多传感器信息融合稳态最优 Wiener 反卷积滤波器

邓自立　高　媛　李　云　王　欣
(黑龙江大学自动化系　哈尔滨　150080)

摘　要：应用现代时间序列分析方法，基于 ARMA 新息模型和 Lyapunov 方程，提出了单通道 ARMA 信号的多传感器信息融合稳态最优 Wiener 反卷积滤波器。它避免了 Riccati 方程，可用于设计含未知模型参数和含未知噪声方差系统的自校正信息融合滤波器。一个仿真例子说明了其有效性。

关键词：多传感器信息融合，反卷积，Wiener 反卷积滤波器，现代时间序列分析方法

中图分类号：TP391　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2005)04-0670-03

Multisensor Information Fusion Steady-State Optimal Wiener Deconvolution Filter

Deng Zi-li　Gao Yuan　Li Yun　Wang Xin
(Department of Automation, Heilongjiang University, Harbin 150080, China)

Abstract　By the modern time series analysis method, based on the AutoRegressive Moving Average(ARMA) innovation model and Lyapunov equation, a mulisensor information fusion Wiener deconvolution filter is presented for single channel ARMA signals. It avoids the Riccati equation and can be applied to design the self-tuning information fusion filter for systems with unknown model parameters and unknown variances. A simulation example shows its effectiveness.

Key words　Multisensor information fusion, Deconvolution, Wiener deconvolution filter, Modern time series analysis method

1　引言

多传感器信息融合技术广泛应用于航空航天、军事、国防等高技术领域[1]，是倍受人们关注的尖端技术。信号反卷积(Deconvolution)问题是由系统输出估计系统输入，因此也叫输入估计，广泛出现在石油地震勘探[2]，目标跟踪，通讯和信号处理等领域。新近文献[3]用现代时间序列分析方法[4]提出了两传感器信息融合白噪声 Wiener 反卷积滤波器，本文进一步提出 ARMA 信号的多传感器信息融合 Wiener 反卷积滤波器。

2　问题阐述

考虑多传感器单通道 ARMA 信号反卷积滤波问题：

$$y_i(t)=\left[B_i(q^{-1})/P_i(q^{-1})\right]s(t)+v_i(t),\quad i=1,2,\cdots,l \tag{1}$$

$$A(q^{-1})s(t)=C(q^{-1})w(t) \tag{2}$$

其中 $y_i(t)$ 为第 i 传感器输出，ARMA 信号 $s(t)$ 为待估的输入信号，$P_i(q^{-1}),B_i(q^{-1}),A(q^{-1})$ 和 $C(q^{-1})$ 为单位滞后算子 q^{-1} 的多项式，形如 $X(q^{-1})=x_0+x_1q^{-1}+\cdots+x_{n_x}q^{-n_x}$，且 $P_{i0}=1$，$B_{i0}=0$，$a_0=1$，$c_0=1$，$v_i(t)$ 是观测噪声。

假设 1　$w(t)$ 和 $v_i(t)$ 是零均值、方差各为 σ_w^2 和 σ_{vi}^2 的相互独立白噪声。

假设 2　阶次 $n_a\ge n_c,n_{pi}\ge n_{bi}$.

假设 3　$A(q^{-1})P_i(q^{-1})$ 与 $B_i(q^{-1})C(q^{-1})$ 互质。

假设 4　初始观测时刻 $t_0=-\infty$。

问题是基于观测 $(y_i(t),y_i(t-1),\cdots)$ 求 $s(t)$ 的相应于第 i 传感器的局部稳态最优 Wiener 反卷积滤波器 $\hat{s}_i(t\mid t),i=1,2,\cdots,l$，并求在线性最小方差融合准则下的最优信息融合 Wiener 反卷积滤波器 $\hat{s}_0(t\mid t)$。

3　局部稳态最优 Wiener 反卷积滤波器

由式(2)，待估信号 $s(t)$ 有状态空间模型：

$$\boldsymbol{\alpha}(t+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}(t)+\boldsymbol{C}w(t) \tag{3}$$

$$s(t)=\boldsymbol{H}_0\boldsymbol{\alpha}(t)+w(t) \tag{4}$$

2003-12-22 收到，2004-06-04 改回
国家自然科学基金（60374026）资助课题

其中 $H_0=[1\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0]$

$$A=\begin{bmatrix}-a_1 & & \\ \vdots & I_{n_a-1} & \\ -a_{n_a} & 0 & \cdots\ 0\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}c_1-a_1\\ \vdots \\ c_{n_a}-a_{n_a}\end{bmatrix},\ c_i=0(i>n_c) \tag{5}$$

观测系统式(1)有状态空间模型

$$\boldsymbol{\beta}_i(t+1)=\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{\beta}_i(t)+\boldsymbol{B}_is(t) \tag{6}$$

$$y_i(t)=\boldsymbol{H}_i\boldsymbol{\beta}_i(t)+v_i(t),\quad i=1,2,\cdots,l \tag{7}$$

其中 $H_i=[1\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0]$

$$\boldsymbol{P}_i=\begin{bmatrix}-P_{i1} & & \\ \vdots & I_{n_{pi}-1} & \\ -P_{in_{pi}} & 0 & \cdots\ 0\end{bmatrix},\ \boldsymbol{B}_i=\begin{bmatrix}b_{i1}\\ \vdots \\ b_{in_{pi}}\end{bmatrix},\ b_{ij}=0(j>n_{b_i}) \tag{8}$$

于是有增广系统

$$\boldsymbol{x}_i(t+1)=\boldsymbol{\Phi}_i\boldsymbol{x}_i(t)+\boldsymbol{\Gamma}_iw(t) \tag{9}$$

$$y_i(t)=\boldsymbol{H}_i\boldsymbol{x}_i(t)+v_i(t),\quad i=1,2,\cdots,l \tag{10}$$

其中定义 $\boldsymbol{H}_i=[\boldsymbol{0}\ \ \boldsymbol{H}_i]$，

$$\boldsymbol{x}_i(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\alpha}(t)\\ \boldsymbol{\beta}_i(t)\end{bmatrix},\ \boldsymbol{\Phi}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{B}_i\boldsymbol{H}_0 & \boldsymbol{P}_i\end{bmatrix},\ \Gamma_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}\\ \boldsymbol{B}_i\end{bmatrix} \tag{11}$$

将式(2)代入式(1)引出第 i 传感器子系统的 ARMA 新息(Innovation)模型

$$\Lambda_i(q^{-1})y_i(t)=D_i(q^{-1})\varepsilon_i(t),\quad i=1,2,\cdots,l \tag{12}$$

$$\Lambda_i(q^{-1})=A(q^{-1})P_i(q^{-1})=1+\lambda_1^{(i)}q^{-1}+\cdots+\lambda_{n_{\lambda_i}}^{(i)}q^{-n_{\lambda_i}} \tag{13}$$

其中 $n_{\lambda_i}=n_a+n_{p_i}$，$y_i(t)$ 的新息过程 $\varepsilon_i(t)$ 是零均值、方差为 $\sigma_{\varepsilon i}^2$ 的白噪声，且有关系：

$$D_i(q^{-1})\varepsilon_i(t)=B_i(q^{-1})C(q^{-1})w(t)+A(q^{-1})P_i(q^{-1})v_i(t) \tag{14}$$

且 $D_i(q^{-1})=1+d_1^{(i)}q^{-1}+\cdots+d_{n_{d_i}}^{(i)}q^{-n_{d_i}}$ 是稳定的，$n_{d_i}=n_a+n_{p_i}$ 可用 Gevers-Wouters[4]算法求 $D_i(q^{-1})$ 和 $\sigma_{\varepsilon i}^2$。

由假设 4，系统式(9),(10)存在稳态 Kalman 滤波器[4]

$$\hat{\boldsymbol{x}}_i(t\,|\,t)=\boldsymbol{\Psi}_i\hat{\boldsymbol{x}}_i(t-1\,|\,t-1)+\boldsymbol{K}_iy_i(t) \tag{15}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_i=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{H}_i]\boldsymbol{\Phi}_i \tag{16}$$

其中 $\boldsymbol{\Psi}_i$ 为稳定矩阵，$\boldsymbol{I}$ 为单位阵，增益 $\boldsymbol{K}_i$ 为[4]

$$\boldsymbol{K}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{H}_i\\ \boldsymbol{H}_i\boldsymbol{\Phi}_i\\ \vdots\\ \boldsymbol{H}_i\boldsymbol{\Phi}_i^{n_{\lambda_i}-1}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}1-\sigma_{vi}^2/\sigma_{\varepsilon i}^2\\ m_1^{(i)}\\ \vdots\\ m_{n_{\lambda_i}-1}^{(i)}\end{bmatrix} \tag{17}$$

其中 $m_j^{(i)}$ 由下式递推计算：

$$m_j^{(i)}=-\lambda_1^{(i)}m_{j-1}^{(i)}-\cdots-\lambda_{n_{\lambda_i}}^{(i)}m_{j-n_{\lambda_i}}^{(i)}+d_j^{(i)} \tag{18}$$

其中规定 $m_j^{(i)}=0,(j<0)$; $d_j^{(i)}=0,(j>n_{d_i})$.

定理 1 第 i 传感器子系统式(1), (2)在假设 1－假设 4 下有渐近稳定的局部稳态最优 Wiener 反卷积滤波器:

$$\psi_i(q^{-1})\hat{s}_i(t\,|\,t)=L_i(q^{-1})y_i(t),\quad i=1,2,\cdots,l \tag{19}$$

$$\psi_i(q^{-1})=\det(\boldsymbol{I}-q^{-1}\boldsymbol{\Psi}_i) \tag{20}$$

$$L_i(q^{-1})=[1\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0]\mathrm{adj}(\boldsymbol{I}-q^{-1}\boldsymbol{\Psi}_i)\boldsymbol{K}_i \tag{21}$$

滤波误差 $\tilde{s}_i(t\,|\,t)=s(t)-\hat{s}_i(t\,|\,t)$ 的方差 $P_{si}=\mathrm{E}[\tilde{s}_i^2(t\,|\,t)]$ 为

$$P_{si}=[1\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0]\boldsymbol{P}_i[1\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0]^{\mathrm{T}}+\sigma_w^2,\ i=1,2,\cdots,l \tag{22}$$

其中 E 为均值号，$\boldsymbol{P}_i$ 为状态 $\boldsymbol{x}_i(t)$ 的滤波误差 $\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t\,|\,t)=\boldsymbol{x}_i(t)-\hat{\boldsymbol{x}}_i(t\,|\,t)$ 的方差阵，$\boldsymbol{P}_i=\mathrm{E}[\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t\,|\,t)\tilde{\boldsymbol{x}}_i^{\mathrm{T}}(t\,|\,t)]$，满足 Lyapunov 方程:

$$\boldsymbol{P}_i=\boldsymbol{\Psi}_i\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{\Psi}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Delta}_i \tag{23}$$

$$\boldsymbol{\Delta}_i=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{H}_i]\boldsymbol{\Gamma}_i\sigma_w^2\boldsymbol{\Gamma}_i^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{H}_i]^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{K}_i\sigma_{vi}^2\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}} \tag{24}$$

滤波误差 $\tilde{s}_i(t\,|\,t)$ 与 $\tilde{s}_j(t\,|\,t)(i\neq j)$ 的协方差 $P_{sij}=\mathrm{E}[\tilde{s}_i(t\,|\,t)\tilde{s}_j(t\,|\,t)]$ 为

$$P_{sij}=[1\ \ 0\cdots0]\boldsymbol{P}_{ij}[1\ \ 0\ \cdots\ 0]^{\mathrm{T}}+\sigma_w^2,\quad i,j=1,2,\cdots,l,\ \ i\neq j \tag{25}$$

其中状态滤波误差协方差阵为 $\boldsymbol{P}_{ij}=\mathrm{E}[\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t\,|\,t)\tilde{\boldsymbol{x}}_j^{\mathrm{T}}(t\,|\,t)]$，满足 Lyapunov 方程:

$$\boldsymbol{P}_{ij}=\boldsymbol{\Psi}_i\boldsymbol{P}_{ij}\boldsymbol{\Psi}_j^{\mathrm{T}}+[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{H}_i]\boldsymbol{\Gamma}_i\sigma_w^2\boldsymbol{\Gamma}_j^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_j\boldsymbol{H}_j]^{\mathrm{T}},\ i\neq j \tag{26}$$

证明 因 $b_{i0}=0$，故有白噪声滤波器 $\hat{w}(t\,|\,t)=0$，从而由式(4)和射影性质引出[5]

$$\hat{s}_i(t\,|\,t)=[1\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0]\hat{\boldsymbol{x}}_i(t\,|\,t) \tag{27}$$

注意式(15)可写为

$$\hat{\boldsymbol{x}}_i(t\,|\,t)=(\boldsymbol{I}-q^{-1}\boldsymbol{\Psi}_i)^{-1}\boldsymbol{K}_iy_i(t) \tag{28}$$

注意式(4)有

$$s(t)=[1\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0]\boldsymbol{x}_i(t)+w(t) \tag{29}$$

由式(27)和(29)引出式(22)。由式(27)和式(28)引出式(9)～(21)。注意关系[4]:

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t\,|\,t)=\boldsymbol{\Psi}_i\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t-1\,|\,t-1)+[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{H}_i]\boldsymbol{\Gamma}_iw(t-1)-\boldsymbol{K}_iv_i(t) \tag{30}$$

这引出式(23)－(26)。因 $\boldsymbol{\Psi}_i$ 为稳定矩阵[4]，故 $\psi_i(q^{-1})$ 为稳定多项式，因而式(19)是渐近稳定的。 证毕

4 多传感器信息融合 Wiener 反卷积滤波器

定理 2 多传感器系统式(1)，(2)在假设 1－假设 4 下，在线性最小方差最优融合准则下，信息融合最优 Wiener 反卷积滤波器 $\hat{s}_0(t|t)$ 为

$$\hat{s}_i(t|t)=\sum_{i=1}^{l}\alpha_i\hat{s}_i(t|t) \tag{31}$$

其中最优加权系数向量

$$\boldsymbol{\alpha}=[\alpha_1 \ \cdots \ \alpha_l]^{\mathrm{T}} \tag{32}$$

由下式计算

$$\boldsymbol{\alpha}=\frac{\boldsymbol{P}_s^{-1}\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_s\boldsymbol{e}} \tag{33}$$

其中 $\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}=[1 \ 1 \ \cdots \ 1]$，

$$\boldsymbol{P}_s=\begin{bmatrix} P_{s1} & P_{s12} & \cdots & P_{s1l} \\ P_{s21} & P_{s2} & \cdots & P_{s2l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{sl1} & P_{sl2} & \cdots & P_{sl} \end{bmatrix} \tag{34}$$

其中 P_{si} 和 P_{sij} 由定理 1 计算. 最小融合误差方差为

$$P_{s0}=\mathrm{E}[(s(t)-\hat{s}_0(t|t))^2]=(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_s\boldsymbol{e})^{-1} \tag{35}$$

且有关系:

$$P_{s0}\le P_{si}, \quad i=1,2,\cdots,l \tag{36}$$

证明 由定理 1，应用线性最小方差最优融合准则公式[5]得证。 证毕

5 仿真例子

考虑 3 传感器系统:

$$y_1(t)=\left[B_1(q^{-1})/P_1(q^{-1})\right]s(t)+v_1(t) \tag{37}$$

$$y_2(t)=\left[B_2(q^{-1})/P_2(q^{-1})\right]s(t)+v_2(t) \tag{38}$$

$$y_3(t)=\left[B_3(q^{-1})/P_3(q^{-1})\right]s(t)+v_3(t) \tag{39}$$

$$A(q^{-1})s(t)=C(q^{-1})w(t) \tag{40}$$

其中观测 $y_i(t)\in R^1$，待估信号 $s(t)\in R^1$，$w(t)$，$v_i(t)$ 分别是零均值、方差为 $\sigma_w^2=0.3$，$\sigma_{V1}^2=1.21$，$\sigma_{V2}^2=9$ 和 $\sigma_{V3}^2=16$ 的独立白噪声。 求最优子系统 Wiener 反卷滤波器 $\hat{s}_i(t|t)$ 和最优融合滤波器 $\hat{s}_0(t|t)$，$i=1,2,3$。

仿真中取

$$B_i(q^{-1})=q^{-1}, \quad A(q^{-1})=1-0.9q^{-1}, \quad C(q^{-1})=1,$$

$$P_1(q^{-1})=1-q^{-1}, \ P_2(q^{-1})=1-q^{-1}, \ P_3(q^{-1})=1-q^{-1} \tag{41}$$

仿真得到

$$P_{s1}=0.5608, \ P_{s2}=0.7895, \ P_{s3}=0.8655, \ P_{s0}=0.5565 \tag{42}$$

显然有 $P_{s0}\le P_{s1}$，$P_{s0}\le P_{s2}$，$P_{s0}<P_{s3}$，即融合估计提高了滤波精度。仿真例子如图 1－图 4 所示。其中实线代表真实值，虚线代表滤波估值。

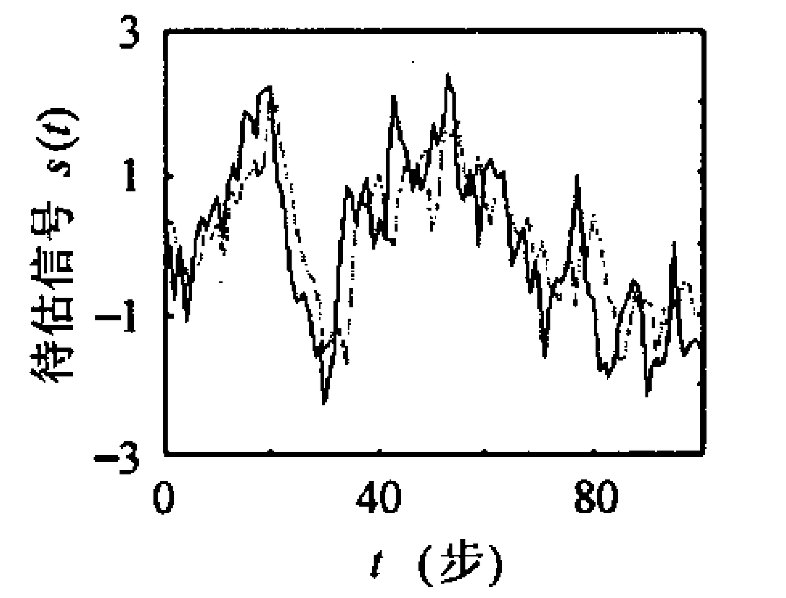

图 1 信号 $s(t)$ 和局部稳态最优 Wiener 反卷积滤波器 $\hat{s}_1(t|t)$

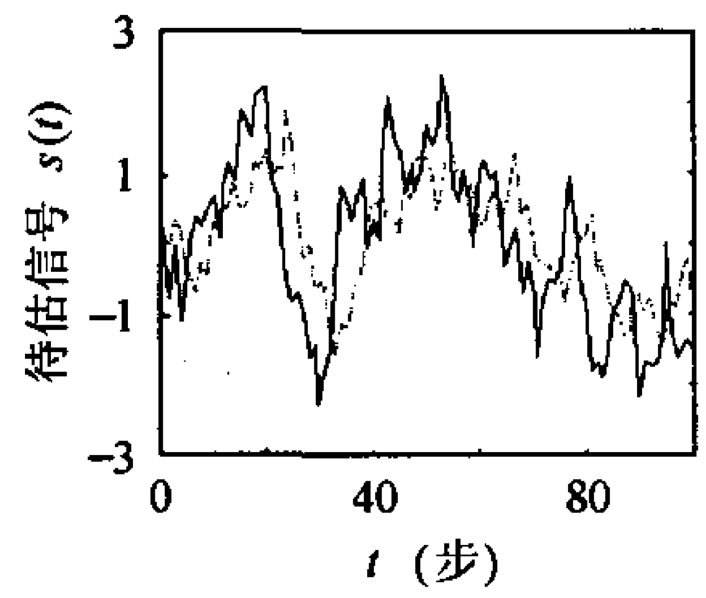

图 2 信号 $s(t)$ 和局部稳态最优 Wiener 反卷积滤波器 $\hat{s}_2(t|t)$

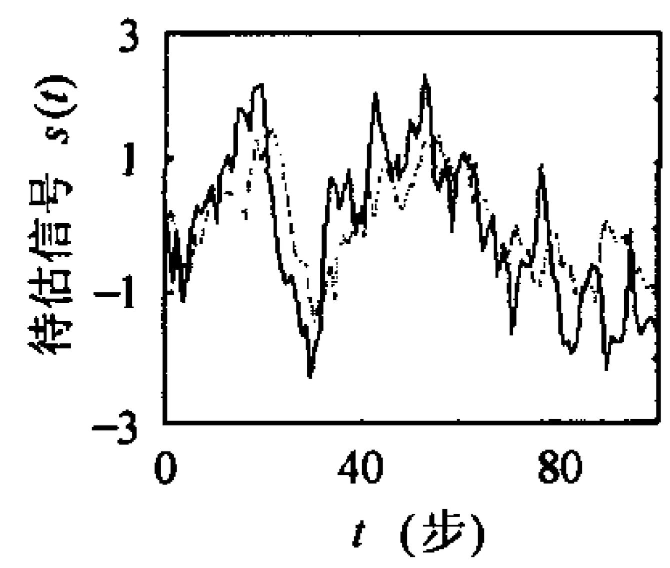

图 3 信号 $s(t)$ 和局部稳态最优 Wiener 反卷积滤波器 $\hat{s}_3(t|t)$

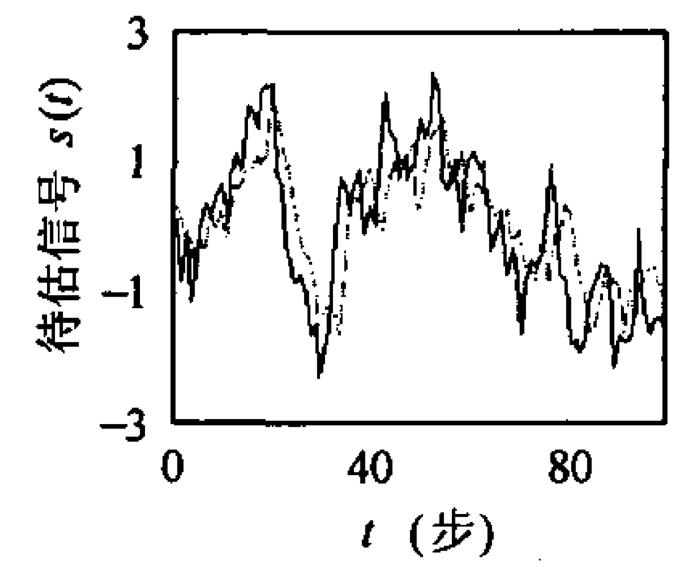

图 4 信号 $s(t)$ 和最优信息融合 Wiener 反卷积滤波器 $\hat{s}_0(t|t)$

6 结束语

本文提出了基于现代时间序列分析方法[4]的多传感器信息融合 Wiener 反卷积滤波器。方法特点是基于 ARMA 新息模型求增广系统稳态 Kalman 滤波器增益，避免了 Riccati 方程，并且通过解 Lyapunov 方程和拟 Lyapunov 方程求误差方差阵和协方差阵。该方法的优点是可直接应用于处理带未知模型参数和噪声统计的多传感器自校正信息融合 Wiener 滤波器设计[5, 6]。

参 考 文 献

[1] 何友，王国宏，陆大 ，彭应宁. 多传感器信息融合及其应用. 北京：电子工业出版社，2000：1－11.

[2] Mendel J M. Lessons in Estimation Theory for Signal Processing, Communications and Control. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1995: 1－400.

[3] 邓自立，高媛，马建为. 两传感器信息融合最优白噪声反卷积 Wiener 滤波器. 科学技术与工程，2003, 3(3): 216－218.

[4] 邓自立. 卡尔曼滤波与维纳滤波——现代时间序列分析方法. 哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2001: 279－390.

[5] 邓自立. 自校正滤波理论及其应用——现代时间序列分析方法. 哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2003: 1－375.

[6] 邓自立，马建为，高媛. 两传感器自校正信息融合白噪声 Wiener 反卷积滤波器. 科学技术与工程，2003, 3(4): 325－327.

邓自立： 男，1938 年生，教授，主要研究方向为状态估计、信号处理、信息融合、时间序列分析等.

高 媛： 女，1978 年生，硕士生，研究方向为信号处理、最优滤波、信息融合状态估计.