使用小波变换的图象边缘检测算法 [1]

解 梅 顾德仁

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

摘 要 将小波变换理论应用于图象边缘提取，提出了一种新的图象边缘检测算法。一种相对于 $(c_0, c_3) = (0.05, 0.05)$ 的对称尺度函数被用于二进小波变换，得到原图象的一个多分辨率表达式，再提取图象的边缘特征。实验结果表明，本方法是解决图象边缘提取的一个十分有效的模型。

关键词 小波变换，多尺度，图象边缘，检测

中图号 TN911.73

1 引 言

在众多的信号分析中，我们常引进信号的傅氏分析法，即频谱分析。在许多时域里看不清的问题，通过频域一下就变得清楚了。例如取样、滤波等等。但是，傅氏展开有两点明显的不足之处：(1) 傅氏系数的大小并不能刻划出信号所在的空间。(2) 傅氏分析不能做局部分析。因此寻找一种新的正交展开，它既保留傅氏展开的优点，又能弥补傅氏展开的不足之处。这在理论上和实际上都有重大的意义。小波展开正是这样一种新的正交展开。可以认为这是傅氏分析发展的一个新阶段。小波理论为信号和图象的描述和刻画提供了一个多尺度逼近 [1,2] 。 Muallat 和 Zhong[3] 发展了一种通过确定小波系数的极大值来进行边缘检测的方法。本文据此提出了一种新的使用四个系数的滤波器作为多尺度边缘检测的方法，更充分地利用了图象提供的信息，得到了满意的结果。

2 双尺度扩展公式

一个离散双尺度公式是一个形式如下的等式：

$$\phi(x) = \sum_{n=0}^{N} c_n \phi(kx - n), \tag{1}$$

式中 c_n 是实数， n 和 k 是整数且 $k \geq 2$ 。当 $k = 2$ 时，等式得到一个二次幂整数尺度公式，它可用于构造一个二进小波。一个基本设定的系数是

$$\sum c_{2n} = \sum c_{2n+1} = 1. \tag{2}$$

系数 c_n 和低通滤波器系数 $\{h(n)\}$ 有关， $h(n) = c_n/2$ 。一个小波 $\psi(x)$ 可以通过下式构造

$$\psi(x) = \sum 2g(n)\phi(2x - n), \tag{3}$$

$$g(n) = (-1)^{n-1} h(1 - n), \tag{4}$$

---

[1] 1995-06-07 收到， 1995-11-29 定稿
国家教委博士点基金资助项目

$\{g(n)\}$ 是高通滤波器系数。

在图象处理应用中，人们常选择小波和尺度函数具有较小的紧支集。因此本文选用四个系数的离散扩展函数

$$\phi(x)=\sum_{n=0}^{3}c_n\phi(2x-n), \tag{5}$$

公式中当

$$c_0+c_2=1, \tag{6}$$

$$c_1+c_3=1 \tag{7}$$

时的情形尤其为人们所感兴趣，我们选择 $c_0=c_3=0.05$ ，因而 $c_1=c_2=0.95$ 。低通滤波器系数 $\{h(n)\}=\{0.025,0.475,0.475,0.025\}$ 。

3 小波边缘检测算法

3.1 小波变换

一个函数 $f(x)$ 在尺度 2^j 的离散小波变换记为 $w^j(k)$ ，定义为 $f(x)$ 和 $\psi_{j,k}$ 的内积：

$$w^j(k)=<f,\psi_{j,k}>, \tag{8}$$

$$\psi_{j,k}=\frac{1}{2^j}\psi\left[\frac{1}{2^j}(x-k)\right]. \tag{9}$$

它描述了在尺度 2^j 的梯度信息。在尺度 2^j 所平滑的信号由下式给出：

$$s_j(k)=<f,\phi_{j,k}>, \tag{10}$$

$$\phi_{j,k}=\frac{1}{2^j}\phi\left[\frac{1}{2^j}(x-k)\right]. \tag{11}$$

对于 N 点的离散信号，小波变换可以通过下式循环计算：

$$w^j(k)=\sum_{n=0}^{3}g(n)s^{j-1}(k+2^{j-1}n), \tag{12}$$

$$s^j(k)=\sum_{n=0}^{3}h(n)s^{j-1}(k+2^{j-1}n), \tag{13}$$

式中 $k=0,1,\cdots,N-1;\ j=1,2,\cdots,m;\ 2^m=N$ 。原始函数信号可以看作 $s^0(k)$ 。

3.2 边缘检测

上述小波系数最大值用于检测多尺度边缘。我们采用如下算法执行：(1) 对所给定图象每一行执行 (12), (13) 式计算 $w^j(k)$ 。(2) 找出 $w^j(k)$ 的零交叉点。(3) 在零交叉点 $w^j(k)$ 由负变为正处，我们称其为开始点。在零交叉点 $w^j(k)$ 由正变为负处，我们称其为结束点。记录下这些点。(4) 检测在开始点与结束点间的小波变换最大值。(5) 对给定图象的每一列重复 (1), (2), (3), (4) 步。(6) 对于两次分别得到最大值处的点认为有边缘，否则认为无边缘。(7) 将接受的点连接成链。

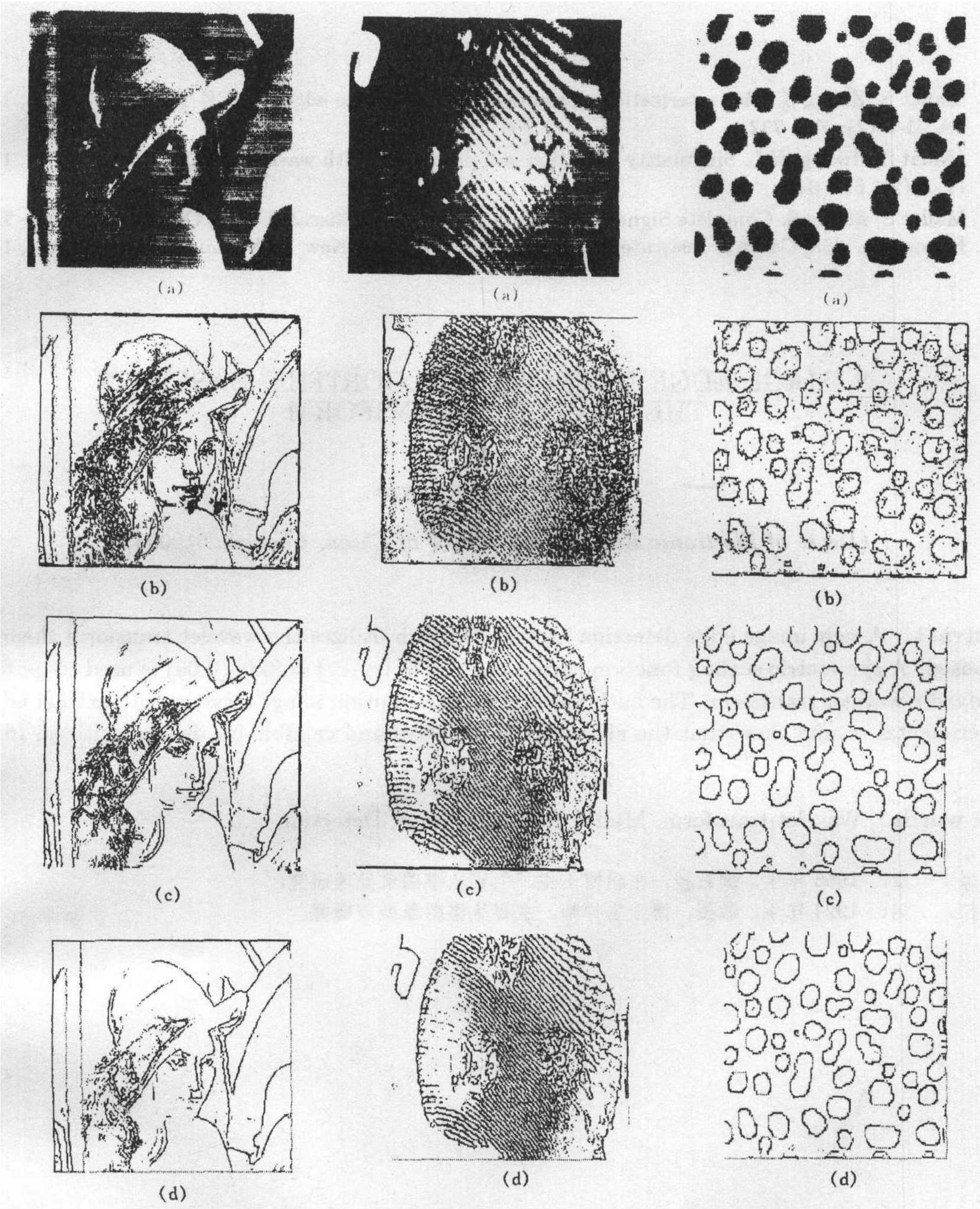

图 1　(a) 原始图象 (b) 在尺度 2^1 的边缘图象 (c) 在尺度 2^2 的边缘图象 (d) 在尺度 2^3 的边缘图象

4　计算结果和讨论

边缘检测算法在三幅原始图象 ($256\times256\times8$) 上进行实验。小波变换尺度分别取为 $2^1,2^2,2^3$。利用小波系数最大值作为门限的多尺度边缘图象示于图 1。从图中我们可清晰分辨出图象轮廓特征。实验结果证实这种算法边缘局部性很好。可用于图象边缘检测中。

参 考 文 献

[1] Mallat S, Zhong S. Characterization of signals from multiscale edges. IEEE Trans. on PAMI, 1992, PAMI-14(7): 710–732.

[2] Mallat S, Hwang W L. Singularity detection and processing with wavelets. IEEE Trans. on IT, 1992, IT-38(2): 617–643.

[3] Mallat S, Zhong S. Complete Signal Representations with Multiscale Edges, Computer Science Tech. Report No. 483, Courant Institute of Mathematical Sciences, New York University, November, 1989.

AN IMAGE EDGE DETECTION ALGORITHM BASED ON THE WAVELET TRANSFORM

Xie Mei Gu Deren

(*Dept. of Electronic Engineering, UEST of China, Chengdu* 610054)

Abstract A new image edge detection algorithm which utilizes the wavelet transform theory is proposed. A symmetric scaling function correspo n ding to $(c_0, c_3) = (0.05, 0.05)$ is used to perform the dyadic wavelet transform. The authors get a multiresolution image strategy and extract edges. Experimental results show that the algorithm is adaptive and capable for dealing with an image edge.

Key words Wavelet transform, Multiscale, Image edge, Detection

解 梅： 女，1955 年生，副教授，在职博士生，主要从事图象处理研究.
顾德仁： 男，1924 年生，教授，博士生导师，主要从事图象处理研究.