

# Rice 杂波中 Swerling II 目标的似然比检测\*

朱 兆 达  
(南京航空学院)

## 1. 引言

描述地杂波统计特性时常用 Rice 模型<sup>[1]</sup>,其物理基础是认为地杂波由固定反射体引起的稳定分量和大量运动散射体引起的瑞利起伏分量所合成. Fogel<sup>[2]</sup>曾导出稳定分量不相干时 Rice 杂波中离散时间最佳检测的估值器-相关器结构,但仍得不到显式解,实现有困难,他转而研究了一种次最佳检测器.

本文在研究 Rice 杂波中 Swerling II 目标的离散时间检测时,得出了似然比(LR)的显式解,从而找到了 LR 检测器较易实现的结构. 文中采用 Pitman 渐近相对效率(ARE)研究了 LR 检测器的性能. 讨论按杂波稳定分量相干和不相干两种情况进行,假定杂波起伏分量样本独立,内部噪声是白高斯的,并且不考虑天线方向图对回波幅度的调制.

## 2. 杂波稳定分量相干的情况

待研究的二元假设检验问题为

$$\begin{aligned} H_0: \mathbf{R} &= \mathbf{C} + \mathbf{N}, \\ H_1: \mathbf{R} &= \mathbf{S} + \mathbf{C} + \mathbf{N}. \end{aligned} \quad (1)$$

这里  $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_M)^T$ ,  $\mathbf{C} = (\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_M)^T$ ,  $\mathbf{N} = (\mathbf{n}_1, \dots, \mathbf{n}_M)^T$ ,  $\mathbf{S} = (\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_M)^T$  分别是接收波形、杂波、噪声、信号的复包络样本矢量. 接收波形样本

$$\mathbf{r}_i = z_i e^{j\varphi_i} = x_i + jy_i, \quad i = 1, \dots, M, \quad (2)$$

式中  $z_i$ ,  $\varphi_i$ ,  $x_i$  和  $y_i$  分别是接收波形的包络、相位、复包络实部和虚部样本. 杂波样本

$$\mathbf{c}_i = A_c e^{j\varphi_c} + c_{ci} + jc_{si}, \quad i = 1, \dots, M, \quad (3)$$

式中  $A_c$  和  $\varphi_c$  分别是杂波稳定分量的振幅和相位,相干情况下  $\varphi_c$  是不随  $i$  而变的未知参量;  $c_{ci}$  和  $c_{si}$  分别是杂波起伏分量复包络实部和虚部样本.  $c_{ci}$  和  $c_{si}$  互相独立,都是  $N(0, \sigma_c^2)$ ,  $\sigma_c^2$  是杂波起伏分量的平均功率. 噪声样本

$$\mathbf{n}_i = n_{ci} + jn_{si}, \quad i = 1, \dots, M, \quad (4)$$

式中  $n_{ci}$  和  $n_{si}$  分别是噪声复包络实部和虚部样本. 它们也互相独立,且都是  $N(0, \sigma_n^2)$ ,  $\sigma_n^2$  是噪声的平均功率. 信号样本

$$\mathbf{s}_i = s_{ci} + js_{si}, \quad i = 1, \dots, M, \quad (5)$$

式中  $s_{ci}$  和  $s_{si}$  分别是信号复包络实部和虚部样本. 在 Swerling II 情形,  $s_{ci}$  和  $s_{si}$  互相独

\* 1984年10月25日收到,1985年3月21日修改定稿.

立,且都是  $N(0, \sigma_s^2)$ ,  $\sigma_s^2$  是信号的平均功率.

$H_0$  为真时,  $x_i$  和  $y_i$  的联合 pdf 为

$$f_0(x_i, y_i; \varphi_c) = \frac{1}{2\pi\sigma_0^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_0^2} [(x_i - A_c \cos \varphi_c)^2 + (y_i - A_c \sin \varphi_c)^2] \right\}, \quad (6)$$

式中

$$\sigma_0^2 = \sigma_c^2 + \sigma_n^2. \quad (7)$$

$H_1$  为真时,  $x_i$  和  $y_i$  的联合 pdf 为

$$f_1(x_i, y_i; \varphi_c) = \frac{1}{2\pi\sigma_1^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_1^2} [(x_i - A_c \cos \varphi_c)^2 + (y_i - A_c \sin \varphi_c)^2] \right\}, \quad (8)$$

式中

$$\sigma_1^2 = \sigma_c^2 + \sigma_n^2 + \sigma_s^2. \quad (9)$$

样本是独立的,所以广义似然比<sup>[3]</sup>为

$$\Lambda(\mathbf{R}) = \frac{\max_{\varphi_c} \prod_i f_1(x_i, y_i; \varphi_c)}{\max_{\varphi_c} \prod_i f_0(x_i, y_i; \varphi_c)}. \quad (10)$$

由式(6)、(8)可求得  $\varphi_c$  的最大似然估值  $\hat{\varphi}_c$  满足下式

$$\left. \begin{aligned} \cos \hat{\varphi}_c &= \frac{\sum_i x_i}{\left| \sum_i r_i \right|}, \\ \sin \hat{\varphi}_c &= \frac{\sum_i y_i}{\left| \sum_i r_i \right|}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

由式(6)–(11)可得

$$\begin{aligned} \ln \Lambda(R) &= 2M \ln \frac{\sigma_0}{\sigma_1} + \left( \frac{1}{2\sigma_0^2} - \frac{1}{2\sigma_1^2} \right) \sum_i [(x_i - A_c \cos \hat{\varphi}_c)^2 \\ &\quad + (y_i - A_c \sin \hat{\varphi}_c)^2]. \end{aligned} \quad (12)$$

由上式可知广义 LR 检测器结构由下式决定

$$\sum_i z_i^2 - 2A_c \left| \sum_i r_i \right| \geq T, \quad (13)$$

式中  $T$  表示门限.式(13)的结构示如图 1, 包含两路.非相参支路就是传统的平方律检测

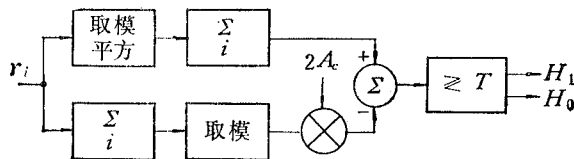


图 1 杂波稳定分量相干时 Rice 杂波中 Swerling II 目标的广义 LR 检测器

器,相参支路输出量近似代表杂波稳定分量.把后者从检验统计量中减去,这与 Bird<sup>[4]</sup>的相干杂波图处理器的思路有相同的地方.

### 3. 杂波稳定分量不相干的情况

这时二元假设检验问题的表述同式(1)–(5),只是其中式(3)要改为

$$\mathbf{c}_i = A_c e^{j\varphi_{ci}} + c_{ci} + jc_{si}, \quad i = 1, \dots, M. \quad (14)$$

在杂波稳定分量不相干情况下,  $\varphi_{ci}$  互相独立. 假设  $\varphi_{ci}$  在  $(0, 2\pi)$  上均匀分布. 显然, 这时接收回波的相位  $\varphi_i$  在两种假设下都互相独立, 且均匀分布于  $(0, 2\pi)$  上. 因此相位信息已不起作用, 只能利用包络样本  $z_i$  进行非相参处理.

$H_0$  为真时,  $z_i$  服从 Rice 分布, 其 pdf 为

$$p_0(z_i) = \frac{z_i}{\sigma_0^2} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma_0^2} (z_i^2 + A_c^2) \right] I_0 \left( \frac{A_c z_i}{\sigma_0^2} \right). \quad (15)$$

$H_1$  为真时, 同样有  $z_i$  的 pdf 为

$$p_1(z_i) = \frac{z_i}{\sigma_1^2} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma_1^2} (z_i^2 + A_c^2) \right] I_0 \left( \frac{A_c z_i}{\sigma_1^2} \right). \quad (16)$$

样本是独立的, 所以似然比为

$$\Lambda(\mathbf{R}) = \prod_i \frac{p_1(z_i)}{p_0(z_i)}. \quad (17)$$

由式(15)–(17)可求出 LR 检测器结构, 它由下式决定

$$\sum_i g_{\text{opt}}(z_i) \geq T, \quad (18)$$

式中  $g_{\text{opt}}(z_i)$  是由下式定义的最佳零记忆非线性,

$$g_{\text{opt}}(z_i) = \left( \frac{1}{2\sigma_0^2} - \frac{1}{2\sigma_1^2} \right) z_i^2 + \ln I_0 \left( \frac{A_c z_i}{\sigma_1^2} \right) - \ln I_0 \left( \frac{A_c z_i}{\sigma_0^2} \right). \quad (19)$$

Bird<sup>[4]</sup> 称地杂波稳定分量与起伏分量加噪声的功率比为杂噪比  $x$ ,

$$x = \frac{A_c^2}{2\sigma_0^2}. \quad (20)$$

$x$  可超过 30dB. 当  $x$  较大, 即  $A_c/\sigma_0$  较大, 并且信号不太大, 因而  $A_c/\sigma_1$  也较大时, 最佳零记忆非线性近似为

$$g_{\text{opt},1}(z_i) = z_i^2 - 2A_c z_i. \quad (21)$$

这时的 LR 检测器如图 2 所示.

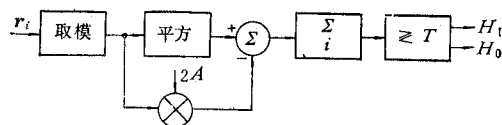


图 2 杂波稳定分量不相干时 Rice 杂波中 Swerling II 目标的 LR 检测器  
(当  $A_c/\sigma_0$  和  $A_c/\sigma_1$  较大时)

以上结果表明, 当杂波稳定分量不相干时, 似然比检测器中检波之后应包含非线性变换. 目前的非相干杂波图处理器<sup>[5]</sup>在这一点上可能是需要改进的.

#### 4. 渐近性能

为了计算 ARE, 需先求出检测器的功效. 由式(12)知, 图 1 检测器的检验统计量可表示为

$$t_1 = \sum_i [(x_i - A_c \cos \hat{\varphi}_c)^2 + (y_i - A_c \sin \hat{\varphi}_c)^2]. \quad (22)$$

由最大似然估值的渐近性质可知<sup>[6]</sup>, 当样本数  $M \rightarrow \infty$  时,  $\hat{\varphi}_c$  依概率收敛于  $\varphi_c$ . 因此, 对于大  $M$  近似有

$$t_1 = \sum_i [(x_i - A_c \cos \varphi_c)^2 + (y_i - A_c \sin \varphi_c)^2]. \quad (23)$$

由上面可知  $t_1$  渐近正态. 可以证明, 杂波稳定分量相干时, 图 1 检测器在 Rice 杂波中检测 Swerling II 目标时的功效

$$e_1 = \frac{1}{\sigma_0^4}. \quad (24)$$

由式(18)、(21)知, 图 2 检测器的检验统计量为

$$t_2 = \sum_i (z_i^2 - 2A_c z_i). \quad (25)$$

由上式知  $t_2$  渐近正态. 可以证明, 杂波稳定分量相干或不相干时, 图 2 检测器在 Rice 杂波中检测 Swerling II 目标时的功效为

$$\begin{aligned} e_2 = & \left[ 2 - \sqrt{\pi x} e^{-\frac{x}{2}} I_0\left(\frac{x}{2}\right) \right]^2 / \left\{ \sigma_0^4 \left[ 4 + 24x + 16x^2 \right. \right. \\ & - 4\sqrt{\pi x} e^{-\frac{x}{2}} \left[ (1 + 2x) I_0\left(\frac{x}{2}\right) + 2x I_1\left(\frac{x}{2}\right) \right] \\ & \left. \left. - 4\pi x e^{-x} \left[ (1 + x) I_0\left(\frac{x}{2}\right) + x I_1\left(\frac{x}{2}\right) \right]^2 \right] \right\}. \quad (26) \end{aligned}$$

以传统的平方律检测器作为比较基准, 其检验统计量为

$$t_{sq} = \sum_i z_i^2. \quad (27)$$

平方律检测器是窄带高斯噪声中 Swerling II 目标脉冲串信号的最佳检测器<sup>[3]</sup>. 可以证明, 杂波稳定分量相干或不相干时, 平方律检测器在 Rice 杂波中检测 Swerling II 目标时的功效

$$e_{sq} = \frac{1}{\sigma_0^4(1 + 2x)}. \quad (28)$$

由式(24)、(26)、(28)可以求出图 1 检测器相对于平方律检测器的  $ARE_{1,sq}$  以及图 2 检测器相对于平方律检测器的

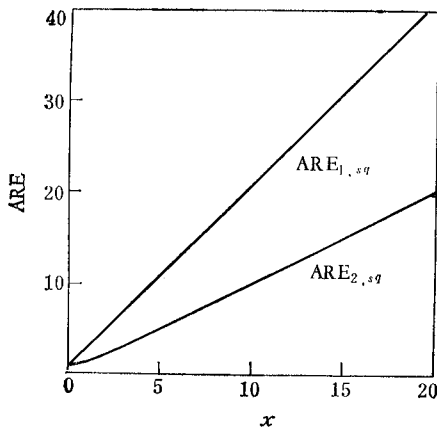


图 3  $ARE(x)$

$ARE_{2,sq}$ . 数值计算结果示于图 3.

#### 5. 结论

(1) Rice 杂波中检测 Swerling II 目标时,似然比或广义似然比有显式解,由此得到了比较简单的 LR 检测器结构。

(2) 随着  $x$  的增大,本文导出的检测器的检测性能越来越优于平方律检测器。

(3) 杂波稳定分量不相干时, Fogel<sup>[2]</sup> 的次最佳检测器在  $x = 0$  时,最大 ARE 为 1,在  $x > 0$  时,最大 ARE 接近  $x$ 。本文的次最佳检测器(图 2)的 ARE 也大体如此。本文式(19)之最佳检测器的性能肯定更好,但其 ARE 得不出解析解。

(4) 杂波稳定分量相干时,LR 检测器的 ARE 可比杂波稳定分量不相干时的 LR 检测器提高一倍以上。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] M. W. Long, Radar Reflectivity of Land and Sea, Artech House, Dedham, Mass., 1983.
- [ 2 ] A. Fogel, *IEEE Trans. on IT*, IT-29(1983), 761.
- [ 3 ] A. D. Whalen, Detection of Signals in Noise, Academic Press, New York, 1971.
- [ 4 ] J. S. Bird, Ground Clutter Suppression Using a Coherent Clutter Map, Radar-82, IEE Conference Publication Number 216, 18-20 October 1982, pp 491—495.
- [ 5 ] M. I. Skolnik, Introduction to Radar Systems, McGraw-Hill, New York, 1980.
- [ 6 ] H. Cramér, Mathematical Methods of Statistics, Princeton Univ. Press, Princeton, New Jersey, 1958.

## LIKELIHOOD RATIO DETECTION OF SWERLING II TARGETS IN RICIAN CLUTTER

Zhu Zhaoda

(Nanjing Aeronautical Institute)

The discrete time detection of Swerling II targets in Rician clutter is investigated. The likelihood ratio (LR) detector structures when the clutter steady component is coherent and noncoherent are developed respectively. The efficacy expressions for the detectors are derived. The calculation results show that the more the clutter statistics depart from the Gaussian situation, the better is the detection performance of LR detectors than that of square law detector. The ARE in case of clutter steady component being coherent can be more than twofold higher than that in case of clutter steady component being noncoherent.