

双各向异性有耗平板状波导中高阶混合模的传输特性¹

尹文言 汪文秉*

(西北工业大学电子工程系 西安 710072)

*(西安交通大学信控系 西安 710049)

摘 要 本文首先建立了平板状有耗双各向异性波导的模型, 并将其传输模的横向场分量用纵向场分量来表示。用数值方法分析了高阶混合模的模分裂和场分布特性, 并且考察了介质的各向异性和损耗程度对混合模的影响。

关键词 双各向异性介质, 有耗双各向异性波导, 高阶混合模, 色散特性, 场分布

中图分类号 TN814.5

1 引 言

随着材料科学的飞速发展, 各种电磁功能材料不断诞生, 而这些复合介质的电磁特性及其在微波、毫米波领域中的应用是尚待研究的难题。最近几年, 手征类复合材料同电磁波之间的相互作用问题倍受人们的广泛关注。例如, 手征波导、手征透镜、手征微带天线和手征吸波材料等^[1-4]。然而至今人们对手征类复合材料的研究大多局限于无耗、互易双各向同性情形。事实上, 许多人工复合材料都存在着不同程度的损耗或各向异性等。最近 F. Mariotte 和 N. Engheta 已率先研究了互易手征平板波导中的损耗效应^[5]。

本文作者将 F. Mariotte 和 N. Engheta 的研究模型推广到更广泛的一般双各向异性结构, 特别考察了各向异性和损耗对混合模的色散和场分布特性的影响。

2 模型和场分布

图 1 是双各向异性有耗平板介质波导的典型模型。其内填充的双各向异性线性介质的本构特性可以表示成:

$$\mathbf{D} = [\boldsymbol{\varepsilon}]\mathbf{E} + \boldsymbol{\xi}_e\mathbf{H}, \quad (1a)$$

$$\mathbf{B} = \boldsymbol{\mu}\mathbf{H} + \boldsymbol{\xi}_m\mathbf{E}, \quad (1b)$$

式中介电常数张量为

$$[\boldsymbol{\varepsilon}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & -ig & 0 \\ ig & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中 $\varepsilon_1 = \varepsilon_1' + i\varepsilon_1''$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2' + i\varepsilon_2''$ 。而 (1) 式中 $\boldsymbol{\xi}_e$ 和 $\boldsymbol{\xi}_m$ 是电、磁交叉耦合参量, 它们可以是复数或实数。特别地, 当 $[\boldsymbol{\varepsilon}]$ 退化成一般标量时, 上述情形就变成非互易双各向同性介质

¹ 1994-03-09 收到, 1994-07-07 定稿
国家自然科学基金资助项目

波导情形^[6-8]。因此(1)和(2)式具有较广泛的适用性,它包含了诸如手征等离子体和普通的旋电单轴材料。

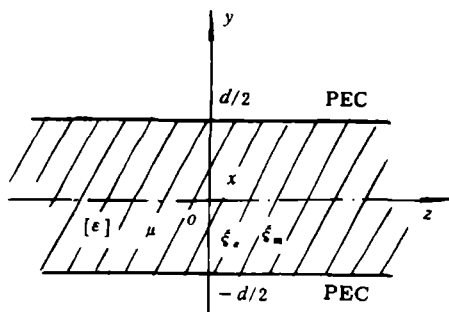


图 1 双各向异性有耗平板介质波导

应用 Maxwell 方程和(1), (2)式,可知双各向异性介质波导中的横向场分量满足

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ H_x \\ H_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -i\omega\xi_m & 0 & -i\omega\mu \\ i\omega\xi_m & \gamma & i\omega\mu & 0 \\ -\omega g & i\omega\epsilon_1 & \gamma & i\omega\xi_e \\ -i\omega\epsilon_1 & -\omega g & -i\omega\xi_e & \gamma \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \partial E_z/\partial x \\ \partial E_z/\partial y \\ \partial H_z/\partial x \\ \partial H_z/\partial y \end{bmatrix}. \quad (3)$$

这里已假定混合模沿着 z 方向传播 ($e^{\gamma z - i\omega t}$); γ 是纵向传播因子, $\gamma = i\beta - \alpha$, β 和 α 分别是传播和衰减常数。

对于图 1 的二维结构, $\partial/\partial x = 0$, 那么

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ H_x \\ H_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & -A_{42} & A_{41} \\ -A_{21} & A_{11} & A_{41} & A_{42} \\ A_{24} & A_{23} & -A_{44} & A_{43} \\ -A_{23} & A_{24} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \partial E_z/\partial y \\ 0 \\ \partial H_z/\partial y \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中 $A_{11} = [-\gamma(\gamma^2 + a_5^2) + a_2(\gamma a_4 + a_3 a_5)]/D$, $A_{21} = [-a_1(\gamma^2 + a_5^2) + a_2(a_4 a_5 - \gamma a_3)]/D$, $A_{23} = [\gamma(a_4 \gamma + a_3 a_5) - a_1(a_3 \gamma - a_4 a_5) - a_2(a_3^2 + a_4^2)]/D$, $A_{24} = [\gamma(a_4 a_5 - \gamma a_3) - a_1(a_3 a_5 + \gamma a_4)]/D$, $A_{41} = [-a_1 a_2 a_5 + a_2(-\gamma^2 + a_2 a_4)]/D$, $A_{42} = [-\gamma a_2 a_5 + a_2(a_1 \gamma + a_2 a_3)]/D$, $A_{43} = [\gamma^2 a_5 + a_1^2 a_5 - a_2(a_1 a_4 + \gamma a_3)]/D$, $A_{44} = [\gamma^3 + \gamma a_2 a_4 - \gamma a_1^2 - a_1 a_2 a_3]/D$, 而 $a_1 = i\omega\xi_m$, $a_2 = i\omega\mu$, $a_3 = \omega g$, $a_4 = i\omega\epsilon_1$, $a_5 = i\omega\xi_e$,

$$D = \gamma[-\gamma(a_5^2 + \gamma^2) + a_2(\gamma a_4 + a_3 a_5)] + a_1[a_1(\gamma^2 + a_5^2) + a_2^2(a_3 \gamma - a_4 a_5)] + a_2[(\gamma a_3 - a_4 a_5)a_1 - \gamma(a_3 a_5 + a_4 \gamma) + a_2(a_3^2 + a_4^2)].$$

纵向场分量 E_z 和 H_z 满足

$$E_z = P_+ U_+ + P_- U_-, \quad (5a)$$

$$H_z = q_+ U_+ + q_- U_-, \quad (5b)$$

$$\nabla_t^2 U_{\pm} + S_{\pm} U_{\pm} = 0, \quad (5c)$$

其中 $P_{\pm} = S_{\pm} = \frac{-(C_1+C_4) \pm \sqrt{(C_1-C_4)^2 - 4C_2C_3}}{2}$, $q_{\pm} = i \frac{S_{\pm}(S_{\pm}+C_1)}{C_2}$, $C_1 = \frac{-i\omega(A_{43}\xi_m + A_{41}\xi_2)}{\Delta}$,
 $C_2 = \frac{-\omega(\mu A_{43} + \xi_e A_{41})}{\Delta}$, $C_3 = \frac{\omega(\varepsilon_2 A_{21} + \xi_m A_{23})}{\Delta}$, $C_4 = \frac{\omega(\xi_e A_{21} + \mu A_{23})}{\Delta}$, $\Delta = A_{21}A_{43} - A_{41}A_{23}$ 。

由 (5) 和 (4) 式可得波导内的纵向和横向场分量为

$$\left. \begin{aligned} E_z &= S_+[D_1 \sin(\sqrt{S_+}y) + D_2 \cos(\sqrt{S_+}y)] + S_-[D_3 \sin(\sqrt{S_-}y) + D_4 \cos(\sqrt{S_-}y)], \\ E_x &= M_+[D_1 \cos(\sqrt{S_+}y) - D_2 \sin(\sqrt{S_+}y)] + M_-[D_3 \cos(\sqrt{S_-}y) - D_4 \sin(\sqrt{S_-}y)], \\ E_y &= P_+[D_1 \cos(\sqrt{S_+}y) - D_2 \sin(\sqrt{S_+}y)] + P_-[D_3 \cos(\sqrt{S_-}y) - D_4 \sin(\sqrt{S_-}y)]; \\ H_z &= q_+[D_1 \sin(\sqrt{S_+}y) + D_2 \cos(\sqrt{S_+}y)] + q_-[D_3 \sin(\sqrt{S_-}y) + D_4 \cos(\sqrt{S_-}y)], \\ H_x &= X_+[D_1 \cos(\sqrt{S_+}y) - D_2 \sin(\sqrt{S_+}y)] + X_-[D_3 \cos(\sqrt{S_-}y) - D_4 \sin(\sqrt{S_-}y)], \\ H_y &= Y_+[D_1 \cos(\sqrt{S_+}y) - D_2 \sin(\sqrt{S_+}y)] + Y_-[D_3 \cos(\sqrt{S_-}y) - D_4 \sin(\sqrt{S_-}y)]. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中

$$\begin{aligned} M_{\pm} &= S_{\pm}^{1/2}(A_{21}S_{\pm} + A_{41}q_{\pm}), & P_{\pm} &= S_{\pm}^{1/2}(A_{22}S_{\pm} + A_{42}q_{\pm}), \\ X_{\pm} &= S_{\pm}^{1/2}(A_{23}S_{\pm} + A_{43}q_{\pm}), & Y_{\pm} &= S_{\pm}^{1/2}(A_{24}S_{\pm} + A_{44}q_{\pm}), \end{aligned}$$

而 $D_1 \sim D_4$ 是由 $y = \pm d/2$ 处边界条件确定的待定系数。

注意到在 (6) 式中, 当 $D_2 = D_4 = 0$, 而 D_1, D_3 不等于零时, E_z 和 H_z 是坐标 y 的奇函数, 而 E_x, E_y, H_x 和 H_y 则是 y 的偶函数。仿照文献 [1,5] 中的定义, 我们称此时的混合模为偶模分量 (e-mode), 相应的色散方程为

$$S_+M_- \sin\left(\frac{\sqrt{S_+}d}{2}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{S_-}d}{2}\right) - M_+S_- \sin\left(\frac{\sqrt{S_-}d}{2}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{S_+}d}{2}\right) = 0. \quad (7)$$

反之, 若 $D_1 = D_3 = 0$, 而 $D_2, D_4 \neq 0$ 时, E_z 和 H_z 则是坐标 y 的偶函数, 而 E_x, E_y, H_x 和 H_y 是 y 的奇函数, 此时场分布称为奇模分量 (o-mode), 色散方程为

$$S_+M_- \sin(\sqrt{S_-}d/2) \cos(\sqrt{S_+}d/2) - S_-M_+ \sin(\sqrt{S_+}d/2) \cos(\sqrt{S_-}d/2) = 0. \quad (8)$$

与一般波导不同, 由于上述波导中传输模为混合模, Müller 应用 Engheta 等人 [5] 采用的奇、偶模定义较为直观、方便。

3 数值结果和验证

(7) 和 (8) 式是典型的超越方程, 可用 Müller 求根法得到不同模式的色散曲线, 如图 2(a), 2(b) 和 2(c) 所示。双各向异性介质的电、磁耦合参数为 $\xi_e = \xi_m^* = (\chi + i\kappa)\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$, 其中 χ 和 κ 分别为非互易和手征参数。图 2 中实线是偶模情形, 而虚线是奇模色散曲线。

下面图中对应的非互易和手征参数均与现有文献中给出的值相同。与 Engheta 等人所得的结果相比较发现 [5], 由于各向异性的引入, 偶模和奇模分量已经完全分裂, 对应不同

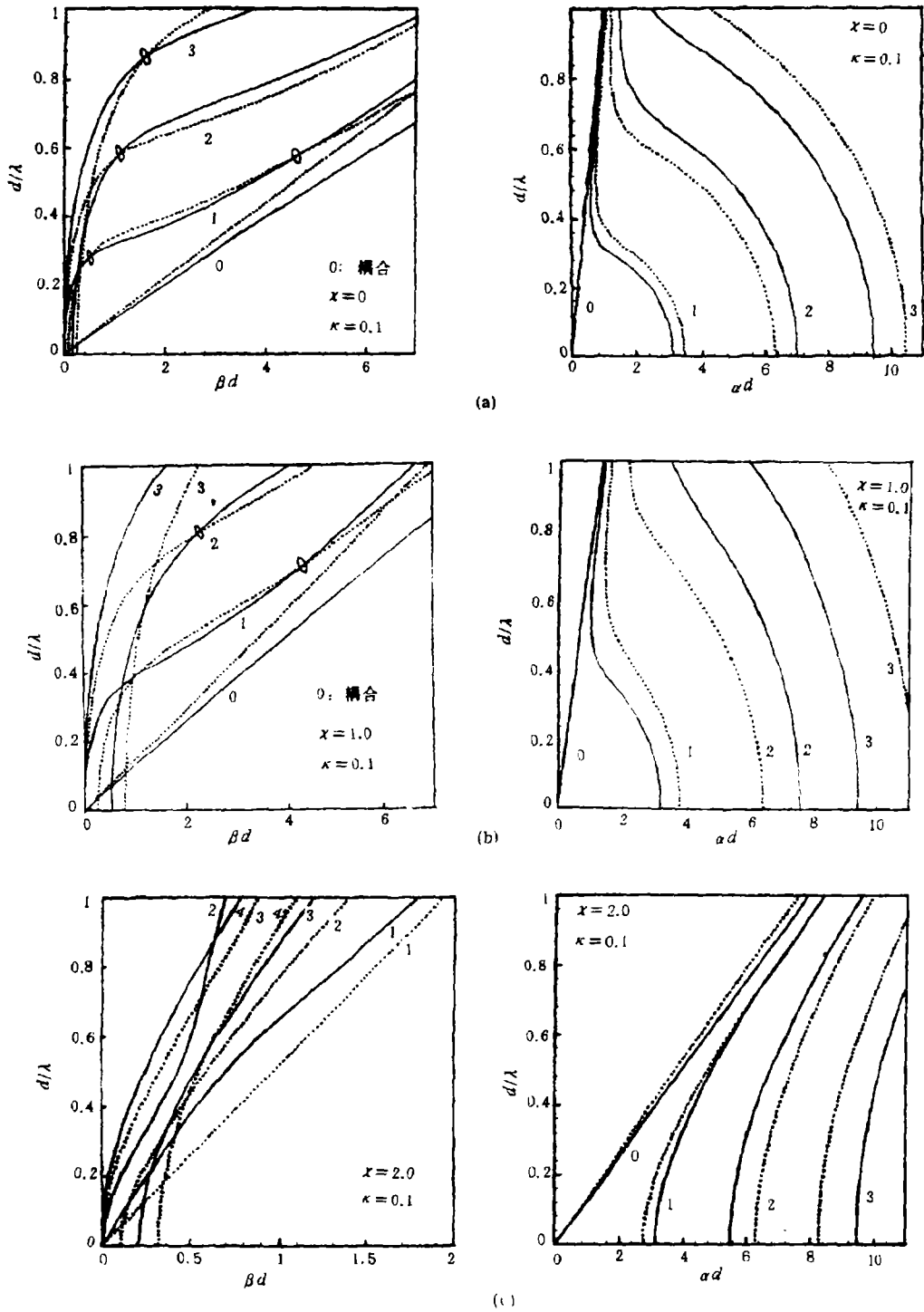


图 2 双各向异性有耗平板波导中混合模的色散曲线
 $\epsilon_1 = (2.5 + i0.5)\epsilon_0, \epsilon_2 = (2.0 + i0.5)\epsilon_0, g_0 = 0.1\epsilon_0, \mu = \mu_0$

的传播常数，并且衰减程度明显不同。一般地，模式阶数越高，衰减系数越大。将图 2(a) 与 2(b) 和 2(c) 比较发现，非互易参数 χ 的影响很显著。另外，由图 2(a) 和 2(b) 中可见，奇模和偶模之间的能量可以相互耦合交换，这在一般的各向异性旋磁介质波导和双轴旋电磁手征波导中已经分别得到实验和理论上的证实^[9]。

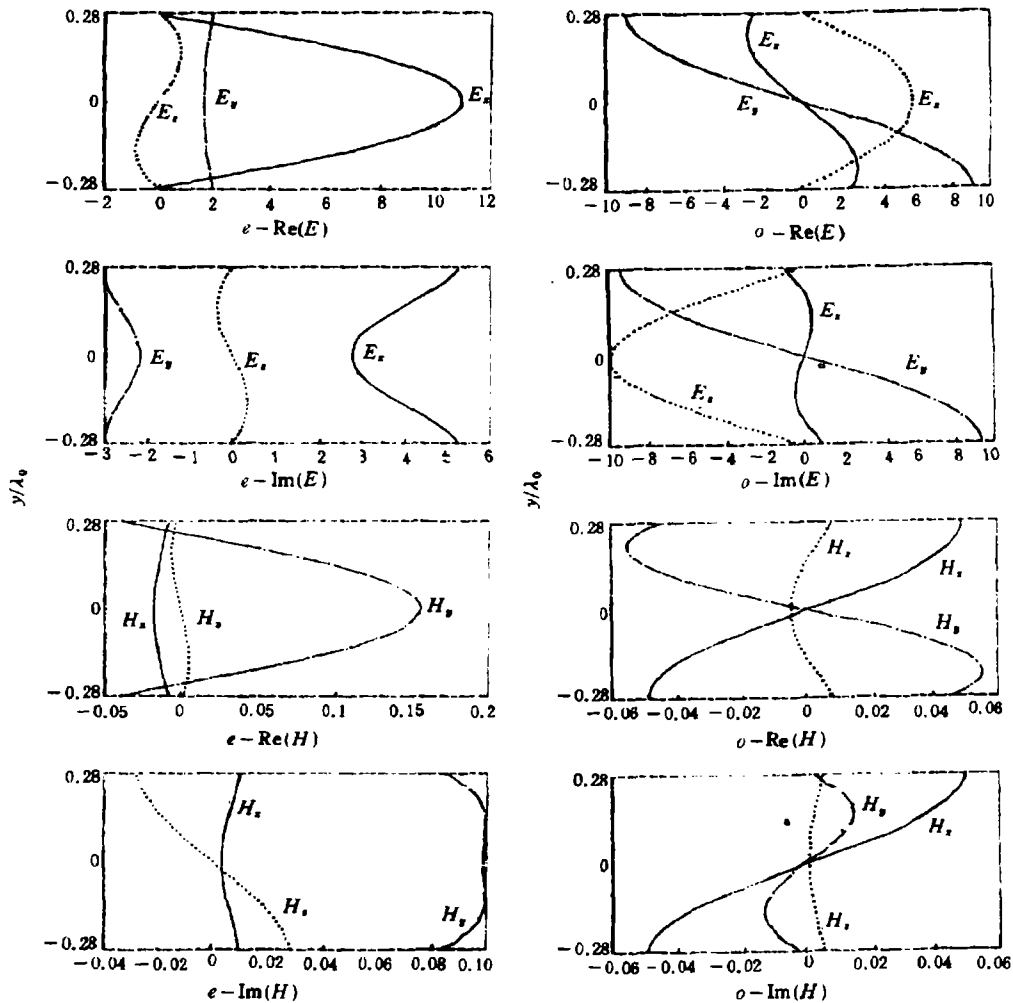
为了检验上述数值结果的正确性，我们考虑一种退化情形。在 (1), (2) 式中，令 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon, g = 0, \xi_e = \xi_m^* = i\kappa\sqrt{\mu_0\epsilon_0}, (\chi = 0)^{[3,6]}$ ，我们有

$$D = \epsilon E + i\kappa_0 H, \tag{9}$$

$$B = \mu H - i\kappa_0 E, \tag{10}$$

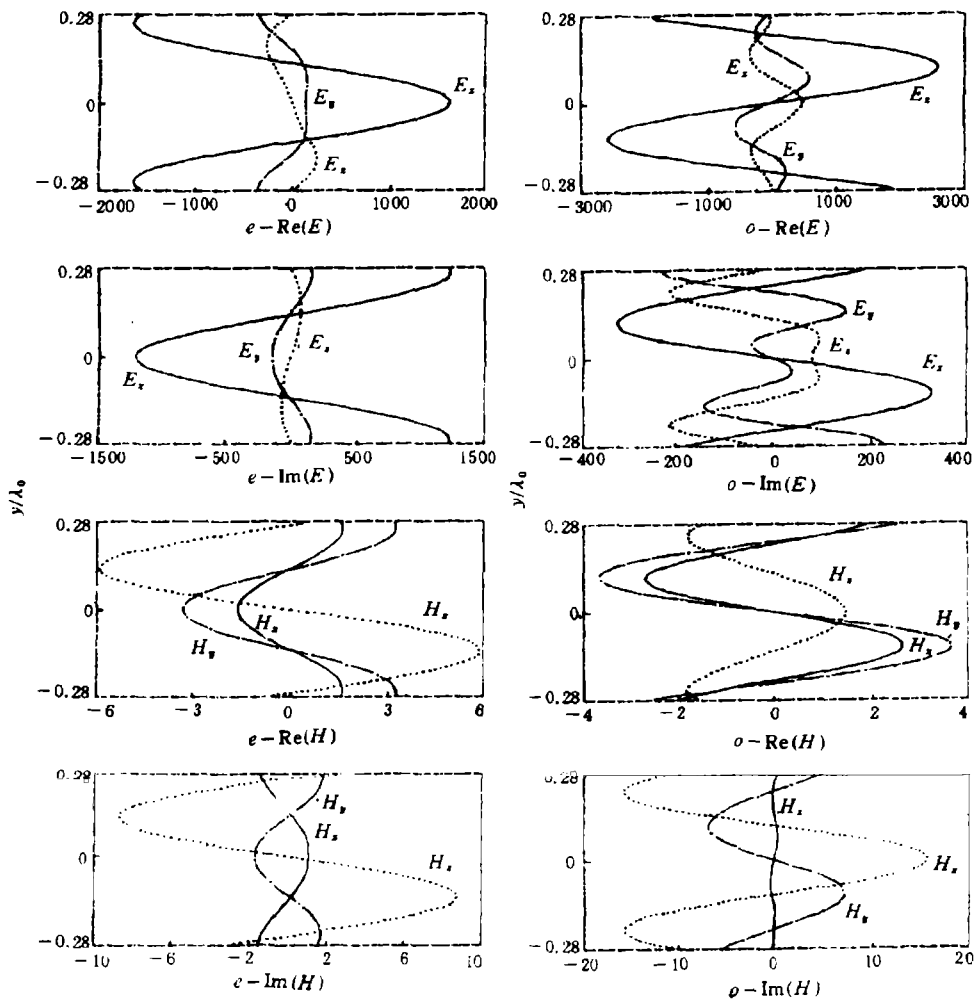
式中 $\kappa_0 = \kappa\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ 。将 (9), (10) 式与文献 [5] 中的互易手征介质本构方程比较发现，只要在 (9), (10) 式中作下列代换：

$$\epsilon \rightarrow \epsilon_c + \xi_c \mu_c^2, \quad \kappa_0 \rightarrow \mu_c \xi_c, \quad \mu \rightarrow \mu_c, \tag{11}$$



(a) 2阶情况

图 3 高阶混合模的场分布曲线



(b) 4阶情况

图3 高阶混合模的场分布曲线

$$\epsilon_1 = (2.5 + i0.5)\epsilon_0, \epsilon_2 = (2.0 + i0.5)\epsilon_0, g = 0.1\epsilon,$$

$$\mu = \mu_0, \chi = 0.3, \kappa = 0.1, d/\lambda_0 = 0.5644. \text{Re}(\cdot) : \text{实部}, \text{Im}(\cdot) : \text{虚部}.$$

(9) 和 (10) 式就转变成文献 [5] 中的情形。应用编写的程序我们还计算比较了对应 $\{\epsilon, \mu, \kappa_0\}$ 和 $\{\epsilon_c, \mu_c, \xi_c\}$ 时的模色散特性曲线，考虑条件 (11) 式时两者完全吻合。

图 3 给出了二阶和四阶混合模的场分布曲线。图中纵轴坐标均为 y/λ_0 。在图 3 中， $e\text{-Re}(\cdot)$ 代表偶模场分量的实部， $e\text{-Im}(\cdot)$ 是偶模场分量的虚部； $o\text{-Re}(\cdot)$ 代表奇模场分量的实部， $o\text{-Im}(\cdot)$ 则是奇模场分量的虚部。比较图 3(a) 和 3(b) 发现，不同阶混合模的振荡特性明显不同。另外，将图 3(a)，3(b) 与文献 [5] 中的图 5 相比较发现，奇、偶模场分量关于波导中心轴的对称性和反对称性完全相同。

4 结 论

本文分析了平板状双各向异性介质波导中高阶混合模的传输特性,而在这种双各向异性波导中,由于多个电磁参数的引入,高阶奇模和偶模已完全分裂;对于特定的几何和电磁参数,高阶奇模和偶模之间可以相互耦合,彼此能量相互转换。与各向异性性和互易手征材料一样,双各向异性介质在新型微波、毫米波器件的制作等领域有广阔的应用前景。

参 考 文 献

- [1] Pelet P, Engheta N. IEEE Trans. on AP., 1990, AP-38(1): 90-98.
- [2] Svedin J A M. IEEE Trans. on MTT, 1990, MTT-38(10): 1488-1496.
- [3] Oksanen M I, *et al.* IEE Proc-H., 1991, 138(4): 327-334.
- [4] Cory H, *et al.* IEE Proc-H., 1991, 138(1): 51-54.
- [5] Mariotte F, Engheta N. JEMWA, 1993, 7(10): 1307-1321.
- [6] Lindell I V. IEEE Trans. on MTT, 1992, MTT-40(2): 402-405.
- [7] Lindell I V, *et al.* JEMWA, 1993, 7(1): 147-173.
- [8] Sihvola A H. Micro. Opt. Tech. Lett., 1991, 4(8): 295-297.
- [9] Yin Wenyan, *et al.* J. Modern Optics, 1994, 41(1): 59-65.

THE TRANSMISSION CHARACTERISTICS OF HIGH-ORDER HYBRID MODES IN A WAVEGUIDE OF BIANISOTROPIC LOSSY SLAB

Yin Wenyan

(Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

Wang Wenbing

(Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

Abstract The transmission characteristics of high-order hybrid modes in a bianisotropic lossy slab bounded by perfectly conducting planes are investigated, and in such complex waveguides, the transverse field components are also expressed in terms of the longitudinal field components of hybrid modes. Numerical results are presented to demonstrate the effects of anisotropy, lossiness and different constitutive parameters on the dispersion and field-distribution behaviours, and it is suggested that bianisotropic materials have potential applications for the microwave and millimeter wave regimes.

Key words Bianisotropic medium, Bianisotropic lossy waveguide, High-order hybrid mode, Dispersion characteristics, Field distribution

尹文言: 男, 1961年生, 副教授, 从事专业为电磁场和微波技术。

汪文秉: 男, 1928年生, 教授, 博士生导师, 从事专业为瞬态电磁场、电磁辐射、天线等。