

神经记忆的电阻网络综合

王柏勇 虞厥邦

(电子科技大学, 成都)

摘要 本文提出了从神经系统功能进行网络综合的观点, 对神经网络的记忆功能进行了研究, 建立了数学模型, 并用分段线性电阻网络进行综合。所得到的非线性电阻网络除具有并行性、实时性、分布性和自适应等一系列人工神经网络的特点外, 网络中各参数由网络所应记忆模式和特征向量的解析式给出, 这比传统的人工神经网络具有较强的直观性, 便于实际应用。

关键词 神经网络; 神经记忆; 电阻网络综合

一、引言

人工神经网络是从仿生学的角度出发, 借助人工神经元构造网络以模仿生物神经系统, 来研究信息的传递和处理。近年来, 这门学科引起了人们的很大兴趣, 其理论和应用都有较大的发展^[1]。但是, 生物神经系统的机制还未完全被揭示, 有待于进一步探索。在目前, 由人工神经元构造的各种神经网络中, 神经元要比脑神经细胞简单得多, 人工神经网络的结构也比脑神经系统的结构简单, 这大大限制了现有人工神经网络的功能及应用。当前较有影响的神经网络有 Hopfield 模型、多层感知器等。它们主要通过示例训练进行自组织, 网络中各神经元之间的连接权值同网络记忆模式和特征向量无明显联系, 缺少可编程性。尤其是这些人工神经网络是非线性系统, 当网络规模较大, 结构复杂时, 难于进行分析。而把握神经网络的状态, 尚缺少快速、有效的学习、组织方法^[2]。因此, 有必要从神经网络的功能出发, 对神经网络进行研究。构造出具有神经网络特点, 可完成神经网络部分功能的功能网络。

记忆是神经网络所具备的基本功能之一, 在本文中, 我们对此进行了研究, 给出了一种神经记忆的分段线性化模型, 用分段线性电阻网络进行了综合。所得到的记忆功能电阻网络除具有并行性、实时性、分布性和自适应等一系列人工神经网络的特点外, 网络中各参数以网络所记忆模式和特征向量的解析式给出, 具有可编程性。文中给出了神经记忆的数学表述, 并给出了一种记忆的分段线性模型和实现神经记忆的电阻网络综合, 最后进一步明确了记忆功能电阻网络的特点。

二、记忆的数学描述

生理学及心理学的研究表明: 记忆包括识记, 保持和回忆三个方面。识记即为识别和记住事物特点及其间的联系。它的生理基础为大脑皮层形成相应的暂时神经联系。保持

即暂时联系以痕迹的形式留存于脑中。回忆则为暂时联系的再活跃^[2]。记忆是人工神经网络研究的重要问题,它可以表述成两个有限集合 X 与 Y 之间的某种变换^[3,4]。设模式集合 X 由 R^l 上有限个矢量构成, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, $x_i \in R^l$ 。特征集合 Y 由 m 个 n 维特征向量张成, $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$, $y_i \in R^n$ 。对于每个 i , 模式 x_i 与特征向量 y_i 一一对应。我们可以将识记和保持过程看做是对模式 x_i 的识别和相应特征向量 y_i 的保持过程, 回忆过程看做是由特征 y_i 对模式 x_i 的寻求。显然, 有限集合 X 与 Y 之间的变换是一双向映射。因此, 记忆可用连续函数 f 来描述。所定义的函数 f 应满足下列条件:

$$(1) f(x_i) = y_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

$$(2) f \text{ 是 } 1-1 \text{ 映射。即当且仅当 } x = z \text{ 时, } f(x) = f(z)。$$

同生物记忆相似, 机器记忆主要学习(识记和保持过程)和回忆两方面构成。对于有限集合 X 和 Y , 由 $\{x_i, y_i\} | i = 1, 2, \dots, m$ 构造双向映射 f 即完成了记忆模型的自组织。学习是由新输入模式 x_{m+1} 和对应的特征向量 y_{m+1} , 结合机器中已记忆的模式集合 X 和特征集合 Y , 根据机器所执行的任务, 对映射 f 进行修正, 记忆 x_{m+1} , y_{m+1} 的过程。回忆则是确认特征向量 y_i 是否被存储, 如果存储则寻求 y_i 所对应模式的过程, 即由方程 $y_i = f(x)$ 来求解 x 的过程。因为集合 X 是有限集合, 显然, 通过试探法, 在 m 次试探内一定能够找到特征向量 y_i 所对应的模式 x_i 。所构造变换 f 是 1-1 映射的, 故所求解一定唯一。

三、记忆的分段线性模型

为讨论方便, 设模式集合 X 由 R 上的有序点集 $\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ 构成, $x_i \in R$ 且 $x_1 < x_2 < \dots < x_m$ 。 y_{ik} 为 n 维特征向量 y_i 的第 k 个分量, $1 \leq i \leq m$, $1 \leq k \leq n$ 。采用分段线性插值方法, 以直线连接相邻两点 (x_i, y_{ik}) , $(x_{i+1}, y_{(i+1)k})$, 则得到 n 条折线, 每条折线由 $m-1$ 条直线组成。用此折线族所对应的分段线性插值函数作为记忆模型 f , 则

$$y = f(x) = \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} y_i + \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} y_{i+1} \quad (2)$$

$$x_i \leq x \leq x_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, m-1$$

对于 $x < x_1$ 和 $x > x_m$, 令

$$y = y_1 \quad x < x_1$$

$$y = \frac{x_m - x}{x_m - x_{m-1}} y_{m-1} + \frac{x - x_{m-1}}{x_m - x_{m-1}} y_m, \quad x > x_m \quad (3)$$

定理 1 分段线性函数 $y = f(x)$ 连续, 且对所有 i , $y_i = f(x_i)$ 。

证明 由(2)、(3)式可直接推证定理 1。

定理 2 如果特征向量 $y_i (i = 1, \dots, m)$ 线性无关, 则由(2)、(3)两式确定的分段线性函数是 1-1 映射的。

证明 如果 $x_i \leq x', x'' \leq x_{i+1}$, 则

$$f(x') - f(x'') = \frac{x' - x''}{x_{i+1} - x_i} (y_{i+1} - y_i)$$

y_i, y_{i+1} 线性无关, 所以当且仅当 $x' = x''$ 时, $f(x') = f(x'')$.

如果 $x_j \leq x' \leq x_{j+1}, x_j \leq x'' \leq x_{j+1}, (j \neq i)$, 则

$$\begin{aligned} f(x') - f(x'') &= \frac{x_{j+1} - x'}{x_{j+1} - x_j} y_j + \frac{x' - x_j}{x_{j+1} - x_j} y_{j+1} \\ &\quad - \frac{x_{j+1} - x''}{x_{j+1} - x_j} y_j - \frac{x'' - x_j}{x_{j+1} - x_j} y_{j+1} \end{aligned}$$

$x' \neq x''$, 向量 $y_i, y_{i+1}, y_j, y_{j+1}$ 线性无关, 上式中只有当各向量系数均为零时, 才有 $f(x') = f(x'')$. 但这是不可能的. 定理 2 得证.

n 维特征向量 $y_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 线性无关, 必须使 $n \geq m$.

由定理 1 和定理 2 可知, 神经记忆的分段线性模型(2)式满足本文第二节中给出的条件(1)和(2). 可做为神经记忆的数学描述.

由(2)式可见, 神经记忆的分段线性模型不仅记忆了模式 x_i 和对应的特征向量 $y_i (i = 1, 2, \dots, m)$, 而且对模式 $x_i < x < x_{i+1}$ 所对应的近似特征向量也可作记忆.

定理 3 对于(2)式给出的神经记忆分段线性模型, 存在常向量 $k = [k_1, k_2, \dots, k_n]^T$, 使分段线性模型中所记忆的 $\{x^*, y^*\}$ 满足:

$$y^{*T} \cdot k = x^* \quad (4)$$

证明 设 $y_i = [y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{in}]^T$, 则可构造出线性方程组,

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{m1} & y_{m2} & \dots & y_{mn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \quad (5)$$

因为 $y_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 线性无关, 当 $m < n$ 时, $k = [k_1, k_2, \dots, k_n]^T$ 有多解; $m = n$ 时, k 有唯一解. 总之存在某个 $k = [k_1, k_2, \dots, k_n]^T$ 使 $y_i^T \cdot k = x_i$.

对于分段线性模型中所记忆的 $\{x^*, y^*\}$, 有

$$\begin{aligned} y^{*T} \cdot k &= \left[\frac{x_{i+1} - x^*}{x_{i+1} - x_i} y_i^T + \frac{x^* - x_i}{x_{i+1} - x_i} y_{i+1}^T \right] \cdot k \\ &= \frac{x_{i+1} - x^*}{x_{i+1} - x_i} \cdot x_i + \frac{x^* - x_i}{x_{i+1} - x_i} x_{i+1} = x^* \end{aligned}$$

由定理 3 可以看出, k 确定了模式 x 与特征向量 y 的对应关系, $S_k = \{ \{x, y\} | y^T \cdot k = x \}$. 记忆分段线性模型(2)确定了模式 x^* 与特征向量 y^* 的对应关系, $S_r = \{ \{x^*, y^*\} | y^{*T} = f(x^*) \}$, 不难看出, 集合 $S_r \subseteq S_k$, 从公式 $y^T \cdot k = x$, 我们不能由给定模式 x^* 寻找到与其相对应的特征向量 y^* . 对某一特征向量 y 也无法做出它是否存贮在分段线性模型(2)式中的决策, 因而无法寻求所对应的模式. 但是 $S_r \subseteq S_k$, (4)式包含有神经记忆分段线性模型中的模式 x^* 和对应的特征向量 y^* .

对于神经记忆的分段线性模型, 给定模式 x , 由(2)式可直接求出它所对应的特征向量; 给定某一特征向量 y , 模式 x 的搜索过程如下: (1) 由公式(4), 得 $\bar{x} = y^T \cdot k$; (2) 由公式(2), 求出 $y = f(\bar{x})$; (3) 对某一小常数 ε , 如果 $\|y - \bar{y}\| \leq \varepsilon$, 则所搜索的模式 $x = \bar{x}$, 否则确认特征向量 \bar{y} 未记忆在神经记忆模型(2)式中.

如果经判断,对新输入特征向量 \bar{y} 需要进行记忆,则模型应进入自组织或学习状态. 神经记忆分段线性模型的学习或自组织即为在原模型中增加新输入特征向量 \bar{y} 及其对应模式 x . 当 $m < n$ 时,如 $x_i < x < x_{i+1}$, 则直接将 $\{x, \bar{y}\}$ 插入到点 $\{x_i, y_i\}$ 与点 $\{x_{i+1}, y_{i+1}\}$ 之间,将原 \hat{l} 修改成 \hat{l} . 如果 $m = n$, 则在插入 $\{x, \bar{y}\}$ 的同时,从模型中删除或遗忘掉一个旧模式和它所对应的特征向量,将原来的 \hat{l} 修改成新的分段线性模型 \hat{l} .

四、神经记忆的电网络综合

设二端非线性电阻 R 的分段线性表示为

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{v_{j+1} - v}{v_{j+1} - v_j} i_j + \frac{v - v_j}{v_{j+1} - v_j} i_{j+1} \\ v_j \leq v \leq v_{j+1}, \quad j &= 1, 2, \dots, m-1 \\ i &= i_1, \quad v < v_1 \\ i &= \frac{v_m - v}{v_m - v_{m-1}} i_{m-1} + \frac{v - v_{m-1}}{v_m - v_{m-1}} i_m, \quad v > v_m \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

文献[5]讨论了非线性电阻网络的综合方法. 根据网络 DP 特性的分段线性模型凹凸性,所得综合电路由凹、凸电阻的交叉串并联构成.

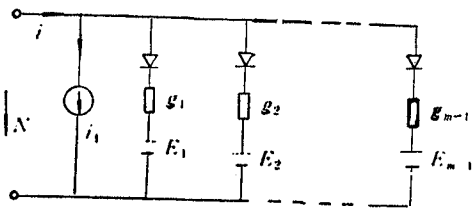


图1 图中的 N 为 v

这样当 $\{i_j, v_j\}$ 发生变化时, (6) 式的凹凸性也发生变化, 综合电路的结构也应做相应的变化. 为了使 $\{i_j, v_j\}$ 的变化不改变电路结构, 只改变电路参数, 我们给出了电阻 R 的 DP 综合电阻网络, 如图 1 所示. 图中的二极管为理想二极管; $E_1 = v_1, E_2 = v_2, \dots, E_{m-1} = v_{m-1}$; 各线性电阻的电导为 $g_1 =$

$(i_2 - i_1)/(v_2 - v_1), g_2 = (i_3 - i_2)/(v_3 - v_2) - (i_2 - i_1)/(v_2 - v_1), \dots, g_{m-1} = (i_m - i_{m-1})/(v_m - v_{m-1}) - (i_{m-1} - i_{m-2})/(v_{m-1} - v_{m-2})$. 可见, $\{i_j, v_j\}$ 的变化只影响到电路参数 E_j, g_{j-1}, g_j 和 g_{j+1} , 不改变图示电路的结构.

对于神经记忆的分段线性模型, 取 x 为多端口电阻网络 L 的某端口电流量, $y = [y'_1, y'_2, \dots, y'_n]^T$ 为网络 L 的端口电压量. 电阻网络所要回忆的特征向量 $\bar{y} = [\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_n]$ 为电压量, 则可得(2)式所示神经记忆分段线性模型的电阻网络综合, 如图 2 所示.

图 2 电路中各参数如下:

$$i_{i1} = y_{i1} \tag{7}$$

$$E_{i1} = x_1, E_{i2} = x_2, \dots, E_{i(m-1)} = x_{m-1} \tag{8}$$

$$\left. \begin{aligned} g_{i1} &= (y_{2i} - y_{1i})/(x_2 - x_1) \\ g_{i2} &= (y_{3i} - y_{2i})/(x_3 - x_2) - (y_{2i} - y_{1i})/(x_2 - x_1) \\ &\dots\dots \\ g_{i(m-1)} &= [y_{mi} - y_{(m-1)i}]/(x_m - x_{m-1}) - [y_{(m-1)i} - y_{(m-2)i}]/(x_{m-1} - x_{m-2}) \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

以上诸式中 $i = 1, 2, \dots, n$.

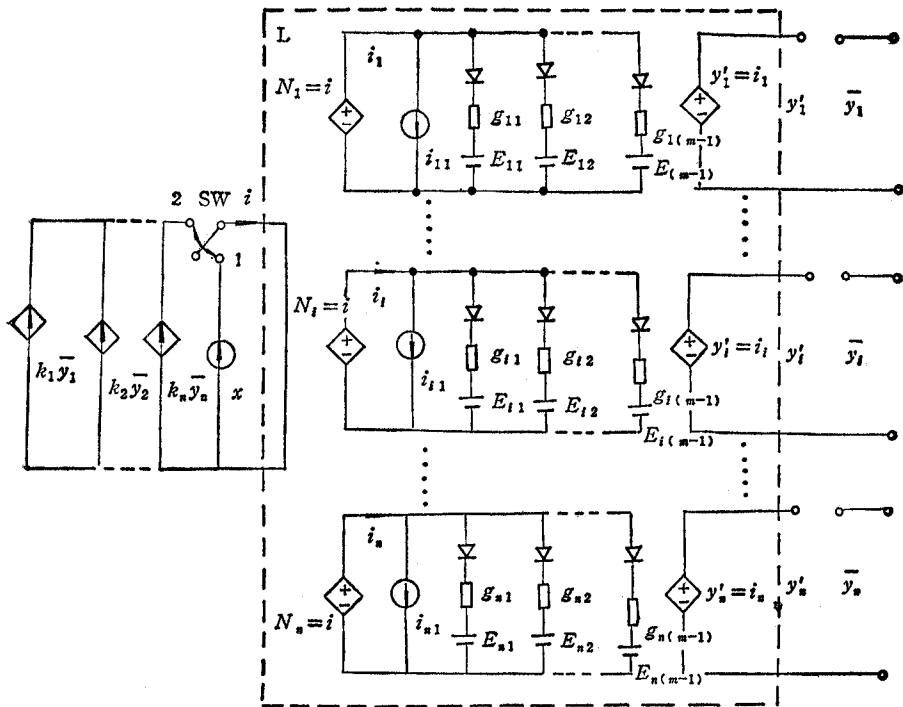


图 2

当开关 SW 闭合在 1 处时, 输入模式 x 为激励, 通过电阻网络 L 得到相应的特征向量 $y = [y'_1, y'_2, \dots, y'_n]^T$. 当开关 SW 闭合于 2 处时, 电阻网络进入由特征向量 \bar{y} 回忆对应模式状态. 对于网络输入特征向量 $\bar{y} = [\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_n]^T$, 得到网络的输出特征向量 $y = [y'_1, y'_2, \dots, y'_n]^T$, 如果 $\|y - \bar{y}\| \leq \varepsilon$, 则确认搜索到相应的模式, 否则网络要进行自组织 ($m < n$) 或自学习 ($m = n$).

设 $\{x_j, y_{ij}\}$ 对应图 2 中网络 L 的各支路 BL_{ij} , 则神经记忆模型对 $\{x_j y_{ij}\}$ 的遗忘过程为: 置 $i = 1$.

(1) 如 $j = m$, 则切除支路 $BL_{i(m-1)}$, 转(4);

(2) 切除支路 BL_{ij} ;

(3) (a) 如 $j = 1$, 则 $i_{j1} = y_{2i}$, $g_{i2} = [y_{(j+2)i} - y_{(j+1)i}] / (x_{j+2} - x_{j+1})$;

(b) 如 $j = 2$, 则 $g_{i(j-1)} = [y_{(j+1)i} - y_{(j-1)i}] / (x_{j+1} - x_{j-1})$,

$$g_{i(j+1)} = [y_{(j+2)i} - y_{(j+1)i}] / (x_{j+2} - x_{j+1}) - [y_{(j+1)i} - y_{(j-1)i}] / (x_{j+1} - x_{j-1}) \quad (10)$$

(c) 如 $j = m - 1$,

$$g_{i(j-1)} = [y_{(j+1)i} - y_{(j-1)i}] / (x_{j+1} - x_{j-1}) - [y_{(j-1)i} - y_{(j-2)i}] / (x_{j-1} - x_{j-2}) \quad (11)$$

(d) 取其值, $g_{i(j+1)}$ 由(10)式确定, $g_{i(j-1)}$ 由(11)式得;

(4) 如 $i = n$, 停止. 否则 $i = i + 1$, 转(1).

设 $\{\bar{x}, \bar{y}_i\}$ 对应于支路 BL_i (由二极管、电阻 g_i 和电源 E_i 组成), 则神经记忆模型

对 $\{\bar{x}, \bar{y}\}$ 的识记过程为

(1) $i = 1$

(2) (a) 如果 $\bar{x} < x_1$, 则 $i_{i1} = \bar{y}_i, E_i = \bar{x}$

$$g_i = (y_{1i} - \bar{y}_i)/(x_1 - \bar{x})$$

$$g_{ij} = (y_{2i} - y_{1i})/(x_2 - x_1) - (y_{1i} - \bar{y}_i)/(x_1 - \bar{x})$$

(b) 如果 $\bar{x} > x_m$, 则 $E_i = x_m$

$$g_i = (\bar{y}_i - y_{mi})/(\bar{x} - x_m) - (y_{mi} - y_{(m-1)i})/(x_m - x_{m-1})$$

(c) 如果 $x_j < \bar{x} < x_{j+1}$, 则 $E_i = \bar{x}$

$$g_i = (y_{(j+1)i} - \bar{y}_i)/(x_{j+1} - \bar{x}) - (\bar{y}_i - y_{ji})/(\bar{x} - x_j)$$

$$g_{ij} = (\bar{y}_i - y_{ji})/(\bar{x} - x_j) - (y_{ji} - y_{(j-1)i})/(x_j - x_{j-1})$$

$$g_{i(j+1)} = [y_{(j+2)i} - y_{(j+1)i}]/(x_{j+2} - x_{j+1}) - (y_{(j+1)i} - \bar{y}_i)/(x_{j+1} - \bar{x})$$

(3) 将 BL_i 接到网络 L 中的适当位置;

(4) 如 $i = n$, 则暂停, 否则 $i = i + 1$, 转(2).

神经记忆模型网络的自组织和自学习便由模型对某 $\{x_i, y_i\}$ 的遗忘过程和对 $\{\bar{x}, \bar{y}\}$ 的识记过程构成. 可见, 学习过程中, 网络结构不发生变化, 只进行参数的校正. 元件参数以准确的解析形式同集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ 中的模式点与特征向量相联系, 使网络具有较好的编程性.

例 设 A, B, C, D 为四种不同的化学成份, $x_1=1, x_2=2, x_3=3$ 为三种不同配方方法. 其对应特征分别为 $y_1 = [0.3, 0.0, 0.1, 0.4]^T$, $y_2 = [0.0, 0.7, 0.1, 0.2]^T$, $y_3 = [0.9, 0.0, 0.1, 0.2]^T$.

由上述讨论可得该问题的神经记忆电阻网络, 如图 2, 电路参数为

$$i = [i_{i1}]_{4 \times 1} = [0.3, 0.2, 0.1, 0.4]^T$$

$$E = [E_{ij}]_{4 \times 2} = \begin{bmatrix} 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 2.0 & 2.0 & 2.0 & 2.0 \end{bmatrix}^T$$

$$G = [g_{ij}]_{4 \times 2} = \begin{bmatrix} -0.3 & 0.5 & 0.0 & -0.2 \\ 1.2 & -1.2 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}^T$$

$$K = [k_1, k_2, k_3, k_4]^T = [3.33, 3.33, 0.00, -1.67]^T$$

记忆网络除具有可编程性外, 还可进行自组织, 自学习及参数自适应.

五、结 论

根据神经记忆功能特征和人工神经网络的研究成果^[2-4], 我们提出了神经记忆的分段线性模型并用电阻网络进行综合. 所得网络除在功能上初步模仿了神经记忆外, 还具有并行性, 实时性, 分布性和自适应等许多人工神经网络特点. 网络参数同网络记忆特征有准确的解析关系, 具有可编程性且便于网络的自组织和自学习. 在此基础上构造动态模型, 可望实现神经记忆的一些更复杂功能.

参 考 文 献

- [1] R.P. Lippmann, *IEEE Trans. on ASSP*, **ASSP-4**(1987)4,4-22.
- [2] 夏征农等, 辞海(1979年版缩印本), 上海辞书出版社, 1985年, p.380.
- [3] Jack Y. Jau, Y.Fainman, Sing H. Lee, *Applied Optics*, **28**(1989)2, 302-305.
- [4] B.Kosko, *IEEE Trans. On SMC*, **SMC-18**(1988)1,49-60.
- [5] 蔡少棠: 非线性网络理论引论(中册), 人民教育出版社, 1980年.

RESISTIVE NETWORK SYNTHESIS FOR NEURAL MEMORY

Wang Baiyong Yu Juebang

(*University of Electronics Science and Technology of China, Chengdu*)

Abstract It is suggested to study the neural network in the view of neural functions. The memory function of network is studied and its mathematical model is given. The model is synthesized by a peicewise-linear resistive network. The network is of many properties of artificial network such as parallelism, real-time processing, distributivity and adaptability etc., in addition, the parameters of network are expressed analytically by the patterns and features which are memorized in the network.

Key words Neural network; Neural memory; Resistive network synthesis