

直线振子和V形振子的时域辐射特性*

孙乃华

(上海工业大学电磁辐射研究所(筹),上海)

摘要 本文用时间步进法求解线天线的时域积分方程,计算分析了直线振子和V形振子的时域辐射特性.分析了馈源位置、加载大小对振子输入电流及远区辐射场的影响.对V形振子的长度及张角等参数作了优化,找到了获得前向辐射场强最大瞬时冲击值的结构参数,结果可供此类天线的设计参考.

关键词 天线;瞬态场;时域辐射;时间步进法;V形振子

一、引言

对于由瞬态波源(脉冲波源)激励的线天线辐射特性的要求,通常根据应用的需要决定.在某些场合,要求波形的拖尾尽可能小,这可以通过对天线的加载来实现,因而需要研究天线的加载特性.在另一些场合,则需要在馈入能量一定的条件下使辐射场强有最大的瞬时冲击值,这就需要研究天线的结构与辐射场时间波形的关系.本文用时间步进法^[1-4]求解电场型时域积分-微分方程,对上述问题进行了研究,分析了馈源位置、加载大小对直线振子输入电流及远区辐射场的影响,找到了使V形振子获得前向辐射场强最大瞬时冲击值的结构参数.

在求解的过程中,采用了两种不同形式的积分-微分方程.一是以天线上的电流作为未知函数,二是同时以天线上的电流和电荷作为未知函数,并对两种解法作了比较.为叙述方便,以下称第一种方法为电流法,第二种方法为电流-电荷法.

二、基本理论和计算公式

首先推导电流-电荷法的算式.在任意的时间函数波源的激励下,自由空间中任意一点 r 处导电体的散射场可表示为

$$E_s(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \nabla \phi(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

式中,

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \iint_s \frac{\mathbf{J}_s(\mathbf{r}' - \tau)}{4\pi R} ds' \quad (2)$$

* 1988年12月12日收到,1989年5月22日修改定稿.

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\varepsilon_0} \iint_V \frac{\rho_s(\mathbf{r}', \tau)}{4\pi R} d\mathbf{s}' \quad (3)$$

\mathbf{J}_s 和 ρ_s 分别为导体表面的感应面电流密度和面电荷密度, 它们之间的关系由连续性方程描述:

$$\nabla' \cdot \mathbf{J}_s + \frac{\partial \rho_s}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

(2) 式和 (3) 式中, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, \mathbf{r} 和 \mathbf{r}' 分别为场点和源点的位置矢量, $\tau = t - R/c$, $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ 为自由空间中的光速. 当导体为细导线 (线长 $L \gg$ 线半径 a) 时

(图 1), 可近似认为电流集中于轴线上, 并可略去周向电流. 考虑天线上有加载的情形, 设 Ω_l 是线上单位长度的电阻, 则利用天线表面切向总电场连续的边界条件可以得到^[4]

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_l(l, t)}{\partial t} + \frac{\partial \phi(l, t)}{\partial l} + \Omega_l l \\ = \frac{V_x(l, t)}{\Delta l} \end{aligned} \quad (5)$$

式中,

$$A_l(l, t) = \mu_0 \int_L \frac{I(l', \tau)}{4\pi R} (\mathbf{l} \cdot \mathbf{l}') dl' \quad (6)$$

$$\phi(l, t) = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_L \frac{q_l(l', \tau)}{4\pi R} dl' \quad (7)$$

I 和 q_l 为线上的线电流密度和线电荷密度, 两者的关系为

$$\frac{\partial I(l, t)}{\partial l} + \frac{\partial q_l(l, t)}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

V_x 是线上的激励源电压, Δl 是激励源所占据的长度. \mathbf{l} 和 \mathbf{l}' 分别是场点和源点沿导线的切向单位矢量. 将 (6) 式和 (7) 式代入 (5) 式并与 (8) 式联立, 即得到以线上电流密度 I 和电荷密度 q_l 为未知函数的时域积分-微分方程组:

$$\begin{cases} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_L \frac{I(l', \tau)}{R} (\mathbf{l} \cdot \mathbf{l}') dl' + \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_L \frac{q_l(l', \tau)}{R} dl' + \Omega_l I(l, t) \\ \quad = \frac{V_x(l, t)}{\Delta l} \end{cases} \quad (9)$$

$$\frac{\partial I(l, t)}{\partial l} + \frac{\partial q_l(l, t)}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

为便于分析, 定义函数

$$F_l^0 = \frac{4\pi}{\mu_0} A_l = \int_L \frac{I(l', \tau)}{R} (\mathbf{l} \cdot \mathbf{l}') dl'$$

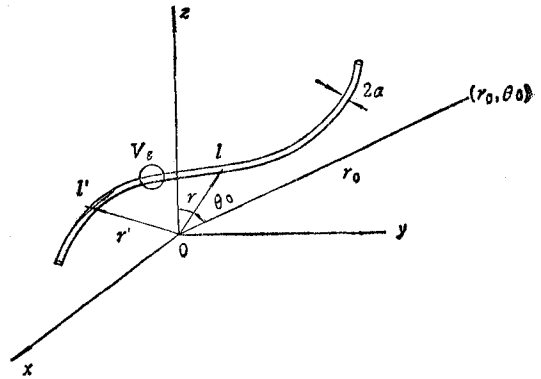


图 1 线天线及坐标系

$$= \int \frac{I(l', \tau)}{R} (l \cdot l') dl' + \int_{l-\frac{\Delta l}{2}}^{l+\frac{\Delta l}{2}} \frac{I(l', \tau)}{R} dl' \quad (11)$$

$$G_l^2 = 4\pi\epsilon_0\phi = \int_L \frac{q_l(l', \tau)}{R} dl'$$

$$= \int \frac{q_l(l', \tau)}{R} dl' + \int_{l-\frac{\Delta l}{2}}^{l+\frac{\Delta l}{2}} \frac{q_l(l', \tau)}{R} dl' \quad (12)$$

(11)和(12)式中, \int 表示主值积分. 令该两项主值积分为

$$F_l = \int \frac{I(l', \tau)}{R} (l \cdot l') dl' \quad (13)$$

$$G_l = \int \frac{q_l(l', \tau)}{R} dl' \quad (14)$$

(11)和(12)式中第二项的积分可近似看作在一个直线段上进行, 并认为该线段上的电流和电荷密度分别为常数 $I(l, \tau)$ 和 $q_l(l, \tau)$. 定义参数

$$\alpha = \frac{1}{4\pi} \int_{l-\frac{\Delta l}{2}}^{l+\frac{\Delta l}{2}} \frac{dl'}{R} = \frac{1}{4\pi} \int_{l-\frac{\Delta l}{2}}^{l+\frac{\Delta l}{2}} \frac{dl'}{\sqrt{(l-l')^2 + a^2}}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \ln \left[\left(\frac{\Delta l}{2} + \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{2}\right)^2 + a^2} \right) / a \right] \quad (15)$$

式中 a 为天线半径. 由(11)至(15)式可有

$$F_l^2(l, \tau) = F_l(l, \tau) + 4\pi\alpha I(l, \tau) \quad (16)$$

$$G_l^2(l, \tau) = G_l(l, \tau) + 4\pi\alpha q_l(l, \tau) \quad (17)$$

将(11)、(12)和(16)、(17)式代入(9)式, 得到

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\partial F_l(l, \tau)}{\partial \tau} \right) + \alpha\mu_0 \frac{\partial I(l, \tau)}{\partial \tau} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\partial G_l(l, \tau)}{\partial l} \right)$$

$$+ \frac{\alpha}{\epsilon_0} \frac{\partial q_l(l, \tau)}{\partial l} + Q_l I(l, \tau) = \frac{V_g(l, \tau)}{\Delta l} \quad (18)$$

用时间步进法求解上式, 将线分为 M 段, 设每段长为 Δl . 全部时间取为 N 段, 每个时间间隔取为 $\Delta \tau = \frac{\Delta l}{c}$. 将(18)式中的微分用差分近似, 则在 $l = l_m$ 和 $\tau = \tau_n$ 时有

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{F_l \left(l_m, \tau_n + \frac{\Delta l}{2} \right) - F_l \left(l_m, \tau_n - \frac{\Delta l}{2} \right)}{\Delta \tau} \right]$$

$$+ \alpha\mu_0 \left[\frac{I \left(l_m, \tau_n + \frac{\Delta l}{2} \right) - I \left(l_m, \tau_n - \frac{\Delta l}{2} \right)}{\Delta \tau} \right]$$

$$+ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{G_l \left(l_m + \frac{\Delta l}{2}, \tau_n \right) - G_l \left(l_m - \frac{\Delta l}{2}, \tau_n \right)}{\Delta l} \right]$$

$$+ \frac{\alpha}{\epsilon_0} \left[\frac{q_l \left(l_m + \frac{\Delta l}{2}, \tau_n \right) - q_l \left(l_m - \frac{\Delta l}{2}, \tau_n \right)}{\Delta l} \right]$$

$$+ \Omega_m I(l_m, t_n) = \frac{V_g(l_m, t_n)}{\Delta l} \quad (19)$$

式中 Ω_m 为第 m 段的单位长电阻。将(10)式中的微分用差分近似, 在 $l = l_m - \frac{\Delta l}{2}$ 和 $t = t_n - \frac{\Delta t}{2}$ 时有

$$\frac{I(l_m, t_n - \frac{\Delta t}{2}) - I(l_{m-1}, t_n - \frac{\Delta t}{2})}{\Delta l} + \frac{q_l(l_m - \frac{\Delta l}{2}, t_n) - q_l(l_m - \frac{\Delta l}{2}, t_{n-1})}{\Delta t} = 0 \quad (20)$$

将(19)式左边的最后一项写作

$$\Omega_m I(l_m, t_n) = \frac{\Omega_m}{2} \left[I(l_m, t_n + \frac{\Delta t}{2}) + I(l_m, t_n - \frac{\Delta t}{2}) \right] \quad (21)$$

则由(19)、(20)和(21)式可以得到

$$\begin{aligned} I(l_m, t_n + \frac{\Delta t}{2}) = & \frac{1}{\Omega_m \Delta t + 2\alpha\mu_0} \left\{ (2\alpha\mu_0 - \Omega_m \Delta t) I(l_m, t_n - \frac{\Delta t}{2}) \right. \\ & - \frac{\mu_0}{2\pi} \left[F_l(l_m, t_n + \frac{\Delta t}{2}) - F_l(l_m, t_n - \frac{\Delta t}{2}) \right] \\ & - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\Delta t}{\Delta l} \left[G_l(l_m + \frac{\Delta l}{2}, t_n) - G_l(l_m - \frac{\Delta l}{2}, t_n) \right] \\ & - \frac{2\alpha}{\epsilon_0} \frac{\Delta t}{\Delta l} \left[q_l(l_m + \frac{\Delta l}{2}, t_n) - q_l(l_m - \frac{\Delta l}{2}, t_n) \right] \\ & \left. + \frac{2\Delta t}{\Delta l} V_g(l_m, t_n) \right\} \quad (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_l(l_m - \frac{\Delta l}{2}, t_n) = & q_l(l_m - \frac{\Delta l}{2}, t_{n-1}) - \frac{\Delta t}{\Delta l} \left[I(l_m, t_n - \frac{\Delta t}{2}) \right. \\ & \left. - I(l_{m-1}, t_n - \frac{\Delta t}{2}) \right] \quad (23) \end{aligned}$$

(22)式中,

$$F_l(l_m, t_n + \frac{\Delta t}{2}) = \left(\sum_{i=1}^{m-1} + \sum_{i=m+1}^M \right) \left[\frac{I(l_i, t_n + \frac{\Delta t}{2} - \frac{R}{c})}{|r_i - r_m|} \Delta l \right] \quad (24)$$

$$G_l(l_m - \frac{\Delta l}{2}, t_n) = \left(\sum_{i=1}^{m-1} + \sum_{i=m+1}^{M+1} \right) \left[\frac{q_l(l_i - \frac{\Delta l}{2}, t_n - \frac{R}{c})}{|r_{(i-\frac{1}{2})} - r_{(m-\frac{1}{2})}|} \Delta l \right] \quad (25)$$

(25)式中, $r_{(i-\frac{1}{2})}$ 和 $r_{(m-\frac{1}{2})}$ 分别表示 $l = l_i - \frac{\Delta l}{2}$ 和 $l = l_m - \frac{\Delta l}{2}$ 处的位置矢量。由

(22)式可见, $t_n + \frac{\Delta t}{2}$ 时刻的电流值可由该时刻以前的电流和电荷及激励源求得。(23)式表示, t_n 时刻的电荷值可由该时刻以前的电流和电荷求得。利用(22)和(23)式逐步计算, 即可求得任意所需时刻的电流和电荷值。这就是用时间步进法求解以电流和电荷为未知函数的积分-微分方程组的基本算式。

用时间步进法求解以电流为未知函数的积分-微分方程的算式, 文献[5]已导出, 若考虑天线加载的情形, 可以列出最后的算式为

$$\begin{aligned}
 I(l_m, t_n) = & 2I(l_m, t_{n-1}) - I(l_m, t_{n-2}) \\
 & + \frac{c\Delta t}{\Delta l} [I(l_{m+1}, t_{n-1}) - 2I(l_m, t_{n-1}) + I(l_{m-1}, t_{n-1})] \\
 & + \frac{1}{4\pi\alpha} \left(\frac{c\Delta t}{\Delta l}\right)^2 [F_l(l_{m+1}, t_{n-1}) - 2F_l(l_m, t_{n-1}) + F_l(l_{m-1}, t_{n-1})] \\
 & - \frac{1}{4\pi\alpha} [F_l(l_m, t_n) - 2F_l(l_m, t_{n-1}) + F_l(l_m, t_{n-2})] \\
 & - \frac{\epsilon_0}{\alpha} (c\Delta t)^2 \Omega_m \frac{I(l_m, t_{n-1}) - I(l_m, t_{n-2})}{\Delta t} \\
 & + \frac{\epsilon_0}{\alpha} (c\Delta t)^2 \cdot \frac{1}{\Delta l} \frac{\partial V_g}{\partial t} \Big|_{l_m, t_{n-1}} \quad (26)
 \end{aligned}$$

对(22)、(23)和(26)式的仔细观察可以发现, 最费时的是 F_l 和 G_l 函数的计算。虽然(26)式只包含电流一个未知函数, 但每计算一个 $I(l_m, t_n)$ 需算得五个 F_l 函数值。而(22)、(23)式中虽包含电流和电荷两个未知函数, 但计算一个 $I(l_m, t_n + \frac{\Delta t}{2})$ 和一个 $q_l(l_m - \frac{\Delta l}{2}, t_n)$ 共需计算两个 F_l 函数和两个 G_l 函数, 所以总计算量约为计算(26)式的 80% 左右。此外, 由于(22)、(23)式中只包含电流和电荷函数的一阶差分, 而(26)式中

包含电流函数的二阶差分 and 激励源函数的时间微分式, 因而对具有时间变化不连续的波源和突变结构的 天线, 电流-电荷法比电流法具有更大的适用性。

远区 (r_0, θ_0) 处的电场可根据(22)式或(26)式求得的电流计算出来。如天线是 $y-z$ 平面上任意形状的曲线, 远区 (r_0, θ_0) 电场的算式为

$$\begin{aligned}
 E(r_0, \theta_0, t_n) \cong & \hat{\theta}_0 \frac{\mu_0}{4\pi r_0} \sum_{m=1}^M \sin \theta_m \\
 & \times \frac{I(l_m, t_{n+1} - \tau') - I(l_m, t_{n-1} - \tau')}{2\Delta t} \Delta l \quad (21)
 \end{aligned}$$

式中, $\tau' = \frac{1}{c} [r_0 - (y_m \sin \theta_0 + z_m \cos \theta_0)]$, y_m 和 z_m 是线上第 m 段中心点的位置坐标, θ_m 是 θ_0 方向的射线与第 m 段切线方向的夹角(图 2)。

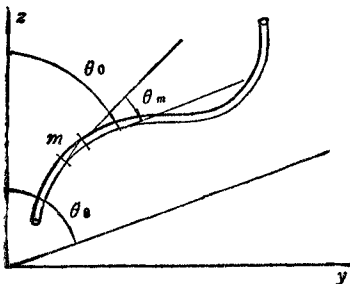


图 2 计算远区电场的坐标系

三、数值计算结果

应用以上理论和公式主要分析了以下几个问题:

1. 加载大小对直线振子输入电流和远区辐射场的影响

分析的模型为中心馈电的直线振子, 激励源为高斯脉冲:

$$V_g = e^{-p^2(t-t_{\max})^2} \quad (28)$$

取 $p = 3.52 \times 10^9$, $t_{\max} = 1.39 \times 10^{-9}$ s. 加载电阻为

$$Q_m = \alpha_0 / \left(1 - \frac{|l_m|}{L}\right) \quad (29)$$

式中, L 为振子全长, l_m 为由振子中心到所考虑的段中心的线长, α_0 为加载系数. 图 3 给出 α_0 分别为 240, 480 和 600 时, 输入电流和 $r_0 E(\theta = 90^\circ)$ 的时间波形. 图中曲线显示, 随着 α_0 的增大, 波形的拖尾大大减小, 同时辐射电场的瞬时冲击值也略有减小. 由此可见, (29) 式形式的加载对于抑制波形拖尾具有显著作用, 但要以牺牲一定的辐射场瞬时冲击值为代价.

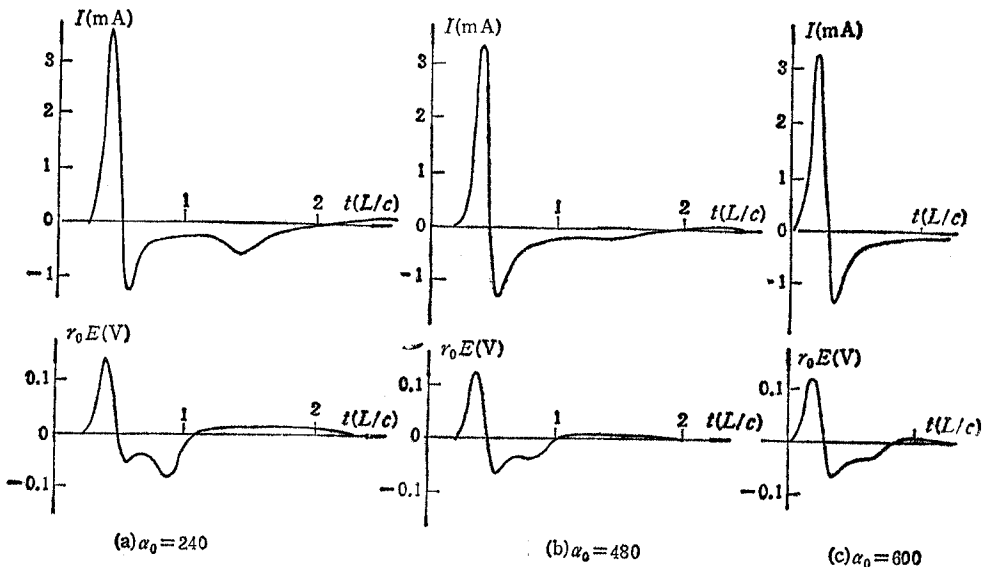


图 3 加载大小对直线振子输入电流和 $r_0 E$ 的影响

2. 馈源位置对直线振子输入电流和远区辐射场的影响

分析的模型为中心馈电和在 $L/8$ 处馈电的直线振子. 激励源同上, 考虑没有加载的情形. 图 4 为中心馈电和 $L/8$ 处馈电的直线振子的电流和远区 $r_0 E(\theta = 90^\circ)$ 的时间波形. 由图可见, 在偏馈的情形下, 电流的波形比中心馈电的情形多一个反向的冲击, 这是由于波源到达振子两个端点的距离不等, 从而使端点的两个反射波在不同的时刻出现, 而 $\theta_0 = 90^\circ$ 方向的辐射场的反向瞬时冲击值也受到了削弱, 这一结果符合物理概念.

3. V 形振子的长度和张角对前向辐射场瞬时冲击值的影响

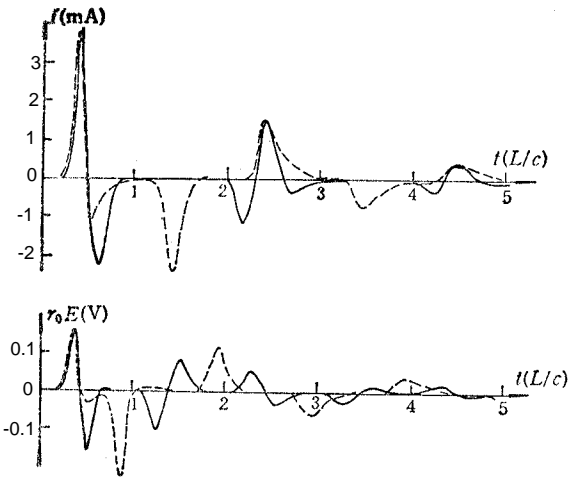


图4 中心馈电和L/8处馈电直线振子的输入电流和 $r_0 E (\theta_0 = 90^\circ)$ 的时间波形 (--- 为中心馈电 —— 为L/8处馈电)

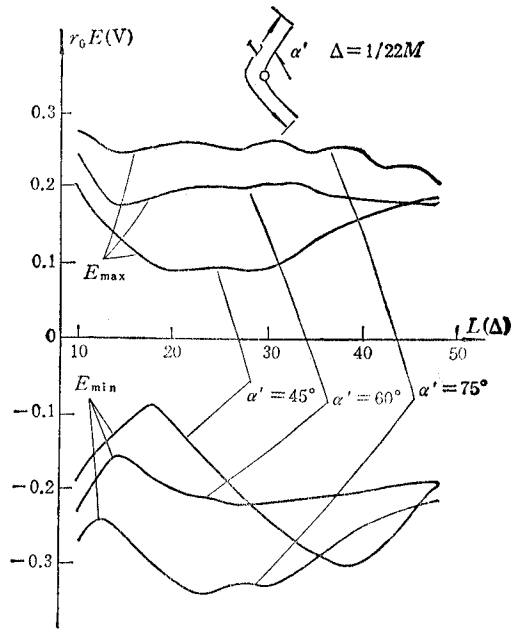


图5 不同张角的V形天线前向瞬时冲击值 随其长度的变化

计算了中心馈电的V形振子在不同长度和不同张角时的前向辐射场。激励源仍为高

斯脉冲(28)式,但取 $p = 1.5 \times 10^9$, $t_{max} = 1.43 \times 10^{-9}$ 。图5给出半张角 $\alpha' = 45^\circ, 60^\circ$ 和 75° 时前向辐射场的瞬时最大值(即最大正向冲击值)和瞬时最小值(即最大反向冲击值)随天线长度变化的曲线。曲线显示,当 $\alpha' = 75^\circ$ 时,可以在天线长度的一个较宽的范围得到较大的正向和反向冲击值。图6给出 $\alpha' = 75^\circ$ 和 $\alpha' = 45^\circ$, 天线总长 $L = 1m$

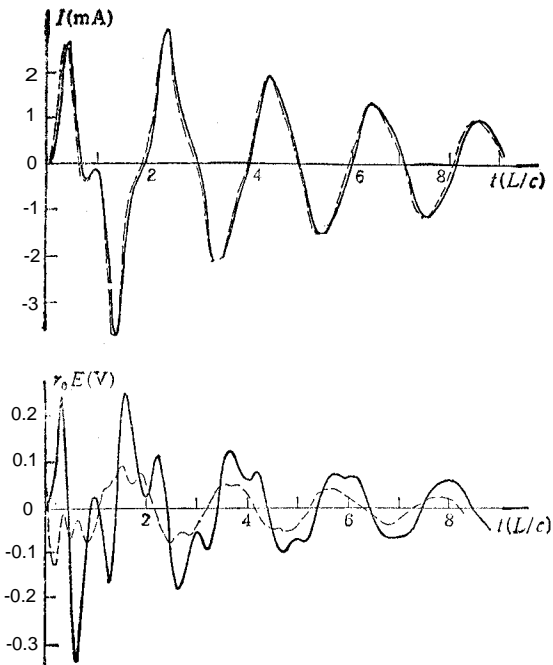


图6 $\alpha' = 75^\circ$ 和 $\alpha' = 45^\circ$, $L = 1m$ 的V形天线的输入电流和 $r_0 E (\theta_0 = 90^\circ)$ 的时间波形 (—— 是 $\alpha' = 75^\circ$ 的曲线 --- 是 $\alpha' = 45^\circ$ 的曲线)

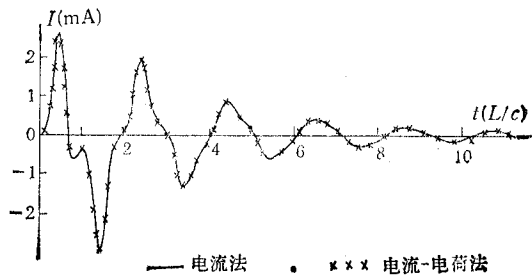


图7 电流法和电流-电荷法计算结果的比较

时的输入电流和远区 $r_0 E(\theta_0 = 90^\circ)$ 的时间波形。从图可以看出, 适当调节 V 形振子的长度和张角可以提高前向辐射场的正向和反向瞬时冲击值。与具有同样激励源和长度的直线振子相比, 正向和反向冲击值分别提高 46% 和 41%, 其作用可以超过直线振子近旁放置无源反射器^[5]的方法。

4. 电流法和电流-电荷法计算结果的比较

计算了高斯脉冲源(参数同上)激励下的直线振子($L = 1\text{m}$)的输入电流, 所得结果示于图 7。两种结果相符很好, 且与文献[6]图 4.56 的曲线一致, 可见两种算法都是正确的。

四、结 论

用时间步进法求解时域积分-微分方程, 采用电流-电荷法可以得到与电流法同样精度的结果, 但计算时间可以减少 20% 左右, 而且具有更大的适用性, 因而是值得推广的。计算和分析的结果表明, 适当的加载可以有效地抑制波形拖尾, 但要以瞬时冲击值的减小为代价; 偏置馈源将减小前向辐射场的瞬时冲击值; 适当调节 V 形振子的长度和张角可使前向辐射场的瞬时冲击值加大。

作者衷心感谢戴振铎教授和谢处方教授对本工作的指导与鼓励。

参 考 文 献

- [1] E. P. Saye, R. F. Harrington, *Appl. Sci. Res.*, 26(1972), 413—433.
- [2] R. Mittra, *Integral Equation Method for Transient Scattering*, in *Transient Electromagnetic Fields*, Edited by L. B. Felsen, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1976.
- [3] C. L. Bennett, *The Numerical Solution of Transient Electromagnetic Scattering Problems*, in *Electromagnetic Scattering*, Edited by P. L. E. Uslenghi, Academic Press, Inc., 1978.
- [4] D. L. Sengupta, C. T. Tai, *Radiation and Reception of Transients by Linear Antennas*, in *Transient Electromagnetic Fields*, Edited by L. B. Felsen, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1976.
- [5] Sun Nai-hua, *Time Domain Radiation Characteristics of Simple Wire Antenna Arrays*, in *Proceedings of IEEE AP-S/URSI 1989 Symposium*, 1989.
- [6] A. J. Poggio, E. K. Miller, *三维散射问题的积分方程解法, 计算机技术在电磁学中的应用*, R. 米特拉编著, 金元松译, 人民邮电出版社, 1983年。

THE TIME DOMAIN RADIATION CHARACTERISTICS OF DIPOLES AND V ANTENNAS

Sun Naihua

(Shanghai University of Technology, Shanghai)

Abstract The time domain radiation characteristics of dipoles and V antennas are obtained by solving the time domain electric field integrodifferential equation with the time-stepping approach. The effects of positions of the feeding source, the amounts of distributed loading along the antennas and the lengths and angles of V antennas on the input currents and far field radiation characteristics are analyzed. The results obtained show that the appropriate amounts of distributed loading will yield a far field waveform that exhibits a "time limited" characted, that the deviation of the feeding source will reduce the maximum instant field intensities, and that in order to obtain the maximum instant field intensities in the certain direction, the optimum design for the parameters, such as length and angle, of V antennas is needed.

Key words Antenna; Transient field; Time domain radiation; Time stepping approach; V vibrator