

噪声中的谐波恢复研究现状*

梁应敞 张贤达 李衍达

(清华大学自动化系 北京 100084)

摘要 高阶统计量是信号处理的一种新的强有力的工具,近年来在谐波恢复领域取得了很好的应用效果.本文在分析现有自相关方法的基础上,着重综述了基于高阶统计量的谐波恢复方法以及基于各阶统计量相混合的预滤波谐波恢复方法,表明高阶统计量方法在抑制有色噪声影响上明显优越于自相关方法.

关键词 谐波恢复,有色噪声,高阶统计量,预滤波方法

1 引言

噪声中的谐波恢复问题 (Retrieval of Harmonics in Noise, 简称 RHN) 是信号处理领域中经常遇到的一类问题,其研究贯穿了谱估计研究的始终.它不仅在雷达、声纳和生物医学等领域有着广泛的应用,最近的研究结果表明^[1],它也是机器人设计以及大柔性空间结构控制的基础.

假设谐波信号为

$$s(n) = \sum_{k=1}^p \alpha_k \exp[j(\omega_k n + \varphi_k)] \quad (1)$$

或

$$s(n) = \sum_{k=1}^p \alpha_k \cos(\omega_k n + \varphi_k), \quad (2)$$

其中 α_k , ω_k 和 φ_k 分别为第 k 个谐波分量的幅度、归一化频率和初始相位, φ_k 为确定值或在 $[-\pi, \pi]$ 内服从均匀分布 (不同算法作出不同的假设).通常, $s(n)$ 被观测噪声 $w(n)$ 所污染,即观测值

$$y(n) = s(n) + w(n). \quad (3)$$

RHN 的目的就在于怎样由观测值 $y(n)$, ($n = 0, 1, \dots, N-1$) 去恢复谐波信号 $s(n)$ 的有用信息,如谐波数目 p , 谐波幅度 α_k 和谐波频率 ω_k 等.

以往人们研究这类问题侧重于以下两方面:一方面是研究白噪声中谐波恢复的高分辨率、高稳定性方法;另一方面是研究有色噪声中的谐波恢复方法.本文首先简要地分析

1994-06-27 收到, 1995-03-27 定稿

* 国家自然科学基金项目

梁应敞 男, 1968 年生, 博士后, 现从事非高斯信号处理、盲信号处理以及循环平稳信号处理的研究工作.

张贤达 男, 1946 年生, 教授, 博士生导师, IEEE 高级会员, 主要从事信号处理方面的研究工作.

李衍达 男, 1936 年生, 教授, 中科院院士, 从事信号处理及其在石油地震勘探中的应用等方面的研究.

现有白噪声中的谐波恢复方法;然后着重综述了有色噪声中的谐波恢复方法;最后针对一大类有色噪声中的谐波恢复问题,提出了预滤波方法。

2 白噪声中的谐波恢复

白噪声中的谐波恢复方法包括传统方法和现代方法两大类。传统方法^[1]基于 FFT 实现,是一种稳定的低分辨率方法。为了提高谱估计的分辨率,Burg^[2]于1967年提出了最大熵谱估计法,该方法的主要缺点是容易出现谱峰分裂和伪峰现象。为了提高 Burg 法的稳定性,Nuttall^[3],Ulrych 和 Clayton^[4]等相继提出了前后向最小二乘谱估计法,信噪比较高时,该方法具有较高的频率分辨率,但其工作门限相当高。后来,Kumaresan 和 Tufts 提出了基于奇异值分解(SVD)实现的后向预测法^[5],前后向预测法^[6];Cadzow^[7]提出了基于奇异值分解——整体最小二乘(SVD-TLS)方法实现的修正 Yule-Walker 方程法。由于 SVD 和 SVD-TLS 都具有很强的数值稳定性,因而这三种方法都是高分辨率、高稳定性方法,具有很低的信噪比工作门限。

1973年,Pisarenko^[8]提出的特征结构法,为谐波恢复理论开辟了新的前景。该方法将特征空间分成信号空间和噪声空间,并利用噪声空间的一个特征向量得到谱估计,是一种高分辨率、低稳定性方法。1979年,Schmidt^[9]提出了多信号分类法(MUSIC),该方法利用噪声空间的所有特征向量得到谱估计,是一种高分辨率、高稳定性方法,但由于需要搜索谱峰,其运算量急剧增加。1986年,Roy 等人^[10]提出了子空间旋转不变法(ESPRIT),该方法利用矩阵对的广义特征值确定谐波频率,而广义特征分解可以采用 SVD-TLS 方法实现,因而可以得到高分辨率和高稳定性的谱估计。

3 有色噪声中的谐波恢复——自相关方法

利用自相关函数实现有色噪声中谐波恢复的方法包括系统辨识法和噪声模型假设法。

3.1 系统辨识法

假定观测噪声具有有理谱,将观测序列表示成有理系统模型的输出,再通过系统辨识的方法来确定模型参数进而确定谐波参量,这就是系统辨识法的基本思想。常见的方法有最大似然(ML)法、迭代逆滤波(ITIF)法和广义最小二乘(GLS)法。

3.1.1 ML 法 Matausek 等人^[11]将观测噪声描述成一个零均值高斯白噪声通过一个 ARMA 系统的输出,采用 ML 法来确定模型参数。由于似然函数极大化的过程等效于使 $J = \sum_{k=0}^{N-1} n^2(k)$ 极小化的过程,因而通过优化方法可以确定模型参数。ML 法的信噪比工作门限较高,且要求观测噪声必须是高斯的,并需预知谐波数目和噪声模型结构(包括阶次)。

3.1.2 ITIF 法 为了弥补 ML 法的信噪比工作门限过高的不足, Matausek 等人^[11]建议引入方程误差的概念,利用 ITIF 法使方程误差的平方和极小化来确定模型参

数。当信噪比较低时,其频率估计性能明显优于 ML 法;但当信噪比较高时,其估计是有偏估计。由于 ITIF 法是基于最大似然的概念,因而观测噪声必须是高斯的,且需预知谐波数目和噪声模型结果。

3.1.3 GLS 法 Dragosevic 等人^[12]将 GLS 法用于观测序列模型参数估计,并引入参数 α 调节滤波器极点半径以保证滤波器的稳定性,合理选择 α 可以在低信噪比和高信噪比情况下同时获得良好的频率估计性能。与 ML 法和 ITIF 法一样, GLS 法需预知谐波数目和噪声模型结构,且观测噪声必须是高斯的。

3.2 噪声模型假设法

3.2.1 滑动平均 (MA) 模型假设法 Sherman 等人^[13]假定观测噪声模型为一已知阶次的 MA 模型,利用高阶延时自相关构造矩阵,结合 Pisarenko 分解法的思想由噪声空间特征向量给出谱估计。该方法与经典的 Pisarenko 方法一样是一种高分辨率低稳定性方法。如果噪声具有尖锐谱峰,所需 MA 噪声模型阶次必然很高,从而影响自相关估计并最终影响谱估计性能。Satorius 等人^[14]则假定观测噪声为一已知的 MA 过程研究了谐波恢复问题。

3.2.2 自回归 (AR) 模型假设法 Chatterjee 等人^[15]假定观测噪声为一已知阶次的 AR 模型,利用广义 AR 模型 (GAR) 描述“谐波信号加 AR 噪声”,并通过非线性方法确定观测模型阶次和参数。但该方法仅适用于谐波数目少于或等于 2 的情形,并要求观测噪声为高斯噪声。此外, Satorius 等人^[16]和 Nehorai 等人^[17]假定观测噪声为 AR(1) 模型也研究了谐波恢复问题。

4 高斯有色噪声中的谐波恢复——高阶累积量方法

近年来,高阶统计量作为信号处理的一种新工具已经越来越受到人们的广泛重视。由于高斯过程的高阶累积量(阶次大于 2 时)恒等于零,而非高斯过程的高阶累积量不恒等于零,因此,可以利用高阶累积量方法来提取高斯有色噪声中非高斯信号的有用信息。

1988 年, Swami 和 Mendel^[18]指出,谐波信号的四阶累积量包含了信号的幅度和频率信息。如对于实数谐波信号(2),其四阶累积量为

$$c_{4s}(m_1, m_2, m_3) = -\frac{1}{8} \sum_{k=1}^p \alpha_k^4 [\cos \omega_k(m_1 - m_2 - m_3) + \cos \omega_k(m_2 - m_1 - m_3) + \cos \omega_k(m_3 - m_1 - m_2)] \quad (4)$$

其四阶累积量的一维对角切片为

$$c_{4s}(m) = -\frac{3}{8} \sum_{k=1}^p \alpha_k^4 \cos \omega_k m \quad (5)$$

如果 $w(n)$ 为高斯噪声(白色或有色),则

$$c_{4s}(m_1, m_2, m_3) = c_{4s}(m_1, m_2, m_3) \quad (6)$$

于是,利用观测值的四阶累积量可以自动地抑制高斯噪声的影响,并提取谐波信号的有用信息。这一创造性的工作激起了人们利用高阶累积量进行谐波恢复的兴趣。至今,已有的方法包括:四阶累积量 Pisarenko 法(简记作 FOC-Pisarenko)、四阶累积量 MUSIC

法 (FOC-MUSIC)、高阶统计量线性预测法 (HOS-LP)、四阶累积量 Yule-Walker 方程法 (FOC-Yule-Walker) 和四阶累积量 ESPRIT 法 (FOC-ESPRIT)。

4.1 FOC-Pisarenko 法

Swami 和 Mendel^[18] 利用观测值的四阶累积量的一维对角切片代替自相关函数,并结合自相关 Pisarenko 方法的思想,提出了 FOC-Pisarenko 法。该方法可用于高斯噪声(白色或有色)以及非高斯白噪声中的谐波恢复问题。由于四阶累积量的估计方差较大,因而 FOC-Pisarenko 法的稳定性差。

4.2 FOC-MUSIC 法

Ferrari 等人^[19]利用矩阵直积的概念并结合经典 MUSIC 方法的思想,提出了 FOC-MUSIC 法。该方法是一种高分辨率高稳定性方法。但由于该方法中矩阵维数是 $M^2 \times M^2$ (对应的经典 MUSIC 为 $M \times M$),且需要搜索谱峰,因而其运算量急剧增加。

4.3 HOS-LP 法

Papadopoulos 等人^[20]利用高阶统计量估计指数衰减正弦信号的参数,提出了三阶累积量线性预测法和四阶累积量线性预测法,统称 HOS-LP 法,该方法是 Kumaresan 等人^[5,6]提出的线性预测法在高阶累积量情形的扩展。HOS-LP 法先建立关于三阶或四阶累积量的线性方程组,然后通过求解方程组的最小范数解来确定信号模型参数。

4.4 FOC Yule-Walker 方程法

Swami 和 Mendel^[21]通过建立基于观测值四阶累积量的修正 Yule-Walker 方程,提出了 FOC-Yule-Walker 方程法。该方法可以采用 SVD-TLS 法求解方程组,因而具有高分辨率,高稳定性和低信噪比工作门限特性。Shin 等人^[22]还分析了该方法的性能。此外,Rao 等人^[23]利用四阶累积量信息,并结合矩阵的 SVD 分析了谐波数目的估计问题。

4.5 FOC-ESPRIT 方法

文献[24]提出了 FOC-ESPRIT 方法。该方法由四阶累积量矩阵对的广义特征值确定谐波频率,且矩阵维数为 $M \times M$,因而运算量远远小于 FOC-MUSIC 法。结合 SVD-TLS 方法实现广义特征分解,可以获得稳定的,具有高分辨率的谱估计结果。

5 非高斯有色噪声中的谐波恢复——预滤波方法一

从上面的分析可以看出,白噪声中的谐波恢复方法的研究取得了很大的进展,而有色噪声中的谐波恢复问题尚待深入研究,主要表现在:(1)自相关方法需要预知谐波数目和噪声模型(包括阶次),这个条件在实际中难于满足,且至今不存在任何可用于确定噪声模型的有效方法;(2)高阶累积量方法可以自动抑制高斯有色噪声的影响,但却不适用于非高斯有色噪声情形。实际中,经常会遇到非高斯有色噪声环境。针对这一类噪声中的谐波恢复问题,我们提出了预滤波方法来加以解决。

对于观测模型(3)式,由于谐波信号 $s(n)$ 的三阶累积量恒等于零,即

$$c_{3s}(m_1, m_2) \equiv 0 \quad (7)$$

而具有非零不对称度的非高斯 ARMA 噪声的三阶累积量不恒等于零,于是

$$c_{3y}(m_1, m_2) \equiv c_{3w}(m_1, m_2) \quad (8)$$

而由文献[25],非高斯噪声 $w(n)$ 的 AR 阶次及 AR 参数可以由基于 $c_{3w}(m_1, m_2)$ 的特殊 Yule-Walker 方程并结合 SVD-TLS 方法来确定. 设 $w(n)$ 满足下列模型方程.

$$w(n) = \frac{B_w(q^{-1})}{A_w(q^{-1})} u(n) \quad (9)$$

这里, $A_w(q^{-1})$ 和 $B_w(q^{-1})$ 分别为 AR 和 MA 多项式用 $A_w(q^{-1})$ 对观测值 $y(n)$ 进行预滤波,得到

$$\tilde{y}(n) = \tilde{s}(n) + B_w(q^{-1})u(n) \quad (10)$$

其中, $\tilde{y}(n) = A_w(q^{-1})y(n)$ 为滤波输出过程, $\tilde{s}(n) = A_w(q^{-1})s(n)$ 称作滤波谐波信号. 可见观测噪声由非高斯 ARMA 噪声变成了 MA 噪声. 利用滤波输出过程的高阶延时自相关既可以抑制观测噪声的影响,又可以提取谐波信号参量. 基于这一思想,我们提出了一大类预滤波方法(称作预滤波方法一). 这类方法先由观测值的三阶累积量确定非高斯 ARMA 噪声的 AR 阶次和 AR 参数,然后由该 AR 多项式对观测值进行预滤波,最后由滤波输出过程的高阶延时自相关确定谐波信号参量. 由于同时利用了二阶和三阶统计量,预滤波方法一也称作基于二阶和三阶统计量的混合方法,包括 STCH-SVD-TLS 方法、STCH-MUSIC 方法和 STCH-ESPRIT 方法.

5.1 STCH-SVD-TLS 方法

该方法由文献[26,27]所提出. 由于滤波输出过程的自相关函数和谐波信号预测模型 AR 参数满足一类特殊的修正 Yule-Walker 方程,求解该方程即可以确定信号预测模型 AR 参数进而确定谐波频率. 由于方程组的求解可以采用 SVD-TLS 方法来实现,因而该方法具有高分辨率、高稳定性和低信噪比等特性.

5.2 STCH-MUSIC 方法

文献[28]研究了滤波输出过程自相关函数矩阵的分解问题,并结合经典 MUSIC 方法的思想,提出了 STCH-MUSIC 方法. 该方法与经典 MUSIC 方法类似,具有高分辨率和高稳定性特性,但运算量较大.

5.3 STCH-ESPRIT 方法

文献[29,30]利用滤波输出过程的高阶延时自相关合理构造矩阵对,提出了 STCH-ESPRIT 方法. 该方法由矩阵对的广义特征值直接确定谐波频率. 采用 SVD-TLS 方法实现广义特征分解,该方法可以在很低的信噪比情况下获得高分辨率、高稳定性的谱估计结果.

值得指出的是,预滤波方法一的主要优点在于可以建立非高斯 ARMA 噪声的模型,这在传统方法中是无法实现的.

6 混合高斯和非高斯 ARMA 噪声中的谐波恢复——预滤波方法二

实际中,观测噪声环境是相当复杂的,观测噪声通常是多个独立噪声源共同作用的结果,且每个独立噪声源都可能是高斯分布的,也可能是非高斯分布的,因此研究混合高斯和非高斯 ARMA 有色噪声中的谐波恢复问题具有重大的实用价值. 预滤波方法二就是

针对这类问题而提出来的。

假设观测噪声 $w(n)$ 包含 $(L + 1)$ 个独立噪声源,

$$w(n) = w_0(n) + \sum_{k=1}^L w_k(n)$$

其中, $w_0(n)$ 为具有非零不对称度的非高斯 ARMA 噪声, 且满足

$$w_0(n) = \frac{B_{w_0}(q^{-1})}{A_{w_0}(q^{-1})} u_0(n)$$

而 $w_i(n) (i = 1, \dots, L)$ 为高斯有色噪声。对于观测模型(3)式, 由于 $c_{3s}(m_1, m_2) \equiv 0$, $c_{3w_i}(m_1, m_2) \equiv 0$, $(i = 1, \dots, L)$, 于是

$$c_{3y}(m_1, m_2) \equiv c_{3w_0}(m_1, m_2)$$

这样, 利用观测值的三阶累积量可以确定非高斯 RAMA 噪声 $w_0(n)$ 的 AR 多项式 $A_{w_0}(q^{-1} - 1)$ 。

由 $A_{w_0}(q^{-1})$ 对(3)式进行预滤波, 有

$$\tilde{y}(n) = \tilde{s}(n) + \tilde{w}_0(n) + \sum_{k=1}^L \tilde{w}_k(n)$$

其中 $\tilde{y}(n)$ 和 $\tilde{s}(n)$ 如前一节所述, 而

$$\tilde{w}_0(n) = B_{w_0}(q^{-1})u_0(n)$$

$$\tilde{w}_k(n) = A_{w_0}(q^{-1})w_k(n), k = 1, \dots, L$$

即 $\tilde{w}_0(n)$ 为一非高斯 MA 方程, $\tilde{w}_k(n) (k = 1, \dots, L)$ 为高斯有色噪声。

文献[31]指出, 利用 $\tilde{y}(n)$ 的高阶延时四阶累积量信息可以抑制(滤波后)观测噪声的影响, 并提取谐波信号参量。基于这一思想, 我们提出了预滤波方法二。该类方法是基于三阶和四阶累积量的混合方法, 即先由观测值的三阶累积量估计非高斯 ARMA 噪声的 AR 阶次和 AR 参数, 然后由该 AR 多项式对观测值预滤波, 最后由滤波输出过程的四阶累积量并结合经典谐波恢复方法估计谐波参量。这些方法包括 TFCH-SVD-TLS 方法^[31]和 TFCH-ESPRIT 方法^[32]。仿真实例表明, 这类方法均能有效地抑制混合高斯和非高斯 ARMA 有色噪声的影响, 并具有良好的频率估计性能。

6 结语和展望

本文在已有噪声中的谐波恢复方法的基础上, 着重介绍了本文作者所提出的预滤波谐波恢复方法, 即基于二阶和三阶统计量的混合方法和基于三阶和四阶统计量的混合方法, 这些方法可以分别用于非高斯噪声中的谐波恢复、混合高斯和非高斯噪声中的谐波恢复。文献[33]还将预滤波思想推广到非高斯噪声中高斯信号的建模问题。值得指出的是, 近年来, 有关噪声中的正弦信号存在性检测问题研究^[34,35]正引起人们的重视。此外, 如何将本文的预滤波方法推广至二维谐波恢复情形也是我们正在研究的课题之一。

参 考 文 献

- [1] Rife D C, Boorstyn N R. IEEE Trans. on IT, 1974, IT-20(5): 591—595.

- [2] Burg J P. Maximum entropy spectral analysis, 37th ann. Int. Meet., Soc. Explor. Geophys., Oct., 1967.
- [3] Nuttall A H. Spectral analysis of a univariate process with bad data points via maximum entropy and linear predictive techniques, Naval Underwater System Center, Tech. Rep. 5303, 1976.
- [4] Ulrych T J, Clayton R W. *Phy. Earth Planetary Interiors*, 1979, 120(8): 188—200.
- [5] Kumareman R, Tufts D W. *IEEE Trans. on ASSP*, 1982, ASSP-30(6): 833—840.
- [6] Tufts D W, Kumareman R. *Proc. IEEE*, 1982, 70(9): 975—989.
- [7] Cadzow J A. *Proc. IEEE*, 1982, 70(9): 907—939.
- [8] Pisarenko V F. *J. Royal Astronom. Soc.*, 1973, 33(3): 347—366.
- [9] Schmidt R. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *Proc. RADC Spectrum Estimation Workshop Record*, Griffths, AFB, NY: 1979, 243—258.
- [10] Roy R, Paulraj A, Kailath T. *IEEE Trans. on ASSP*, 1986, ASSP-34(5): 1340—1342.
- [11] Matausek M R, Stankovic S S. *IEEE Trans. on ASSP*, 1983, ASSP-31(6): 1456—1463.
- [12] Dragosevic M V, Stankovic S S. *IEEE Trans. on ASSP*, 1989, ASSP-37(6): 805—819.
- [13] Sherman P J, Frazho A E. High resolution spectral estimation of sinusoids in colored noise using a modified Pisarenko decomposition. *Proc. ICASSP-86*, Tokyo, Japan: 1986, 181—184.
- [14] Satorius E H, Alexander S T. High resolution spectral analysis of sinusoids in correlated noise. *Proc. ICASSP-78*, 1978, 349—351.
- [15] Chatterjee C, Kashyap R L, Boray G. *IEEE Trans. on ASSP*, 1987, ASSP-35(3): 328—337.
- [16] Satorius E H, Zeidler J R. *Geophysics*, 1978, 43(10): 1111—1118.
- [17] Nehorai A H, Morf M. *IEEE Trans. on ASSP*, 1982, ASSP-30(6): 353—362.
- [18] Swami A, Mendel J M. Cumulant-based approach to the harmonic retrieval problem. *Proc. ICASSP-88*, New York, USA: 1988, 2264—2267.
- [19] Ferrari A, Alengrin G. Estimation of the frequencies of a complex sinusoidal noisy signal using fourth order statistics. *Proc. ICASSP-91*, Toronto, Canada: 1991, 3457—3460.
- [20] Papadopoulos C K, Nikias C L. *IEEE Trans. on ASSP*, 1990, ASSP-38(8): 1424—1436.
- [21] Swami A, Mendel J M. *IEEE Trans. on SP*, 1991, SP-39(5): 1099—1109.
- [22] Shin D C, Mendel J M. Assessment of cumulant-based approaches to harmonic retrieval. *Proc. ICASSP-92*, San Francisco, USA: 1992, V-205—V-209.
- [23] Rao S S, Vaidyanathan C. Estimating the number of sinusoids in non-Gaussian noise using cumulants. *Proc. ICASSP-91*, Toronto, Canada: 1991, 3469—3472.
- [24] 梁应敞, 王树勋, 戴逸松, *电子学报*, 1994, 22(4): 6—12.
- [25] Giannakis G B, Mendel J M. *IEEE Trans. on SP*, 1990, SP-38(8): 1411—1423.
- [26] 梁应敞, 王树勋, 戴逸松, *电子学报*, 1995, 23(4): 111—114.
- [27] Zhang X D, Liang Y C, Li Y D. *IEEE Trans. on IT*, 1994, IT-40(4): 1220—1226.
- [28] Liang Y C, Zhang X D, Li Y D. A unified prefiltering-based approach to harmonic retrieval in non-Gaussian ARMA noise, *Proc. ICASSP-95* Detroit, USA: 1995.
- [29] 梁应敞, 戴逸松, 王树勋, *电子科学学刊*, 1994, 16(6): 561—568.
- [30] Zhang X D, Liang Y C. *IEEE Trans. on SP*, 1995, SP-43(1): 349—353.
- [31] 梁应敞, 非最小相位信号建模及谐波恢复的高阶统计量法研究: [博士论文], 长春: 吉林工业大学, 1993.10.
- [32] Liang Y C, Zhang X D, Li Y D. A novel prefiltering based ESPRIT to Harmonic retrieval in mixed Gaussian and non-Gaussian Noises, *IEEE Trans. on SP*, accepted for publication.
- [33] Liang Y C, Zhang X D, Li Y D. A hybrid approach to time Series analysis and spectral estimation. *Proc. 1995 American Control Conference*, Seattle, USA: 1995.
- [34] Lii K S, Tsou T H. *J. Time Series Analysis*, 1992, 13(5): 391—409.
- [35] Sadler B, Giannakis G B. Detection in colored non-Gaussian noise using cumulants. *Proc. ICASSP-93*, Minneapolis MN: 1993, 204—207.

AN OVERVIEW OF THE HARMONIC RETRIEVAL IN NOISE

Liang Yingchang Zhang Xianda Li Yanda

(*Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084*)

Abstract Recently, Higher-order statistics have become powerful tools in signal processing field and have been applicable in harmonic retrieval. This paper first analyses the existing correlation-based methods for harmonic retrieval; then summarizes the newly developed higher-order statistics-based approaches and pre-filtering-based methods with hybrid higher-order statistics for estimating parameters of harmonics in noise. It is shown that higher-order statistics-based approaches are superior to correlation based approaches in restraining colored noise and retrieving useful information of harmonics.

Key words Harmonic retrieval, Colored noise, Higher-order statistics, Pre-filtering based approaches