

# 一种修正平面近场测量中探头位置误差的有效算法<sup>1</sup>

于 丁 傅德民 刘其中 焦永昌 毛乃宏

(西安电子科技大学天线与电磁散射研究所 西安 710071)

**摘 要** 该文提出了一种修正平面近场测量中探头位置误差的算法, 并进行了计算机模拟。计算结果表明, 所提出的修正算法收敛速度快、数值稳定性好、计算精度高, 是一种实用而有效的修正平面近场测量中探头位置误差的方法。

**关键词** 平面近场测量, 探头位置误差, 算法

**中图分类号** TN820

## 1 引 言

众所周知, 对于平面近场测量, 通常是用一个特性已知的探头, 抽测天线近区某一平面上均匀间隔的离散栅格点处电场的幅度和相位, 然后对测得的平面近场进行 Fourier 变换 (这一过程可用快速傅里叶变换 (FFT) 来完成) 并进行探头补偿就可得到天线的远场特性。然而, 在实际的平面近场测量中, 探头定位系统的定位精度总是有限的, 因而实际测量到的近场并非理论上的均匀间隔的离散栅格点处的场, 这样就破坏了正常的 Fourier 变换关系式, 从而直接由测得的近场进行 Fourier 变换所得到的天线远场特性的精度大大降低。对于超低副瓣天线的平面近场测量, 探头位置误差对所得到的天线远场特性的精度的影响则更为明显。如果我们能够采用某种算法, 在探头位置误差已知的情况下 (探头位置误差可由精度更高的激光测量系统确定), 由实际测量到的近场幅度和相位恢复出均匀间隔的离散栅格点处场的幅度和相位, 然后再进行 Fourier 变换并进行探头补偿, 则会提高所得到的天线远场的精度, 这一过程便是对探头位置误差进行修正的过程。通过这种修正, 可以在探头机械定位精度一定的情况下, 提高天线远场特性的测试精度; 反过来讲, 可以在保证天线远场特性的测试精度的情况下, 降低对探头机械定位精度的要求, 从而降低探头定位系统的成本。因此, 对探头位置误差修正算法进行研究, 无论在理论上还是在实际中均具有重要的意义, 这也正是本文所要研究的主题。

关于探头位置误差修正方面的问题, 国外一些专家学者已经开展了一些工作, 并得到了一些结果<sup>[1-7]</sup>。总的来说, 当前对位置误差进行修正的方法大体上有两类: 一类是迭代方法, 主要是通过对方程或矩阵方程进行迭代求解来对位置误差进行修正<sup>[1,5]</sup>, 其不足之处是计算量过大; 另一类是基于泰勒展开的一次修正方法<sup>[3,7]</sup>, 其应用前提是位置误差要很小, 当位置误差较大时, 修正精度不甚理想<sup>[7]</sup>。目前, 国内对这一问题的研究尚处于探索阶段。在已发表的文献中, 一般只考虑对探头  $z$  向位置误差进行修正, 而不考虑对探头  $x$  和  $y$  向位置误差进行修正<sup>[1,3,7]</sup>。本文则不仅考虑对探头  $z$  向位置误差进行修正, 而且考虑对探头横向位置误差 (即  $x$  和  $y$  向位置误差) 进行修正, 因而这里所考虑的问题更具有有一般性, 更接近于实际情况。

本文首先提出对平面近场测量中探头位置误差进行修正的新算法的基本思想, 然后以对由无限长电流丝排成的直线阵的远场辐射特性进行平面近场测量的二维问题为例, 对探头位置误差进行了计算机模拟, 并利用所提出的算法对探头位置误差进行了修正, 最后给出了计算结果并进行了讨论, 证实本文提出的算法是一种实用而有效的修正平面近场测量中探头位置误差的方法。

<sup>1</sup> 2000-04-06 收到, 2000-10-11 定稿

## 2 修正平面近场测量中探头位置误差的新算法的基本思想

设理论近场栅格点的位置矢为  $r_0$ , 相应的位置误差为  $\delta r$ , 则由平面波展开理论, 有

$$E(r_0) = \int A(k_x, k_y) e^{-jk \cdot r_0} dk_x dk_y = \int A(k_x, k_y) e^{-jk \cdot (r_0 + \delta r)} e^{jk \cdot \delta r} dk_x dk_y \quad (1)$$

式中  $E(r_0)$  表示  $r_0$  处的电场强度,  $A(k_x, k_y)$  为场的平面波谱。

对 (1) 式中的  $e^{jk \cdot \delta r}$  进行 Taylor 展开, 有

$$e^{jk \cdot \delta r} = 1 + jk \cdot \delta r + \frac{(jk \cdot \delta r)^2}{2} + \frac{(jk \cdot \delta r)^3}{3!} + \dots \quad (2)$$

将 (2) 式代入 (1) 式, 得

$$\begin{aligned} E(r_0) &= \int A(k_x, k_y) e^{-jk \cdot (r_0 + \delta r)} \left[ 1 + jk \cdot \delta r + \frac{(jk \cdot \delta r)^2}{2} + \frac{(jk \cdot \delta r)^3}{3!} + \dots \right] dk_x dk_y \\ &= E(r_0 + \delta r) + \int A(k_x, k_y) \left[ jk \cdot \delta r + \frac{(jk \cdot \delta r)^2}{2} + \frac{(jk \cdot \delta r)^3}{3!} + \dots \right] \\ &\quad \times e^{-jk \cdot (r_0 + \delta r)} dk_x dk_y \end{aligned} \quad (3)$$

对探头位置误差进行修正的实质就是由实际测得的电场  $E(r_0 + \delta r)$  恢复出理想栅格点处的电场  $E(r_0)$ 。由 (3) 式不难看出, 如果平面波谱  $A(k_x, k_y)$  能够精确求出, 那么利用 (3) 式即可求出理论近场  $E(r_0)$ 。然而, (3) 式中的平面波谱  $A(k_x, k_y)$  是理论平面波谱, 由实际测得的近场  $E(r_0 + \delta r)$  很难直接求出理论平面波谱  $A(k_x, k_y)$ 。这就促使我们考虑能否先由实际测得的近场求出近似平面波谱  $\tilde{A}(k_x, k_y)$ , 然后用近似平面波谱代替理论平面波谱, 利用 (3) 式求出一次修正近场  $\tilde{E}^{(1)}(r_0)$ 。显然, 如果近似平面波谱越接近于理论平面波谱, 则求出的一次修正近场就越接近于理论近场, 对探头位置误差修正的效果也就越好。如果一次修正近场不能满足精度要求, 则可由一次修正近场再求出近似平面波谱, 并用近似平面波谱代替理论平面波谱, 然后利用 (3) 式求出二次修正近场  $\tilde{E}^{(2)}(r_0)$ ; 如果二次修正近场仍不能满足精度要求, 则再由二次修正近场求出近似平面波谱, 并用近似平面波谱代替理论平面波谱, 然后利用 (3) 式求出三次修正近场  $\tilde{E}^{(3)}(r_0)$ , 如此反复循环迭代, 可求得四次、五次以至  $N_0$  次修正近场, 使得修正后的近场最终达到精度要求, 然后再由修正后的近场得到天线的远场特性。这里存在两个需要认真考虑的问题, 一是以上循环迭代的收敛性问题, 即由以上循环迭代过程求得的一次、二次、三次以至  $N_0$  次修正近场是否能逐渐逼近理论近场, 从而最终达到精度要求。二是以上循环迭代的收敛速度问题, 即能否只通过较少次的修正 (迭代), 就能使修正后的近场达到精度要求, 换句话说, 能否在保证修正精度的前提下, 尽量减少修正次数 (迭代次数)。不难看出, 解决以上两个问题的关键在于保证在以上循环迭代过程中, 随着修正次数 (迭代次数) 的增加, 所求得的近似平面波谱能够稳健而快速地逼近理论平面波谱。为此至关重要是保证在对位置误差进行一次修正的过程中, 由实际测得的近场  $E(r_0 + \delta r)$  得到的近似平面波谱  $\tilde{A}(k_x, k_y)$  能尽量好地接近于理论平面波谱  $A(k_x, k_y)$ , 从而保证求出的一次修正近场能尽量好地接近于理论近场, 从而使得在以后的循环迭代过程中, 随着修正次数 (迭代次数) 的增加, 所求得的近似平面波谱能够稳健而快速地逼近理论平面波谱, 所求得的修正近场能够稳健而快速地逼近理论近

场, 这样既保证了循环迭代的收敛性, 又提高了循环迭代的收敛速度。否则, 如果在对位置误差进行一次修正的过程中, 由实际测得的近场得到的近似平面波谱与理论平面波谱的偏差较大, 则以上循环迭代过程的收敛速度将会变慢, 甚至可能导致循环迭代过程不收敛, 即由以上循环迭代过程求得的一次、二次、三次以至  $N_0$  次修正近场不仅不逐渐逼近理论近场, 反而越来越偏离理论近场。下面给出本文所提出的对平面近场测量中探头位置误差进行修正的算法的具体步骤。

(1) 预处理 如前所述, 为了保证在对位置误差进行一次修正的过程中, 由实际测得的近场得到的近似平面波谱能尽量好地接近于理论平面波谱, 从而保证求出的一次修正近场能尽量好地接近于理论近场, 下面我们先对实际测得的近场进行预处理, 由实际测得的近场  $\mathbf{E}(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r})$  求出理论近场栅格点  $\mathbf{r}_0$  处的近似电场  $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_0)$ 。

大家知道, 天线产生的电磁场的平面波谱与天线的远场方向图有着一个直接的对应关系<sup>[8]</sup>, 某个方向的平面波谱与天线在该方向的远场相对应。对窄波束低副瓣天线而言, 如果它的最大辐射方向为  $\hat{\mathbf{k}}_0$ , 则在它产生的电磁场的平面波谱中,  $\hat{\mathbf{k}}_0$  方向的谱含量占绝对优势。作为零阶近似, 在分析该天线的近场时, 可以认为它是沿  $\hat{\mathbf{k}}_0$  方向传播的平面波。

如图 1 所示, 过实际近场测量点  $A$  作扫描面  $z = d$  的垂线, 并与扫描面交于  $B$  点, 过  $A$  点沿  $-\hat{\mathbf{k}}_0$  方向作射线与扫描面  $z = d$  交于  $C$  点。显然  $\mathbf{r}'$  与  $\mathbf{r}_0$  所对应的点均位于扫描面  $z = d$  上。

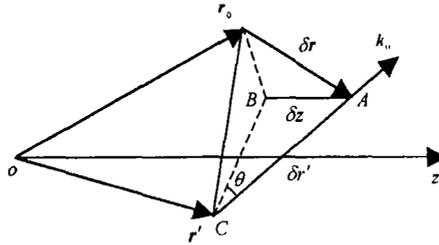


图 1 探头位置误差示意图

设  $\theta$  为  $\hat{\mathbf{k}}_0$  与扫描面  $z = d$  所成的夹角, 则由  $\sin \theta = \delta z / \delta r'$ , 得

$$\delta r' = \delta z / \sin \theta \quad (4)$$

故有

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r} - \delta r' \hat{\mathbf{k}}_0 = \mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r} - (\delta z / \sin \theta) \hat{\mathbf{k}}_0 \quad (5)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}') = \mathbf{E}(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}) e^{jk\delta r'} = \mathbf{E}(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}) e^{jk\delta z / (\sin \theta)} \quad (6)$$

将  $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$  在扫描面  $z = d$  上作插值, 求出理论近场栅格点  $\mathbf{r}_0$  处的近似电场  $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_0)$ 。本文采用的是拉格朗日 (Lagrange) 插值法。

(2) 由理论近场栅格点  $\mathbf{r}_0$  处的近似电场  $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_0)$  计算近似平面波谱  $\tilde{\mathbf{A}}(k_x, k_y)$  由平面波展开理论, 有

$$\tilde{\mathbf{A}}(k_x, k_y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_0) e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_0} dx_0 dy_0 \quad (7)$$

(7) 式可以用 FFT 来进行计算。

(3) 用近似平面波谱  $\tilde{A}(k_x, k_y)$  代替理论平面波谱  $A(k_x, k_y)$ , 计算修正项。这里的修正项即为 (3) 式最右边的积分项, 用  $\tilde{A}(k_x, k_y)$  代替  $A(k_x, k_y)$ , 则有

$$\int \tilde{A}(k_x, k_y) \left[ j\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{r} + \frac{(j\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{r})^2}{2} + \frac{(j\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{r})^3}{3!} + \dots \right] e^{-j\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r})} dk_x dk_y \quad (8)$$

这一积分可以用数值方法求解。

(4) 求出一次修正近场  $\tilde{E}^{(1)}(\mathbf{r}_0)$ 。将 (8) 式中所计算的修正项代入 (3) 式, 即可求出一次修正近场  $\tilde{E}^{(1)}(\mathbf{r}_0)$ 。

(5) 循环迭代 将所求出的一次修正近场代入 (7) 式, 求出近似平面波谱, 并用近似平面波谱代替理论平面波谱, 由 (8) 式计算出修正项, 最后将求出的修正项代入 (3) 式, 即可求得二次修正近场  $\tilde{E}^{(2)}(\mathbf{r}_0)$ 。如此反复进行, 可求得三次、四次以至  $N_0$  次修正近场。

### 3 平面近场测量中探头位置误差的计算机模拟及修正

下面, 我们以对由无限长电流丝排成的直线阵的远场辐射特性进行平面近场测量的二维问题为例, 对探头位置误差进行计算机模拟, 并利用上面提出的算法对探头位置误差进行修正。

#### 3.1 建立计算模型

如图 2 所示, 在坐标系  $xoz$  中,  $N$  个无限长电流丝排成的直线阵对称排列在  $x$  轴上 (这里假定  $N$  为奇数), 无限长电流丝之间的间隔为  $ds$ 。扫描面与直线阵的距离为  $d$ , 取样点数为  $M$  (这里假定  $M$  为奇数), 取样间隔为  $\Delta x$ 。设组成直线阵的  $N$  个无限长电流丝的电流分布为  $-55\text{dB}$  副瓣的切比雪夫分布, 第  $i$  个电流丝上的电流为  $I_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 。

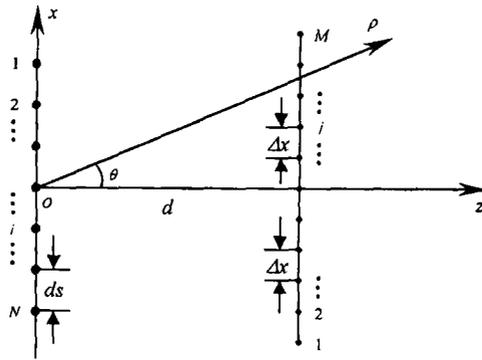


图 2 计算模型示意图

模拟过程如下:

(1) 计算出  $z = d$  直线上等间距点处的近场, 再由该近场通过近远场变换计算出远场方向图, 它与天线的理论远场方向图应高精度地相一致; (2) 引入位置误差, 计算出有位置误差时的近场分布, 再由此近场计算远场方向图, 该方向图包含了探头位置误差的影响; (3) 利用本文所提出的算法由有位置误差的近场分布恢复出无位置误差的近场分布, 再利用近远场变换计算远场方向图, 并与理论远场方向图进行比较, 以说明修正的效果。

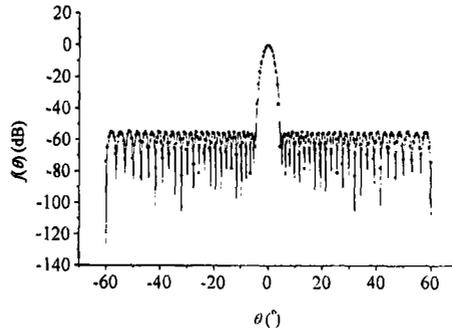


图3 理论远场方向图与由理论近场得到的远场方向图的比较  
 — 理论远场方向图  
 • 由理论近场得到的远场方向图

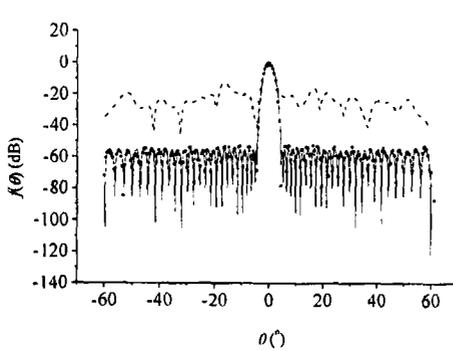


图4 远场方向图 ( $\sigma_x = \sigma_z = 0.1\lambda$ )  
 — 理论方向图  
 - - - 由引入位置误差后的近场得到的方向图  
 • 由对位置误差作一次修正后的近场得到的方向图

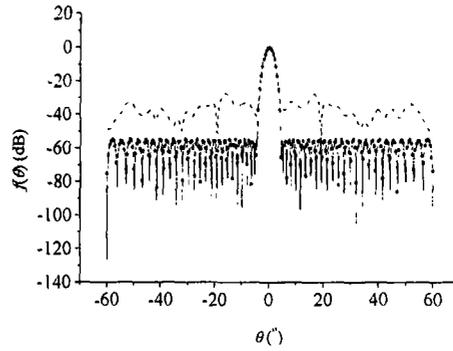


图5 远场方向图 ( $\sigma_x = \sigma_z = 0.02\lambda$ )  
 — 理论方向图  
 - - - 由引入位置误差后的近场得到的方向图  
 • 由对位置误差作一次修正后的近场得到的方向图

### 3.2 计算结果及讨论

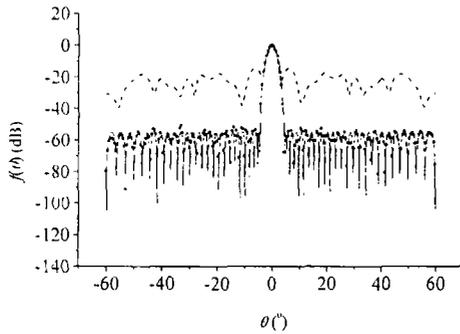
在以下的计算中, 均取  $f = 9375\text{MHz}$ ,  $N = 43$ ,  $ds = 0.7\lambda$ ,  $d = 3.5\lambda$ ,  $M = 133$ ,  $\Delta x = 0.5\lambda$ , 此时直线阵的宽度  $W'_x = 29.40\lambda$ , 扫描面的宽度  $W_x = 66.00\lambda$ , 扫描面与直线阵的宽度比为  $W_x/W'_x = 2.244898$ .

图3给出了理论远场方向图和由理论近场得到的远场方向图, 从图中可以看出二者吻合得很好, 这说明所选择的扫描面的宽度已足够大, 由于有限扫描面截断所引起的截断误差可忽略不计。

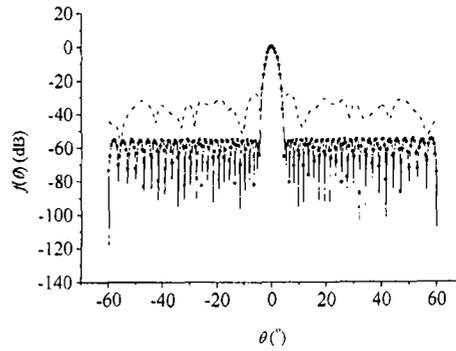
下面假定两种位置误差的分布类型, 并利用本文所提出的算法分别对位置误差进行修正。这里我们考虑  $x$  方向和  $z$  方向均有位置误差的一般情况。

(1)  $x$  方向位置误差和  $z$  方向位置误差均为正态分布 假定  $x$  方向位置误差服从均值为零、均方差为  $\sigma_x$  的正态分布;  $z$  方向位置误差服从均值为零、均方差为  $\sigma_z$  的正态分布。图4给出了理论远场方向图、当  $\sigma_x = \sigma_z = 0.1\lambda$  时由引入位置误差后的近场得到的远场方向图以及由对位置误差作一次修正后的近场得到的远场方向图。图5给出了理论远场方向图、当  $\sigma_x = \sigma_z = 0.02\lambda$  时由引入位置误差后的近场得到的远场方向图以及由对位置误差作一次修正后的近场得到的远场方向图。

(2)  $x$  方向位置误差和  $z$  方向位置误差均大小固定、正负随机 假定  $x$  方向位置误差的大小固定在  $\delta x_0$ , 且正负随机变化;  $z$  方向位置误差的大小固定在  $\delta z_0$ , 且正负随机变化。

图 6 远场方向图 ( $\delta x_0 = \delta z_0 = 0.1\lambda$ )

— 理论方向图  
 - - - 由引入位置误差后的近场得到的方向图  
 ••• 由对位置误差作一次修正后的近场得到的方向图

图 7 远场方向图 ( $\delta x_0 = \delta z_0 = 0.02\lambda$ )

— 理论方向图  
 - - - 由引入位置误差后的近场得到的方向图  
 ••• 由对位置误差作一次修正后的近场得到的方向图

图 6 给出了理论远场方向图, 当  $\delta x_0 = \delta z_0 = 0.1\lambda$  时由引入位置误差后的近场得到的远场方向图以及由对位置误差作一次修正后的近场得到的远场方向图。图 7 给出了理论远场方向图, 当  $\delta x_0 = \delta z_0 = 0.02\lambda$  时, 由引入位置误差后的近场得到的远场方向图以及由对位置误差作一次修正后的近场得到的远场方向图。

以上我们假定了两种平面近场测量中探头位置误差的分布类型, 并利用本文所提出的算法对探头位置误差进行了修正。由计算结果可以看出, 当探头位置误差的量值较小时 (约  $0.02\lambda$  量级), 由对位置误差仅作一次修正后的近场得到的远场方向图就与理论远场方向图吻合得很好了; 即使探头位置误差的量值较大 (约  $0.1\lambda \sim 0.2\lambda$  量级) 以至于远远大于实际平面近场测量中探头位置误差的量值时, 对位置误差仅作一次修正仍能取得很好的修正效果。进一步计算表明, 经五次修正后所得到的远场方向图与理论远场方向图的偏差很小, 在图形上已经看不出差别。因此, 本文所提出的算法具有很快的收敛速度、良好的数值稳定性、很高的计算精度, 是一种实用而有效的修正平面近场测量中探头位置误差的方法。在实际的平面近场测量中, 探头的实际位置是由激光测量系统来测定的。因此, 我们可以说利用本文所提出的算法对探头位置误差进行修正等效于将探头机械定位精度提高到激光测量系统定位精度的水平上。

## 4 结 论

本文提出了一种修正平面近场测量中探头位置误差的算法。以对由无限长电流丝排成的直线阵的远场辐射特性进行平面近场测量的二维问题为例, 对探头位置误差进行了计算机模拟, 并利用所提出的算法对探头位置误差进行了修正。计算结果表明, 本文所提出的算法具有收敛速度快、数值稳定性好、计算精度高的优点, 是一种实用而有效的修正平面近场测量中探头位置误差的方法。

## 参 考 文 献

- [1] L. E. Corey, E. B. Joy, On computation of electromagnetic fields on planar surfaces from fields specified on nearby surfaces, IEEE Trans. on Antennas Propagat., 1981, AP-29(2), 402-404.
- [2] L. E. Corey, Analytical compensation for near-field probe positioning errors in calculated far-field antennas patterns: [Ph. D. Dissertation], Georgia Inst. Technol., May 1981.
- [3] D. R. Reddy, Correction for probe-position error in planar, near-field scanning, Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, December 1985.

- [4] L. A. Muth, Displacement errors in antenna near-field measurements and their effect on the far field, *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, 1988, AP-36(5), 581-591.
- [5] O. M. Bucci, G. Schirinzi, G. Leone, A compensation technique for positioning errors in planar near-field measurements, *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, 1988, AP-36(8), 1167-1172.
- [6] S. F. Mahmoud, Correction of probe position errors in antenna near field to far field transformation, *J. Electromagn. Waves Appl.*, 1988, 2(5), 545-553.
- [7] L. A. Muth, R. L. Lewis, A general technique to correct probe position errors in planar near-field measurements to arbitrary accuracy, *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, 1990, AP-38(12), 1925-1932.
- [8] 毛乃宏, 俱新德等. 天线测量手册, 北京, 国防工业出版社, 1987, 230-232.

## AN EFFECTIVE ALGORITHM FOR CORRECTING PROBE POSITION ERRORS IN PLANAR NEAR-FIELD MEASUREMENTS

Yu Ding    Fu Demin    Liu Qizhong    Jiao Yongchang    Mao Nailong

*(Institute of Antennas and EM Scattering, Xidian University, Xi'an 710071, China)*

**Abstract** An algorithm for correcting probe position errors in planar near-field measurements is presented and simulated. The calculation results show that the algorithm has fast convergence rate, good numerical stability, high precision of calculation and is a practical and effective method for correcting probe position errors in planar near-field measurements.

**Key words** Planar near-field measurements, Probe position errors, Algorithm

于 丁: 男, 1974 年生, 博士生, 主要研究方向为超低副瓣天线近场测量理论与技术、近场散射测量理论与技术、时域近场测量理论。

傅德民: 男, 1941 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为近远场变换理论及超低副瓣天线近场测试技术、智能天线、天线数值分析与综合。

刘其中: 男, 1938 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为天线数值计算与 CAD、宽带小型化天线及智能天线、电磁散射。

熊永昌: 男, 1964 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为天线 CAD。

毛乃宏: 男, 1932 年生, 教授, 主要研究方向为近场测量技术。