

## 一种基于最小冗余线阵的时空共轭 循环谱相关 ESPRIT 算法<sup>1</sup>

姚敏立 金 梁\* 殷勤业

(西安交通大学信息工程研究所 西安 710049)

\*(信息工程学院 郑州 450002)

**摘 要** 本文提出了一种基于最小冗余线阵的共轭循环谱相关 ESPRIT 算法。该算法引入了时空联合处理,构造了最小冗余线阵的伪数据矩阵,并基于此矩阵进行 DOA 估计。当采用  $M$  阵元最小冗余线阵时,该算法的等效阵列孔径为  $2N - 1 (N > M)$ 。理论和计算机仿真实验均表明:与基于均匀线阵的共轭循环 ESPRIT 算法相比,该算法具有良好的 DOA 估计性能,扩展了阵列孔径,抗噪能力强,分辨率高,能用较少的阵元估计更多的信号源方向。

**关键词** 最小冗余线阵,虚拟阵列,波达方向估计

**中图分类号** TN911.7

### 1 引 言

自 Schmidt 提出 MUSIC 算法<sup>[1]</sup>以来,波达方向(DOA)估计受到雷达、声纳和通信等领域的广泛重视,并取得了长足进展。其中 MUSIC 算法和 ESPRIT 算法<sup>[2]</sup>是最具有代表性的特征结构法。近年来,信号的循环平稳特性已成功地应用于阵列信号处理并用于 DOA 估计。W. A. Gardner 等人提出了 Cyclic MUSIC(CM 算法)、Cyclic ESPRIT(CE 算法)和 SC-SSF 等算法<sup>[3-5]</sup>。这些算法,扩展了特征结构法的功能,提高了 DOA 估计的性能。然而,CM 算法需要进行谱峰搜索,导致了相当可观的运算量;CE 算法不需谱峰搜索,但要求阵列划分为两个特性一致的子阵列,这两个子阵列之间存在平移性质,由此构成一个旋转不变的对角矩阵,该矩阵包含了所有信号源的 DOA 信息,可以通过求矩阵束的广义特征值来估计信号源的 DOA。CE 算法与 CM 算法相比,尽管运算量明显降低,但阵列孔径的利用率明显下降,因而可估计的信号源个数也明显下降。CE 算法是基于窄带假设条件、用复信号(解析信号)估计循环相关矩阵的。在窄带假设条件下,某些复信号(如 AM 的解析信号)的循环相关函数不存在,但它们共轭循环相关函数存在<sup>[6]</sup>,因而可利用 Conjugate Cyclic ESPRIT(简称 CCE 算法)和 Conjugate Cyclic MUSIC(简称 CCM 算法)进行 DOA 估计<sup>[3,4]</sup>。

研究发现,CE 算法的循环相关矩阵是一个 Toeplitz 矩阵,CCE 算法的共轭循环相关矩阵是一个 Hankel 矩阵<sup>[7,8]</sup>,Toeplitz 矩阵和 Hankel 矩阵的冗余特性表明均匀线阵的大部分阵元是冗余的,可以采用非均匀线阵来减少线阵冗余度<sup>[9]</sup>。根据这一思想,并利用时间和空间联合处理的方法,本文提出了基于最小冗余线阵的谱相关共轭循环 ESPRIT 算法(简称 MRLA-SC-CCE 算法)。该算法不要求两个特性一致的独立子阵列,且具有循环域 DOA

<sup>1</sup> 1998-04-14 收到,1998-12-02 定稿

863 计划(课题编号 863-317-9603-07-4)、雷达信号处理重点实验室国防预研基金和西安交通大学研究生院博士学位论文基金联合资助课题

估计的优点<sup>[3]</sup>；与 CCE 算法相比，MRLA-CCE 算法增大了阵列孔径，在循环频率一定，阵元数相同的条件下，估计的分辨率和可估计源的个数都有所提高。

## 2 均匀线阵和共轭循环相关函数

设有  $M$  个阵元的均匀线阵，阵元间距  $D$  为半波长， $K$  个具有相同中心频率  $\omega$  和循环频率  $\alpha$  且循环独立的信号源  $s_k(t)$ ，分别以方向  $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$  入射该均匀线阵，则  $M$  个阵元输出用矢量表示为  $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$ 。在窄带假设条件下，第  $i$  个阵元输出具有如下形式：

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t) \exp(j\omega(i-1)\tau_k) + n_i(t), \quad (1)$$

式中  $\tau_k = D \sin(\theta_k)/c$  为第  $k$  个源在相邻阵元间的延时， $c$  为波的传播速度， $s_k(t)$  为入射信号的解析形式， $n_i(t)$  为不同于期望信号循环平稳特性的噪声和干扰。

令  $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ ， $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$ 。(1) 式可写成矩阵形式

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{n}(t), \quad (2)$$

式中  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$ ， $\mathbf{a}(\theta_k) = [1, \exp(j\omega\tau_k), \dots, \exp(j\omega(M-1)\tau_k)]^T$ 。

均匀线阵的  $p$  阵元和  $q$  阵元输出的共轭循环互相关函数  $R_{s_p, s_q}^\alpha(\tau)$  的表达式为<sup>[6]</sup>

$$R_{x_p, x_q}^\alpha(\tau) = \langle x_p(t + \tau/2)x_q(t - \tau/2) \exp(-j2\pi\alpha t) \rangle, \quad (3)$$

式中  $\langle \bullet \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} (\bullet) dt$ 。设第  $k$  个源的共轭循环自相关函数为  $R_{s_k, s_k}^\alpha(\tau)$ ，由于各个  $s_k(t)$  循环不相关，将 (1) 式代入 (3) 式，可得

$$R_{x_p, x_q}^\alpha(\tau) = \sum_{k=1}^K R_{s_k, s_k}^\alpha(\tau) \exp(j\omega(p+q-2)\tau_k) = \hat{R}_{p,q}^\alpha(p+q-2, \tau). \quad (4)$$

## 3 基于最小冗余线阵的谱相关 CCE 算法

### 3.1 最小冗余线阵

从文献 [7,8] 中可知，均匀线阵输出的共轭循环相关矩阵是冗余的 Hankel 矩阵，因此，在  $M$  阵元均匀线阵的共轭循环相关矩阵中， $M^2$  个共轭循环相关函数只有  $2M-1$  是独立的。采用非均匀线阵是减少线阵冗余的常用方法。设阵列  $A$  为  $M$  个阵元非均匀线阵，整数  $(d_1 < d_2 < \dots < d_M)$  为各阵元与第一个阵元的距离对半波长的归一化值，显然  $d_1 = 0$ 。从 (4) 式可以看出，均匀线阵输出的共轭循环相关函数只与  $(p+q-2)$  的值有关，对非均匀线阵，共轭循环互相关函数只与  $d_p$  和  $d_q$  有关。根据孔径合成理论的叠加等价阵列 (sum coarray) 的定义，阵列  $A$  的叠加等价阵列表达式为<sup>[7,8]</sup>

$$C_{\text{sum}}(A) = \{d_i + d_j, \quad 1 \leq i, j \leq M\}. \quad (5)$$

若阵列  $A$  与阵列  $B$  等价, 即  $C_{\text{sum}}(A) = C_{\text{sum}}(B)$ , 则阵列  $A$  与阵列  $B$  具有相同的阵列孔径. 事实上, 线阵的冗余主要是因为不同的阵元对 ( $p$  和  $q$  的组合) 可以获得相同的共轭循环相关函数, 冗余度  $R$  可定义为阵列输出的共轭循环相关函数总数 (排列组合原理) 和独立共轭循环相关函数总数 (用  $\text{Ind}(C_{\text{sum}}(A))$  表示) 的比值<sup>[9,11]</sup>, 即

$$R(A) = \frac{M(M-1)/2}{\text{Ind}(C_{\text{sum}}(A))}. \quad (6)$$

对  $M$  阵元的均匀线阵  $U$ ,  $C_{\text{sum}}(U)$  和  $R(U)$  分别为

$$C_{\text{sum}}(U) = \{0, 1, \dots, 2M-2\}, \quad R(U) = \frac{M(M-1)/2}{\text{Ind}(C_{\text{sum}}(U))} = \frac{M(M-1)}{2(2M-1)}. \quad (7)$$

在 (7) 式中, 随着阵元数  $M$  的增大, 冗余度  $R(U)$  也随之增大. 设计最小冗余线阵就是使  $M$  阵元的非均匀线阵与  $N$  阵元均匀线阵等价 ( $N > M$ ), 同时使  $R(U)$  的值最小. 那么  $M$  阵元非均匀线阵就等价于  $C_{\text{sum}}(A) = \{0, 1, \dots, 2N-2\}$ . 根据 (4) 式可推得:  $p$  阵元和  $q$  阵元输出的共轭循环互相关函数 ( $1 \leq p, q \leq M$ ) 为

$$R_{x_p, x_q}^\alpha(\tau) = \sum_{k=1}^K R_{s_k, s_k}^\alpha(\tau) \exp(j\omega(d_p + d_q)\tau_k) = \hat{R}_{p,q}^\alpha(d_p + d_q, \tau). \quad (8)$$

从 (8) 式可求得  $2N-1$  个独立的共轭循环相关函数. 由此可见, 设计最小冗余线阵是一个优化问题. 我们称按照上述思想设计的线阵为最小冗余叠加等价线阵. 表 1 给出了通过计算机穷尽搜索获得的最小冗余叠加等价线阵的归一化配制 ( $M \leq 10$ )<sup>[8,11]</sup>. 孔径相同的最小冗余线阵, 阵元的归一化配制并不唯一, 表 1 只列出了其中的一种<sup>[11]</sup>.

表 1 最小冗余叠加等价线阵归一化配制

M	N	$\{d_i\}$
4	5	{0,1,3,4}
5	7	{0,1,3,5,6}
6	9	{0,1,3, 5,7,8}
7	11	{0,1,2,5,8,9,10}
8	14	{0,1,2,5,8,11,12,13}
9	17	{0,1,2,5,8,11,14,15,16}
10	21	{0,1,3,4,9,11,16,17,19,20}

### 3.2 伪数据矩阵和虚拟阵列

由上节讨论可知: 阵元数为  $M$  的最小冗余叠加等价线阵, 利用 (8) 式, 可以求得  $2N-1$  个独立的共轭循环相关函数. 把最小冗余叠加等价线阵的  $2N-1$  个共轭循环相关函数排成一个列矢量  $\tilde{R}_x^\alpha(\tau)$ , 并结合 (2),(4), (8) 式, 我们可得到如下的矩阵表达式:

$$\tilde{R}_x^\alpha(\tau) = \tilde{A} \tilde{R}_s^\alpha(\tau), \quad (9)$$

式中  $\tilde{\mathbf{R}}_x^\alpha(\tau)$  是由  $2N - 1$  个独立共轭循环相关函数组成的列矢量； $\tilde{\mathbf{R}}_s^\alpha(\tau)$  是由  $K$  个信号源  $S_k(t)$  的共轭循环相关函数组成的列矢量； $\tilde{\mathbf{A}}$  是混合阵列流形。它们的表达式分别为

$$\tilde{\mathbf{R}}_x^\alpha(\tau) = [\hat{R}_{p,q}^\alpha(0, \tau), \hat{R}_{p,q}^\alpha(1, \tau), \dots, \hat{R}_{p,q}^\alpha(2N - 2, \tau)]^T, \quad (10)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_s^\alpha = [R_{s_1, s_1}^\alpha(\tau), R_{s_2, s_2}^\alpha(\tau), \dots, R_{s_k, s_k}^\alpha(\tau)]^T, \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{A}} = [\tilde{\mathbf{a}}(\theta_1), \tilde{\mathbf{a}}(\theta_2), \dots, \tilde{\mathbf{a}}(\theta_k)], \quad (12)$$

其中  $\tilde{\mathbf{a}}(\theta_k) = [1, \exp(j\omega\tau_k), \dots, \exp(j\omega(d_p + d_q)\tau_k), \dots, \exp(j\omega(2N - 2)\tau_k)]^T$ 。

比较 (2) 式和 (9) 式，可以看出它们具有相同的表达形式。在 (1) 式中我们假设  $n_i(t)$  为不同于信号循环平稳特性的噪声和干扰，因而在计算循环相关函数  $\tilde{\mathbf{R}}_x^\alpha(\tau)$  时就抑制了噪声项。如果将 (9) 式中的  $\tilde{\mathbf{R}}_x^\alpha(\tau)$ 、 $\tilde{\mathbf{A}}$  和  $\tilde{\mathbf{R}}_s^\alpha(\tau)$  分别看作 (2) 式中的  $\mathbf{X}(t)$ 、 $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{S}(t)$ ，把 (9) 式中的  $\tau$  看作 (2) 式中的  $t$ ，那么  $\tilde{\mathbf{R}}_x^\alpha(\tau)$  就看作一次快拍数据。由于  $\tilde{\mathbf{R}}_x^\alpha(\tau)$  不是实际的快拍数据，因而称之为“伪数据”。利用 (8) 式计算  $\tilde{\mathbf{R}}_x^\alpha(\tau)$  (共  $2N - 1$  个元素)， $\tau = 0, T_s, \dots, (L - 1)T_s$ ，( $K \leq L \leq n$ )。其中  $T_s$  为采样间隔， $n$  为快拍数， $L$  为伪快拍数。由 (9)、(10)、(11)、(12) 式可以构造伪数据矩阵  $\mathbf{X}(\alpha)$  为

$$\mathbf{X}(\alpha) = \begin{bmatrix} \hat{R}_{p,q}^\alpha(0, 0) & \hat{R}_{p,q}^\alpha(0, T_s) & \dots & \hat{R}_{p,q}^\alpha(0, (L - 1)T_s) \\ \hat{R}_{p,q}^\alpha(1, 0) & \hat{R}_{p,q}^\alpha(1, T_s) & \dots & \hat{R}_{p,q}^\alpha(1, (L - 1)T_s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{R}_{p,q}^\alpha(2N - 2, 0) & \hat{R}_{p,q}^\alpha(2N - 2, T_s) & \dots & \hat{R}_{p,q}^\alpha(2N - 2, (L - 1)T_s) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

伪数据矩阵  $\mathbf{X}(\alpha)$  是由  $M$  阵元的最小冗余线阵输出信号计算得到，在这里  $\mathbf{X}(\alpha)$  相当于  $2N - 1$  个阵元的输出信号。然而，这  $2N - 1$  个阵元不是实际存在的阵元，因此，我们称  $2N - 1$  个阵元为虚拟阵元，而称由  $2N - 1$  个虚拟阵元组成的阵列为虚拟阵列。

### 3.3 MRLA-SC-CCE 算法的 DOA 估计原理

从 (13) 式，可以得到以下结论：在阵元数相同的条件下，最小冗余线阵和均匀线阵的孔径之比为  $2N - 1/M$ ，从表 1 中  $N$  和  $M$  的值可以看出，最小冗余线阵的孔径有明显扩展。从 (13) 式中取出两个  $(2N - 2) \times L$  维的子矩阵分别定义为  $\mathbf{X}_1(\alpha)$  和  $\mathbf{X}_2(\alpha)$ ，即

$$\mathbf{X}_1(\alpha) = \begin{bmatrix} \hat{R}_{p,q}^\alpha(0, 0) & \hat{R}_{p,q}^\alpha(0, T_s) & \dots & \hat{R}_{p,q}^\alpha(0, (L - 1)T_s) \\ \hat{R}_{p,q}^\alpha(1, 0) & \hat{R}_{p,q}^\alpha(1, T_s) & \dots & \hat{R}_{p,q}^\alpha(1, (L - 1)T_s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{R}_{p,q}^\alpha(2N - 3, 0) & \hat{R}_{p,q}^\alpha(2N - 3, T_s) & \dots & \hat{R}_{p,q}^\alpha(2N - 3, (L - 1)T_s) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\mathbf{X}_2(\alpha) = \begin{bmatrix} \hat{R}_{p,q}^\alpha(1, 0) & \hat{R}_{p,q}^\alpha(1, T_s) & \dots & \hat{R}_{p,q}^\alpha(1, (L - 1)T_s) \\ \hat{R}_{p,q}^\alpha(2, 0) & \hat{R}_{p,q}^\alpha(2, T_s) & \dots & \hat{R}_{p,q}^\alpha(2, (L - 1)T_s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{R}_{p,q}^\alpha(2N - 2, 0) & \hat{R}_{p,q}^\alpha(2N - 2, T_s) & \dots & \hat{R}_{p,q}^\alpha(2N - 2, (L - 1)T_s) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

令  $\bar{\mathbf{A}} = [\bar{\mathbf{a}}(\theta_1), \bar{\mathbf{a}}(\theta_2), \dots, \bar{\mathbf{a}}(\theta_K)]$ ,  $\bar{\mathbf{a}}(\theta_k) = [1, \exp(j\omega\tau_k), \dots, \exp(j\omega(2N-3)\tau_k)]^T$ , ( $k = 1, 2, \dots, K$ ), 则由 (9), (14), (15) 式可得  $\mathbf{X}_1(\alpha)$  的自相关矩阵和  $\mathbf{X}_1(\alpha)$  和  $\mathbf{X}_2(\alpha)$  互相关矩阵如下:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_1}(\alpha) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{R}\bar{\mathbf{A}}^H, \quad \mathbf{R}_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2}(\alpha) = \bar{\mathbf{A}}\phi\mathbf{R}\bar{\mathbf{A}}^H, \quad (16)$$

式中  $\phi = \text{diag}[\exp(j\omega\tau_1), \exp(j\omega\tau_2), \dots, \exp(j\omega\tau_K)]$ ,  $\mathbf{R}$  为  $\tilde{\mathbf{R}}_S^\alpha(\tau)$  的相关矩阵。由 (16) 式可得

$$\mathbf{R}_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_1}(\alpha) - \mathbf{R}_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2}(\alpha) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{R}\bar{\mathbf{A}}^H - \bar{\mathbf{A}}\phi\mathbf{R}\bar{\mathbf{A}}^H = \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{I} - \mathbf{C}\phi)\mathbf{R}\bar{\mathbf{A}}^H, \quad (17)$$

则由矩阵对  $\mathbf{R}_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_1}(\alpha)$  和  $\mathbf{R}_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2}(\alpha)$  的广义特征值得

$$C_{k,k} = 1/\phi(k,k) = \exp(-j\omega D \sin(\theta_k)/c). \quad (18)$$

事实上, 由 (9), (13) 式可求得伪数据矩阵的相关矩阵  $\mathbf{R}_{\mathbf{X}(\alpha), \mathbf{X}(\alpha)} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{R}\bar{\mathbf{A}}^H$ ,  $\mathbf{R}_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_1}(\alpha)$  和  $\mathbf{R}_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2}(\alpha)$  可直接由  $\mathbf{R}_{\mathbf{X}(\alpha), \mathbf{X}(\alpha)}$  得到, 即  $\mathbf{R}_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_1}(\alpha)$  为  $\mathbf{R}_{\mathbf{X}(\alpha), \mathbf{X}(\alpha)}$  的 1 到  $2N-3$  行和 1 到  $2N-3$  列,  $\mathbf{R}_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2}(\alpha)$  为  $\mathbf{R}_{\mathbf{X}(\alpha), \mathbf{X}(\alpha)}$  1 到  $2N-3$  行和 2 到  $2N-2$  列。因此在计算  $\mathbf{R}_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_1}(\alpha)$  和  $\mathbf{R}_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2}(\alpha)$  时可免去 (16) 式的两次计算, 减少了运算量。

从 (18) 式可得  $K$  个信号源的 DOA 估计。从上述算法中我们可以看出, 该算法不需要两个特性一致的独立子阵列, 只需要表 1 所列的最小冗余线阵。该算法的思想与传统的特征结构法是有区别的, 传统的特征结构法只利用了阵列的空间信息, 而该算法不仅利用了阵列的空间信息而且利用了时间信息。该算法利用了叠加等价最小冗余线阵和伪数据技术, 大大增大了阵列的孔径, (例如  $M$  为 5 的最小冗余线阵, 该算法的等效阵列孔径为 13, 与  $M$  阵元的均匀线阵的孔径比为 13/5), 该算法的等效阵列孔径比文献 [10] 中算法的阵列孔径大近 1 倍, 比文献 [4] 中算法的阵列孔径至少大 1 倍。众所周知, 随着阵列孔径的增大, 在快拍数, 信噪比相同的实验条件下 (源个数小于阵元数), DOA 估计性能会得到提高。从仿真实验中可以清楚地看出: 在源个数大于阵元数的条件下, 该算法的 DOA 估计分辨率和可估计信号源的个数比 CCE 算法都有明显的提高。该算法的另一优点是不存在  $\tau$  的选择问题 [4]。

#### 4 仿真实验和分析

以下两个仿真实验中, 均由 30 次独立随机实验组成, 并且采用了 SVD-TLS-ESPRIT 算法 [12] 估计 DOA, MRLA-SC-CCE 算法采用的是表 1 中  $M=5$  的最小冗余线阵, CCE 算法采用 5 阵元均匀线阵。实验中入射方向的单位均为度。实验结果采用极坐标  $(\rho, \theta)$  表示, 其中  $\rho$  是 SVD-TLS-ESPRIT 算法求出的 (18) 式奇异值的模,  $\theta$  是信号源的 DOA。

**实验 1** 5 个载频为  $f_0$  窄带调幅信号, 入射方向  $\theta = \{-20^\circ, 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 75^\circ\}$ , 信噪比 10dB, 快拍数为 2000,  $\alpha = 2f_0$ , 图 1(a) 和 1(b) 分别为 CCE 和 MRLA-SC-CCE 算法的实验结果。实验结果表明当信号个数等于或超过阵元数时, CCE 算法不能正确估计信号源的 DOA。当信号个数等于或超过阵元数 5 时, 由于 CCE 算法无法划分信号子空间和噪声

子空间, 因此不能准确判决信号源数和估计信号的 DOA。但是对采用 MRLA-SC-CCE 算法, 只要信号源数小于阵列等效孔径 13, 该算法就能正确估计信号源的 DOA。本文算法的优点是能用较少阵元估计更多的信号源的 DOA。

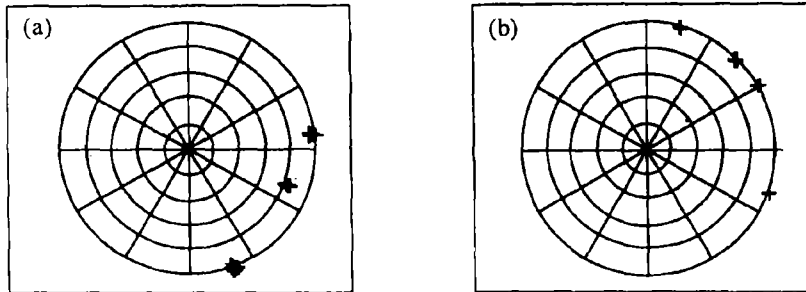


图 1

**实验 2** 7 个载频为  $f_0$  窄带调幅信号, 入射方向  $\theta = \{-40^\circ, -30^\circ, -15^\circ, 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 60^\circ\}$ , 2 个载频为  $0.95f_0$  的窄带 BPSK 信号, 入射方向  $\theta = \{-20^\circ, 10^\circ\}$ , 信噪比 10dB, 快拍数为 2000, 图 2(a) 是  $\alpha = 2f_0$ , 图 2(b) 是  $\alpha = 1.9f_0$  时 MRLA-SC-CCE 算法的仿真结果。实验结果表明 MRLA-SC-CCE 算法不仅可以正确估计多于阵元数的 DOA ( $7 > 5$ ), 而且 DOA 估计具有载频选择性。MRLA-SC-CCE 算法选用的循环频率是载波的两倍, 因此只要信号的载频不同, MRLA-SC-CCE 算法就能正确地有选择地估计信号源的 DOA。由此可知, MRLA-SC-CCE 算法能估计 CE 算法不能估计的情形, 例如波特率相同, 而载频不同的情形。因而, 与基于循环相关矩阵的 DOA 估计算法相比, 基于共轭循环相关矩阵的 DOA 估计算法的适用范围更广。

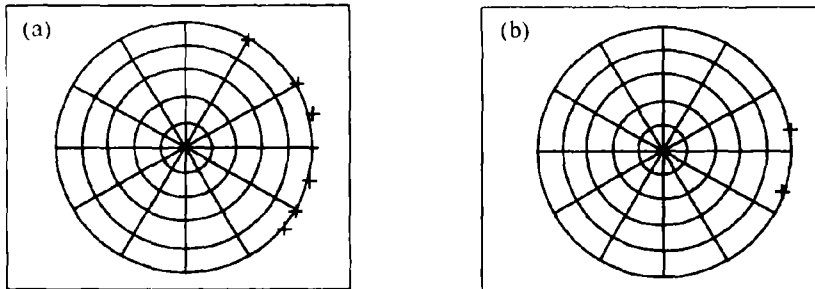


图 2

## 5 结 论

本文研究了用于 CCE 方法的最小冗余线阵, 并将之用于 DOA 估计。理论分析和仿真实验均表明: 本文提出的 MRLA-SC-CCE 算法改善了 DOA 估计的性能, 该方法具有循环 DOA 估计算法的抗噪能力强, 分辨率高, 过载能力强等优点, 它比 CE 方法适用范围广。MRLA-SC-CCE 算法, 增大了阵列孔径。当采用  $M$  阵元的最小冗余叠加等价线阵时, MRLA-SC-CCE 算法的等效孔径为  $2N - 1$ , 众所周知, 阵列孔径越大, DOA 分辨率越高。

## 参 考 文 献

- [1] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Trans. on AP*, 1986, AP-34(3): 276-280.
- [2] Roy R, Kailath T. ESPRIT — Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *Opt. Eng.* 1990, 29(4): 296-313.
- [3] Gardner W A. Simplification of MUSIC and ESPRIT by exploitation of cyclostationarity. *Proc. IEEE*, 1988, 76(7): 845-847.
- [4] Schell S V. Performance of analysis of the cyclic MUSIC method of direction estimation for cyclostationary signal. *IEEE Trans. on SP*, 1994, SP-42(11): 3043-3050.
- [5] Xu G, Kailath T. Direction-of-arrival estimation via exploitation of cyclostationarity—A combination of temporal and spatial processing. *IEEE Trans. on SP*, 1992, SP-40(7): 1775-1785.
- [6] Gardner W A. *Introduction to Random Process with Application to Signal and System*, 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1990, Ch.12.
- [7] Hoctor R T, Kassam S A. The unifying role of the coarray in aperture synthesis for coherent and incoherent imaging. *Proc. IEEE*, 1990, 78(4): 735-752.
- [8] Gelli G, Izzo L. Minimum-redundancy linear arrays for cyclostationarity-based source location. *IEEE Trans. on SP*, SP-45(10): 2605-2608.
- [9] Moffet A T. Minimum-redundancy linear arrays. *IEEE Trans. on AP*, 1968, AP-16(2): 172-175.
- [10] Gardner W A. Exploitation of spectral redundancy in cyclostationarity signal. *IEEE Signal Processing Mag.* 1991, 8(2): 14-37.
- [11] Hoctor R T, Kassam S A. Arrays redundancy for active line arrays. *IEEE Trans. on IP*. 1996, IP-5(7): 1179-1183.
- [12] Zhang X D, Liang Y C. Prefilter-based ESPRIT for estimating parameters of sinusoids in non-Gaussian ARMA noise. *IEEE Trans. on SP*, 1995, SP-43(1): 349-353.

A TEMPORO-SPATIAL CONJUGATE CYCLIC ESPRIT  
SPECTRUM CORRELATION ALGORITHM WITH  
MINIMUM-REDUNDANCY

Yao Minli    Jin Liang\*    Yin Qinye

(*Institute of Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049*)

\*(*Academy of Information Engineering, Zhengzhou 450002*)

**Abstract** In this paper, the spectral correlation conjugate cyclic ESPRIT with Minimum-Redundancy Linear-Arrays (MRLA) is presented. The algorithm constructs the pseudodata matrix of MRLA to estimate Direction-Of-Arrival (DOA) through temporal and spatial processing. The equivalent array aperture of the algorithm is  $2N - 1$  with  $M$ -sensor MRLA ( $N > M$ ). Theoretical analysis and computer simulations show that the algorithm is of better performance, such as extending aperture, being insensitive to noise, having higher resolution, and estimating more sources with fewer sensors.

**Key words** Minimum-redundancy linear-arrays, Virtual array, Direction-of-arrival estimation

姚敏立: 男, 1966 年生, 博士生, 研究方向: 阵列信号处理, 通信中的信号处理.

金 梁: 男, 1969 年生, 博士, 研究方向: 阵列信号处理和非平稳信号处理.

殷勤业: 男, 1950 年生, 教授, 博士生导师. 研究方向: 时-空谱估计, 智能天线系统, 非平稳信号处理.