

扩频信号分路相关检测器的性能分析¹

罗来源 肖先赐

(电子科技大学电子工程系 成都 610054)

摘要 本文给出了直接序列扩频信号正交分路周期相关检测算法的性能分析。该算法不仅对 BPSK 扩频调制信号检测效果明显,而且对 QPSK 扩频调制也是有效的。计算机的模拟结果与本文的分析是一致的。该检测结构在信噪比 SNR=-15dB 时仍然呈现良好的检测性能。

关键词 扩频信号, 信号检测, 相关检测

中图分类号 TN929.5, TN911.7

1 引言

近年来随着码分多址 (CDMA) 移动通信系统的发展,直接序列 (DS) 扩频信号的检测引起了广泛的注意。众所周知直接序列扩频信号由于具有较低的功率谱密度和很大的时带积等特性,信号往往淹没在噪声之中,使得传统的检测接收机无能为力,理论上需要研究一种不同于传统信号检测的方法。早期的检测方法有 H. Urkowitz 的能量检测算法, R. A. Dillard 的改进型能量检测法, A. Polydoros 的相关检测方法。随后研究的延时相乘、平方律检测等算法也都属于相关域的检测方法。近年来发展的谱相关检测,倒谱检测,高阶谱检测和压缩接收机检测等都可归结为变换域检测。文献 [1] 对这些方法进行了概括和分析。总的来讲这些方法各有所长,都有一定的参考价值,但也存在不足。文献 [2] 在分析研究上述方法的基础上,从自相关的思想出发,利用扩频信号自身的先验信息,提出了一种正交分路周期相关的检测算法,该算法与目前的一些方法^[3-5]相比,明显的提高了直接序列扩频信号的检测能力。

本文针对该检测算法的模型,分析讨论了其检测性能,并给出了距离因子 d 作为检测器定量的性能度量。本文章节安排如下,第 2 节简略地推导了正交分路周期相关检测结构的算法,在此基础上给出了算法的系统结构。第 3 节利用同步相关检测的思想,分析了本文系统的性能,给出了性能因子。第 4 节给出了计算机的模拟结果。

2 算法模型

设 DS 随机扩频码 $c(t)$ 为

$$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n P(t - nT_c - \varepsilon T_c), \quad (1)$$

¹ 1997-02-17 收到, 1997-10-23 定稿

其中 $P(t)$ 为持续时间 T_c 的基带信号波形, $\{c_n\}_{-\infty}^{\infty}$ 为独立同分布 (i.i.d) 二元随机变量, 随机变量 ϵ 在 $(0, 1)$ 上均匀分布. 实际的 DS 扩频通信系统中 $c(t)$ 常为周期伪随机序列. 所以检测器的输入可用下式表示:

$$r(t) = Ac(t) \cos(\omega_0 t + \varphi) + n(t), \quad H_1; \quad (2a)$$

$$r(t) = n(t), \quad H_0; \quad (2b)$$

其中 A 、 ω_0 和 φ 分别表示信号的幅度、角频率和初相, 且 φ 在 $(0, 2\pi)$ 上均匀分布, $n(t)$ 为零均值带限 AWGN 噪声, 其双边功率谱密度为 $N_0(\text{W/Hz})$. 令 T 为观测时间, 对于扩频信号检测, 一般它应大于伪码周期. 由后面的公式可以看出信息码并不改变其结果的极值性质, 故这里没有明示, 换句话说 $c(t)$ 可理解为信码与伪码模 2 和的结果.

设已知伪码周期 $T_N = NT_c$, N 为正整数 (后面将看到这一限制可以取消), 噪声和信号不相关. 令 $s(t) = Ac(t) \cos(\omega_0 t + \varphi)$, 则有 $R_r(\tau) = R_s(\tau) + R_n(\tau)$. 根据假设, 有 $R_n(\tau) \approx N_0\delta(\tau)$, 且 $R_s(\tau) = (A^2/2)R_{cc}(\tau) \cos(2\pi\tau/T_0)$ 为 $s(t)$ 的自相关函数, 其中 $R_{cc}(\tau) = E[c(t)c^*(t+\tau)]$ 当 $\tau \neq 0$ 且取 T_N 的整数倍时, 则有

$$R_r = \begin{cases} (A^2/2) \cos 2(\pi\tau/T_0), & H_1; \\ 0, & H_0. \end{cases} \quad (3)$$

可见自相关方法是一种很有效的方法. 可是由于 ω_0 受诸多因素的影响, 波动性大, 很难准确测量, 因此实际中 (3) 式难于应用. 但若对 (2) 式的接收信号作正交处理并滤去高频, 则有

$$r_I(t) = (A^2/2)c(t) \cos(\Delta\omega t + \theta) + n_c(t), \quad (4)$$

$$r_Q(t) = (A^2/2)c(t) \sin(\Delta\omega t + \theta) + n_s(t), \quad (5)$$

其中 $\Delta\omega$ 为信号角频率与本地振荡角频率之差, θ 为信号初相与本地初相之差, $r_I(t)$, $r_Q(t)$ 分别对应同相接收和正交接收信号成份, $n_c(t)$ 和 $n_s(t)$ 分别为噪声的同相分量和正交分量. 因此有

$$R_{II}(\tau) = A'R_{cc}(\tau) \cos(\Delta\omega\tau) + R_{n_c, n_c}(\tau), \quad (6)$$

其中 $A' = A^2/8$, $R_{II} = E[r_I(t)r_I^*(t+\tau)]$, 同理可以求得: $R_{QQ}(\tau)$, $R_{IQ}(\tau)$ 和 $R_{QI}(\tau)$. 当 $\tau \neq 0$ 时, 等式右边第二项应为零; 若 τ 取 T_N 的整数倍则利用上面的结果, 我们可以得到正交分路相关检测算法的结构如图 1 所示. 根据图 1 经适当推导可得

$$Y = (A^4/16)(\sum c(t)c(t-T_N))^2, \quad (7)$$

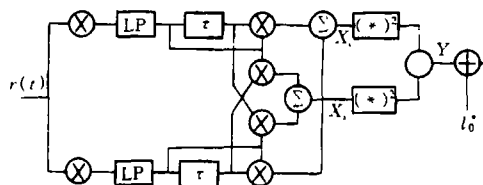


图 1 分路相关检测结构

当 T_N 为伪码周期时, 则有 $Y = (A^2/16)L^2$, 其中 L 为求和长度。当 T_N 不等于伪码序列周期时, 根据伪码有较小的互相关性可知和式值趋于零。于是当 L 取得足够大时, 可以获得足够好的检测性能。从 (7) 式可知, 实际上我们并不需要伪随机序列码周期的先验信息, 只要在 $Y-T_N$ 的时域关系或频域关系中, 利用 $\max_{T_N} Y$ 就可以检测出信号的存在与否。

3 性能分析

检测性能的度量常用接收机工作曲线。本文拟采用另外一种性能评价方法^[2]。定义

$$d \equiv G^{-1}[P_{FA}] - G^{-1}[P_D], \quad (8)$$

其中 $G(*)$ 为高斯积分函数, $G^{-1}[*]$ 为高斯积分反函数, 我们把 d 称为性能距离。若设 V_T 为判决门限, E 为信号能量, N_0 为双边噪声谱密度, 则可以算出能量检测器的检测概率和虚警概率^[6], 并可求得

$$d^2 = E/N_0. \quad (9)$$

式 (9) 说明为了达到指定的 P_D 和 P_{FA} 值所需要的信噪比值。实际工作中我们知道, 检测概率是与虚警概率和信噪比紧密相关的, 可见用性能距离来衡量检测算法是合理的。为了分析本文方法的检测性能, 需要求出系统的检测概率和虚警概率, 为此, 我们以 Y 作为检验统计量考察图 1, 有

$$Y = X_s^2 + X_c^2, \quad (10)$$

其中

$$X_s = \int_0^T [ac(t)c(t - T_N) \cos(\Delta\omega T_N) + N_1(t)] dt,$$

$$X_c = \int_0^T [ac(t)c(t - T_N) \sin(\Delta\omega T_N) + N_2(t)] dt,$$

常数 $a = A^2/4$ 。要计算系统的检测特性, 首先要求 Y 的条件概率密度, 根据输入波形 $r(t)$ 的假设条件, 可以近似认为 X_c 和 X_s 是正态随机变量, 并求出其条件均值和方差, 从而确定它们的条件概率密度。又由于随机变量 X_c 和 X_s 可以看作是由相位相差 90° 的两个通道获得的, 因此可以证明两者是不相关的。利用 Y 是这两个正态随机变量的平方和就不难求出结果。为了简化推导过程, 我们先忽略交叉相关支路, 这样图 1 的检测系统可简化为一正交接收机检测系统, 则利用已知结果可知^[7]

$$P(y) = (y/2\sigma^2) \exp[-(y/(2\sigma^2) + \gamma)] I_0(2\sqrt{y\gamma/(2\sigma^2)}), \quad y \geq 0, \quad H_1; \quad (11)$$

$$P(y) = (y/2\sigma^2) \exp(-y/(2\sigma^2)), \quad y \geq 0, \quad H_0; \quad (12)$$

其中 $\gamma = A^2/(N_0B + N_0B/G_P) = A^2/(2\sigma^2)$, B 为接收滤波器的等效带宽, G_P 为扩频信号的扩频增益。如果 y 以 $T_s = 1/B$ 抽样, 则各样点间是独立的。若令

$$Y = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt \approx \frac{1}{N_B} \sum_{k=0}^{N_B-1} y(kT_s), \quad (13)$$

其中 $N_B = T/T_s = BT$ 。根据 (11) 式和 (13) 式, 有

$$P(Y) = \frac{N_B}{2\sigma^2} \left(\frac{Y}{2\gamma\sigma^2} \right)^{(N_B-1)/2} \exp \left[-N_B \left(\frac{Y}{2\sigma^2} + \gamma \right) \right] \\ \times I_{N_B-1} \left[2\sqrt{N_B^2 \gamma \frac{Y}{2\sigma^2}} \right], \quad Y \geq 0, \quad H_1; \quad (14)$$

$$P(Y) = \frac{N_B [YN_B/(2\sigma^2)]^{N_B-1}}{2\sigma^2 (N_B-1)!} \exp \left(-\frac{YN_B}{2\sigma^2} \right), \quad Y \geq 0, \quad H_0. \quad (15)$$

用 $2\sigma^2/N_B = (N_0 + N_0/G_P)/T$ 归一化 Y , 即令 $Y^* = YN_B/(2\sigma^2)$ 则 (14), (15) 式可写成简单的形式

$$P(Y^*) = \left(\frac{Y^*}{N_B\gamma} \right)^{(N_B-1)/2} \exp[-Y^* - N_B\gamma] \\ \times I_{N_B-1}[2\sqrt{N_B\gamma Y^*}], \quad Y^* \geq 0, \quad H_1; \quad (16)$$

$$P(Y^*) = \frac{(Y^*)^{N_B-1}}{(N_B-1)!} \exp(-Y^*), \quad Y^* \geq 0; \quad H_0. \quad (17)$$

因此虚警概率就是 Y 超过门限 l'_0 的概率, 或 Y^* 超过门限 $l'^* = l'_0 N_B/(2\sigma^2)$ 的概率, 即

$$P_{FA} = \int_{l'^*}^{\infty} P(Y^*) dY^* = 1 - \int_0^{l'^*} \frac{(Y^*)^{(N_B-1)}}{(N_B-1)!} \exp(-Y^*) dY^* = e^{-l'^*} \sum_{k=0}^{N_B-1} (l'^*)^k / k!. \quad (18)$$

相应的检测概率为

$$P_D = 1 - \int_{l'^*}^{\infty} (Y^*)^{(N_B-1)/2} \exp(-Y^* - N_B\gamma) I_{N_B-1}[2\sqrt{N_B\gamma Y^*}] dY^*. \quad (19)$$

考虑到交叉支路的作用, 在上述假设条件下, 可以近似认为是图 2 的正交分量。于是系统的虚警概率和检测概率为

$$P_{FA} = e^{-l'^*} \sum_{k=0}^{2N_B-1} \frac{(l'^*)^k}{k!}, \quad (20)$$

$$P_D = 1 - \int_0^{l'^*} \left(\frac{Y^*}{2N_B\gamma} \right)^{(N_B-1)/2} \exp(-Y^* - N_B\gamma) I_{2N_B-1}[2\sqrt{2N_B\gamma Y^*}] dY^*. \quad (21)$$

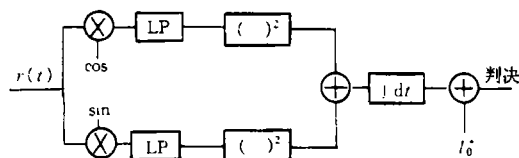


图 2 正交相关检测结构

因此我们就可以得出系统的性能距离。为了导出性能距离的简洁表示式, 考虑当 N_B 很大时, $Y^* = \sum_{k=0}^{2N_B-1} y/2\sigma^2 = \sum_{k=0}^{2N_B-1} y^*$ 可以近似为高斯分布, 且有

$$E[Y^*] = 2N_B E[y^*] = 2N_B(1 + \gamma\delta_{i1}), \quad (22)$$

$$\text{Var}[Y^*] = 2N_B \text{Var}[y^*] = 2N_B(1 + 2\gamma\delta_{i1}), \quad (23)$$

其中 $\delta_{i1} = 1, 0; i = 1, 0$ 。利用高斯假设, 有

$$P_{FA} = \int_{l'}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4\pi N_B}} \exp\left[-\frac{(Y^* - 2N_B)^2}{4N_B}\right] dY^* = Q\left(\frac{l' - 2N_B}{\sqrt{2N_B}}\right) = Q(\beta). \quad (24)$$

这里 $Q(X)$ 为高斯概率积分, 于是对于确定的 P_{FA} , β 就是一定值, 则相应的检测概率为

$$\begin{aligned} P_D &= \int_{l'}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4\pi N_B(1+2\gamma)}} \exp\left[-\frac{(Y^* - 2N_B(1+\gamma))^2}{4N_B(1+2\gamma)}\right] dY^* \\ &= Q\left(\frac{\beta - \sqrt{2N_B}\gamma}{\sqrt{1+2\gamma}}\right). \end{aligned} \quad (25)$$

于是由 (8) 式可得

$$d \approx \sqrt{2N_B} \gamma = \sqrt{2N_B} \frac{A^2}{N_0 B + N_0 B/G_P} = \frac{\sqrt{2N_B}}{(B + B/G_P)T_c} \left(\frac{E}{N_0}\right). \quad (26)$$

由上式可知图 1 的检测器性能与 (9) 式相比有明显的改善, 而且具有一定的检测增益, 其性能也可以通过滤波器和积分限改善。

4 计算机模拟结果

为了验证本文的分析, 我们在计算机上做了大量模拟, 模拟中的高斯白噪声是利用随机数求和得到的。正交分路采用希尔伯特滤波器由快速傅氏变换实现, 伪码长度分别取为 63, 127, 255, 511 等, 信噪比从 $\text{SNR}=0$ 到 -17dB 针对各种不同的情况进行了模拟。图 3(a) 和图 3(b) 分别是信噪比为 -3dB , -15dB 的情形。图中纵坐标为检验统计量的归一化值, 横坐标为变量 T_N 对单位码元样点数的归一化。由计算机模拟可知, 该方法的检测性能与分析的结果是相吻合的, 它可以对 -15dB 的扩频信号进行检测。对 -17dB 的情形也有一定的检测能力。

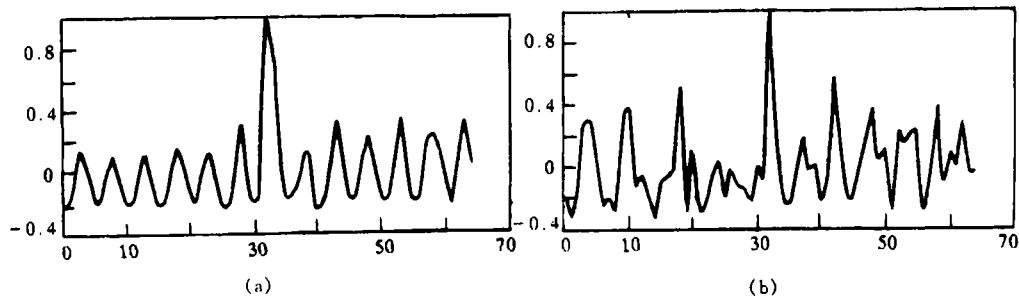


图 3 相关检测器输出

参 考 文 献

- [1] 罗来源, 肖先赐. 扩频信号检测的原理和方法. 成都: 电子科技大学研究报告, 1993.
- [2] 罗来源. GPS 信号侦察与扩频信号检测技术研究: [硕士论文]. 成都: 电子科技大学, 95, 2.
- [3] Schoolcraft R. Low probability of detection communication -LPD waveform design and detection techniques. MILCOM' 91, Virginia: 1991, 832-840.
- [4] Gardner W A, Spooner C M. Signal interception performance advantages of cyclic-feature detectors. IEEE Trans. on Comm. 1992, 40(1): 194-159.
- [5] Polydoros A, Weber C. Detection performance consideration for direct-sequence and time-hopping LPI waveforms. IEEE J. of SAC 1985, SAC-3(5): 727-744.
- [6] Urkowitz H, Energy detection of unknown deterministic signal. Proc. IEEE, 1967, 55(4): 523-531.
- [7] 许树声. 信号检测与估计. 北京: 国防工业出版社, 1985, 54-69.

PERFORMANCE ANALYSIS OF QUADRATURE CORRELATION
DETECTION ALGORITHM FOR DS-SS SIGNALS

Luo Laiyuan Xiao Xianci

(Department of Electronic Engineering of UESTC, Chengdu 610054)

Abstract The performance analysis of quadrature correlation detection algorithm for DS-SS signal is presented. The algorithm can detect effectively both BPSK and QPSK spread spectrum signals. The analytical results are confirmed by computer simulation. The simulation results show that the algorithm can detect DS-SS signals with the input SNR of -15dB.

Key words Spread spectrum signal, Signal detection, Correlation detection

罗来源: 男, 1956 年生, 博士生, 从事电子系统和信号处理的研究工作.

肖先赐: 男, 1933 年生, 教授, 博士生导师, 从事信号处理和电子工程的研究和教学工作.