

垂直电偶极子在介质-导体平面 结构中场的表达式

逯贵祯 张法通

(北京广播学院广播研究所,北京 100024)

摘要 本文研究了垂直电偶极子在介质-导体平面结构中的电波传播问题.利用索末菲积分表达式,通过假定场在各个区域中的形式以及使各区域中的场满足边界条件,导出了电磁场在介质-导体结构中的表达式.对场的表达式所做的渐近计算表明了介质下面导体的存在对电波传播的影响.

关键词 电波传播;微带结构;并矢格林函数

1. 引言

微带天线的发展促使人们寻求微带天线的理论计算方法.矩量法作为一个有效的数值计算方法已成功地应用于线天线的理论计算.但是,将矩量法用于微带天线的理论计算,遇到了如何确定微带结构上格林函数的问题.在目前的情况下,通常是用自由空间的格林函数加上其镜象以及介质的修正来近似微带格林函数^[1].在另外一种较严格的方法中,格林函数被表示成一径向函数的贝塞尔变换乘上一个 z 方向上的传播函数. z 方向函数是利用传输线方法获得的^[2].

在本文的研究中,利用索末菲积分表达式考虑垂直电偶极子在介质-导体结构中场的表达式.在索末菲处理的半无限大空间问题中,空气和介质中的场分别被表示为一点源的场加上一个对参数 λ 积分的表达式.给定适当的边界条件,求出未知的被积函数,从而获得问题的积分表示解^[3].在当前的问题中,由于介质层为有限厚,并且介质层下面有一导体平面,所以,原先索末菲对场的形式的假定不再适用.为此,本文在原来索末菲积分的基础上,对介质层中场的积分形式做了新的假定.在此假定下,通过解边值问题,得到了问题的积分表达式.此表达式在极限情况下与索末菲的表达式相同.

2. 介质-导体结构问题的积分解

在目前处理的问题中,垂直电偶极子位于介质与空气的界面.偶极子轴与直角坐标系的 z 轴重合.平面 $z=0$ 代表界面; $-h < z < 0$

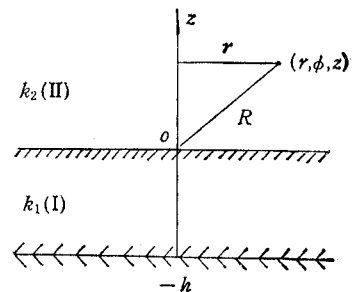


图1 介质-导体结构的几何示意图

的所有点在介质内,传播常数为 k_1 ; $z = -h$ 平面是一导体面;在 $z > 0$ 区数中,空气的传播常数为 $k_2 = \omega/c$. 观测点由柱坐标 (r, ϕ, z) 确定,它到原点的距离为 $R = \sqrt{r^2 + z^2}$. 介质板的厚度为 h . 几何关系如图 1 所示.

由于介质层下面导体板的存在,使得在介质中场的形式必然不同于索末菲原来所用的形式. 这主要是因为介质中的场不仅要满足空气与介质界面的边界条件,而且还要满足导体板上的边界条件. 对于空气与介质界面,边界条件为

$$\partial\pi_1/\partial z = \partial\pi_2/\partial z \quad (1)$$

$$k_1^2\pi_1 = k_2^2\pi_2 \quad (2)$$

这里 π_1 和 π_2 分别代表区域 I 和区域 II 中的赫兹矢势. 在导体表面,由于切向电场分量为零,所以应当有

$$\partial\pi_1/\partial z|_{z=-h} = 0 \quad (3)$$

根据上述边界条件,假定区域 I 和区域 II 中场的形式为

$$\pi_2 = \exp(-jk_2R)/R + \int_0^\infty f_2(\lambda)J_0(\lambda r)\exp(-\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}z)d\lambda, \quad (z > 0) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \pi_1 = & \exp(-jk_1R)/R + \int_0^\infty f_1(\lambda)J_0(\lambda r)\exp(\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}z)d\lambda \\ & + \exp(-jk_1R_h)/R_h + \int_0^\infty f_3(\lambda)J_0(\lambda r) \\ & \times \exp[-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}(z + 2h)]d\lambda, \quad (-h < z < 0) \end{aligned} \quad (5)$$

在(5)式中, $R_h = [r^2 + (z + 2h)^2]^{1/2}$, 其中第 3 项为镜像偶极子所产生的场.

根据边界条件(3)式,可以得到

$$f_1(\lambda) = f_3(\lambda) \quad (6)$$

因而(5)式可以重新写为

$$\begin{aligned} \pi_1 = & \exp(-jk_1R)/R + \int_0^\infty f_1(\lambda)J_0(\lambda r)\exp(\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}z)d\lambda \\ & + \exp(-jk_1R_h)/R_h + \int_0^\infty f_1(\lambda)J_0(\lambda r)\exp[-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}(z + 2h)]d\lambda \end{aligned} \quad (7)$$

再根据 $z = 0$ 的边界条件(2)式有

$$\begin{aligned} k_2^2[\lambda/\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} + f_2(\lambda)] = & k_1^2[\lambda/\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} + f_1(\lambda)] \\ & \times [1 + \exp(-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} \cdot 2h)] \end{aligned} \quad (8)$$

对于边界条件(1)式, 如果将 $\exp(-jk_1R)/R$ 表示成对参变数 λ 的积分的形式后再微分, 当 $z = 0$ 时, 积分将发散, 所以采用微分原表达式方法. 这时

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} [\exp(-jk_1R)/R] \right\}_{z=0} = 0$$

经过简单的运算以后,从边界条件(1)式可以得到以下表达式:

$$\begin{aligned} -f_2(\lambda)\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} = & f_1(\lambda)\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}[1 - \exp(-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} \cdot 2h)] \\ & - \lambda \exp(-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} \cdot 2h) \end{aligned} \quad (9)$$

如果我们将 $[1 + \exp(-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} \cdot 2h)]$ 记作 A , $[1 - \exp(-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} \cdot 2h)]$ 记作 B ,

则有

$$f_1(\lambda) = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \frac{k_2^2 A \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} - k_1^2 A \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}{k_1^2 A \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} + k_2^2 B \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \quad (10)$$

$$f_2(\lambda) = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \frac{k_1^2 A \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} - k_2^2 B \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}{k_1^2 A \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} + k_2^2 B \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \quad (11)$$

至此,我们已求得介质-导体结构中场的积分表达式。从上述结果可以看到,当 $h \rightarrow \infty$ 时,问题化为索末菲处理的半无限空间问题。相应于(10)式和(11)式中的 $A \rightarrow 1, B \rightarrow 1$,解化为索末菲解。

3. 场的渐近解

为了进一步了解导体存在时对电波传播的影响,让我们考虑一下场的渐近表达式。根据(4)式和(11)式,在 $z > 0$ 区域,赫兹矢势可以表示为

$$\begin{aligned} \pi_z &= \exp(-jk_2 R)/R + \int_0^\infty f_2(\lambda) J_0(\lambda r) \exp(-\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} z) d\lambda \\ &= \exp(-jk_2 R)/R + \exp(-jk_2 R)/R - 2P \end{aligned} \quad (12)$$

其中 P 可以表示为

$$P = \int_0^\infty \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \frac{B k_2^2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} \exp(-\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} z)}{k_1^2 A \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} + k_2^2 B \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (13)$$

J. R. Wait 曾经讨论了垂直电偶极子在阻抗平面上的场的渐近表达式。引用 J. R. Wait 关于 P 的渐近表达式有^[4]

$$P \approx j(\pi u)^{1/2} \exp(-w) \operatorname{erfc}(jw^{1/2}) \exp(-jk_2 R)/R \quad (14)$$

其中

$$w \approx u[1 - z/(R\Delta)], \quad u = -(jk_2 R/2) \cdot \Delta^2, \quad \Delta = [Bk_2/(jAk_1^2)] \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}$$

在(14)式中, erfc 是误差函数, Δ 相当于表面阻抗。可以看到,介质层厚度的变化体现在 A 和 B 的变化,也就是表面阻抗函数 Δ 的变化。

由于 Δ 的变化,使得表面波项 P 发生变化。在忽略了波的衰减以后,对 Δ 的具体计算表明, Δ 是 h 变化的一个周期函数,其结果如图 2 所示。

4. 讨论

在上面几节中,我们推导了介质层下面有一导体时垂直电偶极子的场的表达式。此解与索末菲解在形式上有许多相似之处。所不同的是,在解中出现了反映介质层厚度影响的因子 A 和 B 。从物理意义上看,如果介质层无限厚,即 $h \rightarrow \infty$,相应的问题退化为索末菲问题。从解的表达式(10)和(11)式可以看到,这时的 A 和 B 趋于 1。所以解也化为索末菲解。

为了讨论介质层厚度对电波传播的影响,在第 3 节中给出了场的渐近表示式。从渐近表示式可以看出,由于厚度的变化,使得表面阻抗函数发生周期性变化,其结果正如图 2 所示。

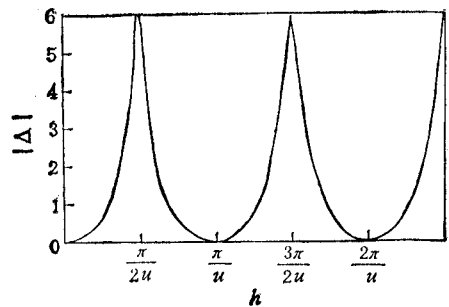


图 2 表面阻抗函数 $|\Delta|$ 随介质层厚度 h 的变化
 $k_2 = 1, k_1 = 2, u = \sqrt{k_1^2 - k_2^2}$

概括起来,本文采用索末菲方法,在假定了区域 I 和 II 中场的形式后,利用边界条件求得了垂直电偶极子场的表达式。研究此问题的意义就在于了解在微带结构形式下格林函数的形式,从而可以使矩量法用于微带天线情况。

参 考 文 献

- [1] E. H. Newman et al., *IEEE Trans. on AP*, AP-29(1981)1, 47-53.
- [2] 张均等著,微带天线理论与工程,国防工业出版社,北京,1983年,第二章第五节。
- [3] J. A. 斯特莱顿著,何国瑜译,电磁理论,北京航空学院出版社,北京,1986年,第644页。
- [4] J. R. Wait, *Wave Propagation Theory*, Pergamon Press Inc. (1981), p. 121.

THE EXPRESSION OF THE FIELD IN THE MICROSTRIP STRUCTURE

Lu Guizhen Zhang Fatong

(Beijing Broadcast Institute, Beijing 100024)

Abstract The propagation of electromagnetic wave in the microstrip structures is studied. By using the Sommerfield integral, the expression of the field in the microstrip structure is deduced. This expression is the same as the Sommerfield formula for the half space in limiting case.

Key words Electromagnetic wave propagation; Microstrip structure; Green's function.