

用均场逼近网络计算关联概率¹

汪小帆 宋文忠

(东南大学自动化所 南京 210096)

摘 要 数据关联问题是密集多回波环境下多目标跟踪中的一个关键问题。在固定温度参数 $T = 1$ 下, 通过构造适当的能量函数, 使 Boltzmann 机演化达平衡状态后, 各神经元状态的平均值即为所要求的关联概率的近似值。在此基础上, 提出了用均场逼近网络快速计算关联概率的新方法。仿真结果验证了本文方法的有效性。

关键词 数据关联, 神经网络, 均场逼近

中图分类号 TN953, TN-052

1 引 言

在状态估计理论中, 人们通过对某个系统的量测数据来估计该系统的状态。但是在多目标跟踪中, 通常无法确知一组量测回波与目标集之间的对应关系, 在此情形下, 为估计各个目标的状态以实现有效跟踪, 必须估计一给定回波来自一给定目标的概率, 称之为关联概率。数据关联问题一直是密集多回波环境下多目标跟踪中的一个关键问题^[1]。虽然由 Bar-Shalom 提出的联合概率数据关联 (JPDA) 方法是求解数据关联问题的一种可靠方法, 但该方法的计算量会随着目标和回波数的增加而出现组合爆炸现象。为此, 人们提出了多种近似计算关联概率的方法。

近几年来, 神经网络在求解数据关联问题上所具有的独特优点受到了人们的关注^[2-5]。D.Sen-gupta 和 R.Iltis^[2] 通过将数据关联问题归结为一类组合优化问题, 首次提出把神经网络用于计算关联概率。敬忠良等^[3] 又对此方法作了改进。但 B.Zhou^[4] 指出文献 [2,3] 中对能量函数的选取并不很恰当。而 R.Iltis 和 P-Y.Ting^[5] 则从不同角度出发, 提出了一种用并行 Boltzmann 机 (BM) 计算关联概率的方法, 但该方法为了求得关联概率的较好近似值, 需采用大量 BM 并行计算, 速度较慢且代价较大, 此外, 文献 [5] 中尚有一些叙述欠妥之处。

本文首先概述了 JPDA 方法, 然后指出通过适当选取能量函数, 可使得在固定温度参数 $T=1$ 下, 使 BM 的状态平稳分布与 JPDA 方法中可行联合事件的概率分布相一致。从而当该 BM 处于平稳状态时, 各神经元状态的平均值即为相应的关联概率的近似值。在此基础上, 为克服 BM 速度慢、代价大的缺陷, 我们提出了用均场逼近 (MFA) 网络快速而有效地计算关联概率的新方法。

2 JPDA 方法

设 L 个机动目标的状态方程和量测方程为

$$\begin{aligned} X^t(k+1) &= \Phi^t X^t(k) + G^t W^t(k), \\ Z^t(k) &= \begin{cases} H X^t(k) + V(k), & \text{量测来自目标 } t; \\ Y(k), & \text{量测来自杂波, } t = 1, 2, \dots, L; \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

¹ 1995-09-05 收到, 1995-10-11 定稿

式中 $X^t(k)$ 为目标 t 的状态向量, $Z^t(k)$ 为量测向量, 状态噪声 $W^t(k)$ 和量测噪声 $V(k)$ 是互不相关的零均值高斯白噪声向量序列, 其协方差阵分别为 $Q(k)$ 和 $R(k)$. Φ^t 、 G^t 和 H 是具有相应维数的矩阵, $Y(k)$ 为在跟踪区域内服从均匀分布的杂波, 目标 t 的初始状态是均值为 $\hat{X}^t(0|0)$, 方差为 $P^t(0|0)$ 的高斯变量.

设时刻 k 量测到的一组回波为 $Z(k) = \{Z_r(k)\}_{r=1}^{m(k)}$. 记 $\beta_r^t(k)$ ($1 \leq r \leq m(k)$) 为回波 $Z_r(k)$ 来自目标 t 的概率, $\beta_0^t(k)$ 为 $Z(k)$ 中无回波来自目标 t 的概率. 当

$$g_r^t(k) = (d_r^t(k))^T S^t(k)^{-1} d_r^t(k) \leq \gamma^2 \quad (2)$$

时, 称回波 $Z_r(k)$ 为目标 t 的候选回波. 其中 $d_r^t(k)$ 为新息向量, $S^t(k)$ 是相应目标 t 的协方差阵, γ 为门限, 由 (2) 式确定的目标 t 的跟踪门体积为 $V^t(k)$.

定义一 $N \times L$ 的可行假设矩阵 $\Lambda(k)$, 使其第 n 行对应于总数为 N 的第 n 个可行联合假设事件 $\varepsilon(n, k)$, 即有

$$[\Lambda(k)]_{nt} = \begin{cases} r, & \text{若在 } \varepsilon(n, k) \text{ 中 } Z_r(k) \text{ 来自目标 } t; \\ 0, & \text{若在 } \varepsilon(n, k) \text{ 中无回波来自目标 } t. \end{cases}$$

用 JPDA 方法计算关联概率的公式为

$$\beta_r^t(k) = \sum_{\{n: [\Lambda(k)]_{nt}=r\}} P\{\varepsilon(n, k) | \bar{Z}(k)\}, \quad \bar{Z}(k) = \{Z(1), \dots, Z(k)\}, \quad (3)$$

$$P\{\varepsilon(n, k) | \bar{Z}(k)\} = (1/C) P\{Z(k) | \varepsilon(n, k), \bar{Z}(k-1)\} = (1/C_1) \prod_{t=1}^L p^t[\Lambda(k)]_{nt}(k), \quad (4)$$

$$p_r^t(k) = \begin{cases} \lambda(1 - P_D), & r = 0; \\ \frac{1}{(2\pi)^{m/2} |S^t(k)|^{1/2}} \exp\{-(1/2)g_r^t(k)\} P_D, & r \neq 0 \text{ 且 } Z_r(k) \in V^t(k); \\ 0, & \text{其它;} \end{cases} \quad (5)$$

其中 C 为归一化常数, $C_1 = C/(m(k) - L)$, λ 为杂波密度, P_D 是检测概率, M 为 $Z_r(k)$ 的维数. 由于可行联合事件总数 N 随着目标和回波数的增加而急剧增大, JPDA 方法的计算量会出现组合爆炸现象.

3 用 Boltzmann 机 (BM) 计算关联概率

为了用 BM 计算关联概率, 我们先将一可行联合事件用如下的一个 $(m(k) + 1)$ 行, L 列的 0-1 矩阵 $V(n, k)$ 表示:

$$[V(n, k)]_{rt} = \begin{cases} 1, & \text{若 } [\Lambda(k)]_{nt} = r, \quad 0 \leq r \leq m(k); \\ 0, & \text{若 } [\Lambda(k)]_{nt} \neq r, \quad 1 \leq t \leq L. \end{cases} \quad (6)$$

这里 $V(n, k)$ 的行编号从第零行开始. 记 $V(k) = \{V(n, k)\}_{n=1}^N$, 任一 $(m(k) + 1) \times L$ 的 0-1 矩阵 $V \in V(k)$ 的充要条件为:

- (1) V 中每列有且仅有一个元素为 1;
 (2) 除第零行外, V 中每行至多有一个元素为 1. 记

$$p_r^t(k) = \begin{cases} -\ln[\lambda(1 - P_D)], & r = 0; \\ -\ln \frac{P_D}{(2\pi)^{m/2} |S^t(k)|^{1/2}} + \frac{1}{2} g_r^t(k), & r \neq 0 \text{ 且 } Z_r(k) \in V^t(k); \\ 0, & \text{其它;} \end{cases} \quad (7)$$

则有

$$\begin{aligned} P\{\varepsilon(n, k) | \bar{Z}(k)\} &= (1/C_1) \exp\left\{-\sum_{t=1}^L \rho_{[\Lambda(k)]_{n,t}}^t(k)\right\} \\ &= (1/C_1) \exp\left\{-\sum_{r=0}^{m(k)} \sum_{t=1}^L \rho_r^t(k) [V(n, k)]_{rt}\right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

BM 是由 Hinton 等人^[6]提出的一种随机神经网络模型. 考虑一由 $(m(k) + 1) \times L$ 个神经元构成的 BM 网络, 其能量函数定义为

$$E(V) = -(1/2) \sum_{r=0}^{m(k)} \sum_{t=1}^L \sum_{r'=0}^{m(k)} \sum_{t'=1}^L W_{rt}^{r't'} V_{rt} V_{r't'} - \sum_{r=0}^{m(k)} \sum_{t=1}^L I_{rt} V_{rt}, \quad (9)$$

式中 V_{rt} , $V_{r't'}$ 分别为第 r 行第 t 列, 第 r' 行第 t' 列的神经元的状态, 且 $V_{rt}, V_{r't'} \in \{1, 0\}$. $W_{rt}^{r't'}$ 为两神经元之间的连接权, I_{rt} 为阈值.

在 BM 网络演化过程中, 每次只改变一个神经元的状态, 设为 V_{rt} . 记 ΔE_{rt} 为 V_{rt} 分别取 0 和 1 时系统的能量值之差, 则有

$$P\{V_{rt} = 1\} = 1/[1 + \exp(-\Delta E_{rt}/T)], \quad (10)$$

式中 T 为温度参数. 在固定温度下, 网络状态的平稳分布为 Gibbs 分布:

$$P_T(V) = (1/C_2) \exp\{-E(V)/T\}, \quad (11)$$

其中 C_2 为归一化常数. 若固定 $T=1$, 则 BM 网络状态的平稳分布为

$$P(V) \triangleq P_1(V) = (1/C_2) \exp\{-E(V)\}. \quad (12)$$

构造数据关联问题的能量函数为

$$\begin{aligned} E(V) &= \sum_{r=0}^{m(k)} \sum_{t=1}^L \rho_r^t(k) V_{rt} + (A/2) \sum_{r=1}^{m(k)} \sum_{t=1}^L \sum_{\substack{t'=1 \\ t' \neq t}}^L V_{rt} V_{r't'} \\ &\quad + (B/2) \sum_{t=1}^L \left(\sum_{r=0}^{m(k)} V_{rt} - 1\right)^2, \end{aligned} \quad (13)$$

其中 A, B 为较大的正数. 把上式写成 (9) 式的形式, 即可得相应网络的连接权和阈值为

$$W_{rt}^{r't'} = -A\delta_{rr'}(1 - \delta_{tt'})(1 - \delta_{r0}) - B(1 - \delta_{tt'}), \quad (14)$$

$$I_{rt} = -\rho_r^t(k) + B, \quad (15)$$

式中 $\delta_{r,0}, \delta_{r,r'}, \delta_{t,t'}$ 为 Kronecker δ 函数. 可见, 在求解数据关联问题的 BM 网络中, 每一个神经元仅与同行和同列的神经元相连, 网络结构简单, 便于硬件实现.

易知, 当且仅当 $V \in V(k)$ 时, (13) 式中的后两项同时为零. 而当 $V \notin V(k)$ 时, (13) 式的后两项中至少有一项的值较大, 从而 $E(V)$ 也取较大值. 于是在固定温度参数 $T=1$ 下, 当该 BM 网络处于平稳时, 有

$$P(V) = (1/C_2) \exp\{-E(V)\} \approx 0, \quad V \in V(k), \quad (16)$$

$$\begin{aligned} P\{V(n, k)\} &= \frac{1}{C_1 + \sum_{V \in V(k)} \exp\{-E(V)\}} \exp\left\{-\sum_{r=0}^{m(k)} \sum_{t=1}^L \rho_r^t(k)[V(n, k)]_{rt}\right\} \\ &\approx \frac{1}{C_1} \exp\left\{-\sum_{r=0}^{m(k)} \sum_{t=1}^L \rho_r^t(k)[V(n, k)]_{rt}\right\} \\ &= P\{\varepsilon(n, k) | \bar{Z}(k)\}. \end{aligned} \quad (17)$$

上式表明, 上述 BM 网络状态的平稳分布与 JPDA 方法中可行联合事件的概率分布相一致. 从而

$$\begin{aligned} P\{V_{rt} = 1\} &\approx \sum_{\{n: [V(n, k)]_{rt}=1\}} P\{V(n, k)\} \\ &= \sum_{\{n: [\Lambda(k)]_{n,t}=r\}} P\{\varepsilon(n, k) | \bar{Z}(k)\} = \beta_r^t(k). \end{aligned} \quad (18)$$

即在固定温度参数 $T=1$ 下, 当上述 BM 网络处于平稳时, 通过统计各神经元状态为 1 的概率, 即可得到 JPDA 方法中各关联概率的近似值. 但上述方法有两个基本缺陷: 首先, BM 网络达到平稳状态所需的时间较长; 其次, 为得到各关联概率的近似值, 还须作较长时间的采样和统计. 克服后一缺陷的一个办法是, 用多个相同结构的 BM 网络同时工作, 并以处于平稳状态时各网络中相应神经元状态为 1 的相对频率作为关联概率的近似值. 但网络数目难以选择, 若网络数目太少, 则结果可能较差; 若网络数目较多, 则无疑代价较大.

4 用均场逼近网络计算关联概率

在 BM 网络中, 一神经元状态为 1 的概率即为该神经元状态的平均值. 在固定温度下, 当网络处于平稳状态时, 能量函数平均值和各神经元状态平均值都保持稳定. 而均场逼近模型即为一种使平均能量函数趋于稳定的确定性神经网络模型^[6]. 上述 BM 网络的平均能量函数为

$$\langle E(V) \rangle = -\frac{1}{2} \sum_{r=0}^{m(k)} \sum_{t=1}^L \sum_{r'=0}^{m(k)} \sum_{t'=1}^L W_{rt}^{r't'} \langle V_{rt} \rangle \langle V_{r't'} \rangle - \sum_{r=0}^{m(k)} \sum_{t=1}^L I_{rt} \langle V_{rt} \rangle, \quad (19)$$

神经元状态平均值为

$$\langle V_{rt} \rangle = \langle 1/[1 + \exp(-\Delta E_{rt})] \rangle \approx 1/[1 + \exp(-\langle \Delta E_{rt} \rangle)], \quad (20)$$

其中平均能量差 $\langle \Delta E_{rt} \rangle$ 为

$$\langle \Delta E_{rt} \rangle = \langle E(V) \rangle |_{V_{rt}=0} - \langle E(V) \rangle |_{V_{rt}=1} = \sum_{r'=0}^{m(k)} \sum_{t'=1}^L W_{rt}^{r't'} \langle V_{r't'} \rangle + I_{rt}. \quad (21)$$

现构造一由 $(m(k) + 1) \times L$ 个神经元组成的均场逼近 (MFA) 网络, 使其各神经元的输出值对应于上述 BM 网络中各神经元状态的平均值. 该 MFA 网络中的连接权和阈值仍由 (14) 和 (15) 式确定, 网络运行过程如下:

- (1) 设置各神经元的初始输出值 $\langle V_{rt} \rangle (0)$, 通常均取为的 0.5. 置 $l=0$.
- (2) 随机选取一神经元, 作如下计算:

$$\langle u_{rt} \rangle (l+1) = \sum_{r'=0}^{m(k)} \sum_{t'=1}^L W_{rt}^{r't'} \langle V_{r't'} \rangle (l) + I_{rt} \quad (22)$$

$$\langle V_{rt} \rangle (l+1) = 1/[1 + \exp(-\langle u_{rt} \rangle (l+1))]. \quad (23)$$

$$(3) \langle V_{r't'} \rangle (l+1) = \langle V_{r't'} \rangle (l), r' \neq r \text{ 且 } / \text{ 或 } t' \neq t. \quad (24)$$

(4) $l := l + 1$, 重复上述步骤, 直至收敛. 并以此时 MFA 网络中各神经元的输出值作为相应的关联概率的近似值. 在上述 MFA 网络的演化过程中, 每一时刻只调整一个神经元的输出值, 为加快收敛速度, 可采用如下的并行 MFA(PMFA) 模型^[9]:

$$\langle u_{rt} \rangle (l+1) = \langle u_{rt} \rangle (l) + \tau (\sum_{r'=0}^{m(k)} \sum_{t'=1}^L W_{rt}^{r't'} \langle V_{r't'} \rangle (l) + I_{rt} - \langle u_{rt} \rangle (l)), \quad (25)$$

$$\langle V_{rt} \rangle (l+1) = 1/[1 + \exp(-\langle u_{rt} \rangle (l+1))], \quad r = 0, 1, \dots, m(k); \quad t = 1, 2, \dots, L. \quad (26)$$

5 仿真结果

我们首先分别用 JPDA, MFA($A=5, B=10$), PMFA($A=5, B=10, \tau=0.85$) 三种方法计算某时刻 5 个目标的位置预测值与测量值之间的关联概率, 计算结果见表 1.

(表中无括号, 加圆括号和加方括号的数据分别为用 JPDA, MFA 和 PMFA 方法计算的关联概率值) 用 σ_{MFA} 和 σ_{PMFA} 分别表示 MFA 和 PMFA 方法与 JPDA 方法的关联概率之间的均方误差, 其收敛过程如图 1 所示.

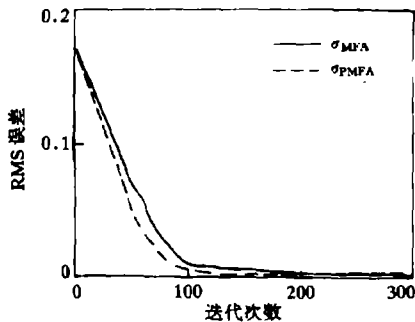


图 1 σ_{MFA} 和 σ_{PMFA} 的收敛过程

表 1 用 JPDA, MFA 和 PMFA 方法计算的关联概率

目标	测量				
	1	2	3	4	5
1	0.16 (0.11) [0.06]	0.81 (0.86) [0.90]	0.03 (0.03) [0.04]	0 (0) [0]	0 (0) [0]
2	0.01 (0) [0]	0.02 (0.03) [0.07]	0.95 (0.90) [0.89]	0.02 (0.07) [0.04]	0 (0) [0]
3	0 (0) [0]	0 (0) [0]	0 (0.01) [0]	0.03 (0.08) [0.06]	0.97 (0.91) [0.94]
4	0.83 (0.89) [0.94]	0.17 (0.11) [0.03]	0 (0) [0.03]	0 (0) [0]	0 (0) [0]
5	0 (0) [0]	0 (0) [0]	0.02 (0.06) [0.04]	0.95 (0.85) [0.90]	0.03 (0.09) [0.06]

为检验算法的跟踪性能, 我们考虑含有 4 个机动目标的一个例子^[2], 分别基于 JPDA, MFA 和 PMFA 三种方法对 4 个目标进行跟踪, 所得结果分别如图 2—图 4 所示.

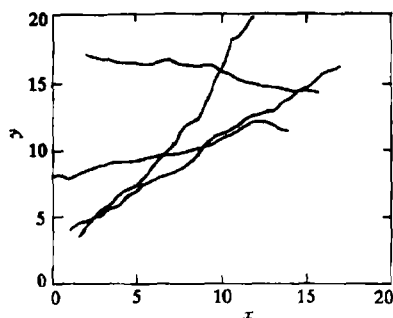


图 2 基于 JPDA 方法的跟踪效果

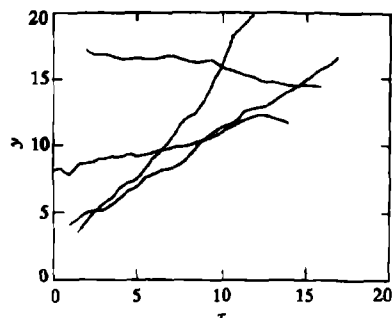


图 3 基于 MFA 方法的跟踪效果

由图 4 可见, 采用 PMFA 方法可能会产生误跟现象. 比较图 2 和图 3 可知, MFA 方法和 JPDA 方法具有类似的跟踪效果, 但 MFA 方法克服了 JPDA 方法在计算量上存在组合爆炸的缺陷, 随着神经网络技术的发展, MFA 方法用于密集多回波环境下机动目标的实时跟踪是有前途的.

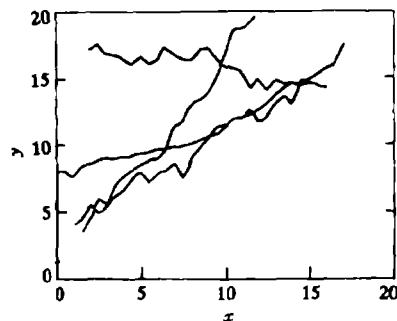


图 4 基于 PMFA 方法的跟踪效果

参 考 文 献

- [1] 周宏仁, 敬忠良, 王培德. 机动目标跟踪. 北京: 国防工业出版社, 1991, 第十三章.
- [2] Sengupta D, Iltis R. Neural solution to the multitarget tracking data association problem. IEEE Trans. on AES, 1989, AES-25(1): 96-108.
- [3] 敬忠良等. 基于随机神经网络的数据关联组合优化研究. 控制理论与应用, 1994, 13(1): 257-263.
- [4] Zhou B, Bose N K. A comprehensive analysis of "Neural solution to the multitarget tracking data association problem". IEEE Trans. on AES, 1993, AES-29(1): 260-263.
- [5] Iltis R, Ting P-Y. Computing association probabilities using parallel Boltzmann machines. IEEE Trans. on NN, 1993, NN-4(2): 221-233.
- [6] Hinton, G. *et al.* Boltzmann machines: Constraint satisfaction networks that learn. 1984, CMU-SC-84-119.
- [7] Ackley D, *et al.* A learning algorithm for Boltzmann machines. Cognitive Sci., 1985, 9(1): 147-169.
- [8] Kong S Y. Digital Neural Network. New York: Prentice Hall, 1993, Ch.9.
- [9] 焦李成. 神经网络计算. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1993, 107-110.

COMPUTING ASSOCIATION PROBABILITIES USING MEAN-FIELD APPROXIMATION NETWORKS

Wang Xiaofan Song Wenzhong

(Institute of Automation, Southeast University, Nanjing 210096)

Abstract The data association problem is one of the key problems of multitarget tracking in dense multiple return environments. By constructing a suitable energy function, the average values of a Boltzmann machine ($T = 1$) are approximately equal to the association probabilities. Then, a new method for computing association probabilities using mean-field approximation network is presented. The simulations show that this method is effective.

Key words Data association, Neural network, Mean-field approximation

汪小帆：男，1967年生，博士生，研究领域：生产过程综合自动化，神经网络理论及其在控制中的应用。
宋文忠：男，1936年生，教授，博士生导师，主要研究领域：企业集成技术、先进控制在工业中的应用。