2 原始 SPOT 图像 (基准图像)



图 3 多项式方法配准结果



图 4 正交多项式方法配准结果



图 5 加权的正交多项式方法配准结果

以上实验结果列于表 1。从表中可见, 正交多项式方法的准确度较之多项式方法有所提高; 加权的正交多项式方法的准确度最高, 但是计算时间长多了。

表 1

	多项式方法	正交多项式方法	加权的正交多项式方法
计算时间 (s)	0.33	0.61	40.48
绝对差 (像素)	0.792	0.708	0.375

5 结 束 语

本文利用正交多项式和带有权值的正交多项式对图像进行配准的方法进行了研究和讨论,并与多项式方法进行了比较。由上面的讨论及实验结果可知:多项式方法的原理最为简单,但计算时需要求解线性方程组;正交多项式方法的变换参数有确定的表达式,计算时较为简单,而且当精度不够时,可通过增加多项式的个数提高精度,此时只用计算新多项式的系数,旧的系数保持不变,所以正交多项式方法比传统的多项式方法灵活;加权的正交多项式方法具有很好的局域特性,其准确度最高,但它以计算时间为代价。所以,在实际应用中,可根据应用的目的和要求选取不同的方法。

参 考 文 献

- [1] W. A. Davis, S. K. Kenue, Automatic selection of control points for the registration of digital images, in Proc.4 Int. Joint Conf. Pattern Recognition, 1978, 936-938.
- [2] 丁丽娟编著,数值计算方法,北京,北京理工大学出版社,1997年,第3-4章.
- [3] G. C. Stockman, S. Kopstein, S. Bennett, Matching images to models for registration and object detection via clustering, IEEE Trans. on Pattern Anal. Machine Intell., 1982, Vol.3, 229-241.

ADJUSTED POLYNOMIAL METHOD FOR IMAGE REGISTRATION

Cheng Fang Zhu Minhui Wu Yirong

(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract To counter the disadvantage of polynomial method for image registration, this paper studies the image registration method applying orthogonal polynomials and weighted orthogonal polynomials. The results show that the method of orthogonal polynomials is more flexible; and the method of weighted orthogonal polynomials has good local characters. Finally, the experimental results of these methods are compared and testified.

Key words Image registration, Polynomial, Orthogonal polynomials

程 芳: 女, 1974 年生, 硕士生, 从事遥感图像融合技术的研究.

朱敏慧: 女, 1943 年生, 研究员, 博士生导师, 从事微波遥感与图像处理等方面的工作.

吴一成: 男, 1963 年生, 研究员, 博士生导师, 从事合成孔径雷达成像处理算法、处理系统设计等方面的工作.