第8卷 第1期 电子科学学刊 Vol. 8, No. 1
1986年1月 JOURNAL OF ELECTRONICS Jan., 1986

用矩量法求电磁场并矢格林函数的普遍形式*

宋 文 淼
(中国科学院电子学研究所)

提 要

本文用矩量法导出了在规则边界下电磁场边值问题的一般公式，并由此导出并矢格林函数的普遍形式．应用这一方法，使规则边界下的电磁场边值问题的求解得到普遍解决．这一方法还可以用于其他更复杂的边界问题，例如用于耦合系统，来求解各种耦合系统的本征问题和传输问题．

一、引 言

并矢格林函数从五十年代就开始应用于电磁场理论[1]，而近十几年来则广泛地应用于电磁场理论的各个领域[2-5]．但所有这些应用工作都是从经典数学方法出发，即都是基于由 δ 函数表示的单位点源所激励的场这样一个概念．这种方法用于处理标量场问题还比较容易，用于处理矢量场的问题，就比较困难．因而大量应用工作都是根据某些对称性条件，把并矢问题简化为标量问题来解决．Tai[6] 把 Ohm-Rayleigh 的方法用于并矢问题，解决了直角、圆柱和球坐标系中各种边界条件的并矢格林函数．我们现在将利用现代分析的基本方法，即函数空间理论和算子方程，特别是与它们相联系的矩量法来处理矢量波方程的边值问题，并由此导出对各种坐标系和边界条件普遍适用的并矢格林函数的形式．对算子理论来说，边界问题的解就是求逆算子的问题．文献[7]已经指出：对线性微分算子来说，应用矩量法并取本征函数系作为展开函数和试函数就可以得到逆算子的解析形式．文献[8]进一步把这一方法推广到三维标量场算子的反演，得到了对于标量波方程的格林函数的普遍形式．现在的问题是如何把标量场问题扩展为矢量场问题．

二、旋量场的本征展开问题

电磁场边值问题的一般形式如下：

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})-k^2\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})=i\omega\mu_0\boldsymbol{J}(\boldsymbol{R}),\ \text{在域}\ v\ \text{上；}\tag{1}$$

$$\hat{\boldsymbol{n}}\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})=0,\qquad \text{在边界}\ s\ \text{上}\tag{2}$$

* 1984年5月9日收到，1984年8月13日修改定稿．

$$\lim_{x_3\to\infty} x_3^{(l-1)/2}[(\nabla\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R}))_t - ih\hat{x}_3\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})]=0,\ 在\ s_\infty\ 上. \tag{3}$$

这里，只考虑电场，因为电场问题解决了，磁场问题就很容易解决. s 为完纯导体边界，s_∞ 为无限大边界，$\hat{x}_3$ 为无限大方向的单位坐标矢量，t 表示垂直于 $\hat{x}_3$ 的分量，l 为 $\hat{x}_3$ 的维数，h 为 $\hat{x}_3$ 方向的本征值. 方程 (2) 表示齐次边界条件. 方程 (3) 表示辐射边界条件. 上述边界问题用算子方程的形式可以表示为

$$(\mathscr{R}-k^2)\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})=\boldsymbol{J}_e(\boldsymbol{R}). \tag{4}$$

这里，我们用 $\mathscr{R}$ 表示旋量场算子，之所以称为旋量场算子是因为它的本征函数是旋量场. 其本征问题可以表示为

$$(\mathscr{R}-\lambda^2)\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{R})=0. \tag{5}$$

(5) 式既包含了与 (1) 式相对应的齐次波方程，也包含了与 (2)、(3) 式相同的边界条件. $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{R})$ 为算子 $\mathscr{R}$ 的对应于本征值 $\boldsymbol{\lambda}$ 的本征函数. 对于本征值和本征函数的求解不在这里讨论. 这里只指出：(1)对于三种常用的坐标系，即直角、圆柱和球坐标系，在规则边界下(包括无限大边界)，可以得到本征值 $\boldsymbol{\lambda}$ 和本征函数 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{R})$ 的解析形式. (2) $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{R})$ 是旋量场，它与所有的在算子 $\mathscr{R}$ 的定义域上的任意旋量场函数构成完备的正交系，但与所有的无旋场正交.

当用 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{R})$ 作为展开函数来展开 (1) 式中的 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})$ 和 $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{R})$ 时将产生一个问题：这就是 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{R})$ 是旋量场，而 $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{R})$ 和 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})$ 都可能包含无旋场成份. 为了解决这一矛盾，我们可以把电场 $\boldsymbol{E}$ 和电流 $\boldsymbol{J}$ 分解成旋量场和无旋场两部分:

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_i+\boldsymbol{E}_r \tag{6}$$

和

$$\boldsymbol{J}=\boldsymbol{J}_i+\boldsymbol{J}_r. \tag{7}$$

代入 (1) 式后，两边取旋度就消去了无旋部分，得到

$$\nabla\times\{\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}_r(\boldsymbol{R})-k^2\boldsymbol{E}_r(\boldsymbol{R})-i\omega\mu_0\boldsymbol{J}_r(\boldsymbol{R})\}=0. \tag{8}$$

因为括号内的所有矢量都是旋量场，所以它们的旋度都等于零，这必须{—}为零，因而得到

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}_r(\boldsymbol{R})-k^2\boldsymbol{E}_r(\boldsymbol{R})=i\omega\mu_0\boldsymbol{J}_r(\boldsymbol{R}). \tag{9}$$

这样就把无旋场部分分离出去了，成了纯旋量场的问题. 从物理上说，电场的无旋部分和旋量部分有完全不同的物理内容：无旋部分一般称标量场，它是电子的一种属性；而旋量部分一般称旋量场，它是光量子的一种属性；所以把它们分开来处理是十分自然的. 在求电磁场的边值问题时，一般只需考虑旋量场，而无旋场问题实际上只是一个静电场问题，它可以很容易地从泊松方程求出. 下面处理非齐次方程(4)的反演时，就认为 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{J}_e$ 都是旋量场，而不必专门对 $\boldsymbol{J}_e$ 进行旋量场和无旋场的分离，因为在旋量本征函数 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{R})$ 上展开，就自然地把旋量场分离出来了. 这样在 $\mathscr{R}$ 的定义域上的任意矢量函数 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})$就可以在 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{R})$ 上作本征展开. 如 λ_i 都是离散的，则有

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})=\sum_{\lambda_1}\sum_{\lambda_2}\sum_{\lambda_3} g(\boldsymbol{\lambda})\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{R}). \tag{10}$$

如果 λ_1 是连续的，则有

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})=\int da_1\sum_{\lambda_2}\sum_{\lambda_3}g(\boldsymbol{\lambda})\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{R}). \tag{11}$$

(10) 式和 (11) 式可以统一地用内积的形式来表示:

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})=\langle\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{R}),\ g^*(\boldsymbol{\lambda})\rangle_\lambda=\sum\!\!\!\!\!\!\int g(\boldsymbol{\lambda})\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{R}). \tag{12}$$

这里用 $\sum\!\!\!\!\!\!\int$ 表示求和或求积分，$\boldsymbol{F}_0$ 表示归一化的本征函数. (12) 式的反变换形式为

$$g(\boldsymbol{\lambda})=\langle\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\xi}),\ \boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\xi})\rangle_\xi. \tag{13}$$

对于矢量函数,本征变换是不对称的,这一点和标量的本征变换不同. 两个矢量的内积定义为

$$\langle\boldsymbol{E}(\xi),\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\xi})\rangle_\xi=\iiint_v\boldsymbol{E}(\xi)\cdot\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\xi})d\xi. \tag{14}$$

这一反变换可以很容易地从本征函数的正交归一性得到证明.

把 (12) 式代入 (13) 式,得

$$g(\boldsymbol{\lambda})=\langle\langle\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{R}),\ g^*(\boldsymbol{\mu})\rangle_\mu,\ \boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{R})\rangle_R. \tag{15}$$

为了数学处理简洁起见,我们引入三维的混合 δ 函数,

$$\delta(\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\lambda}')=\prod_i\delta(\lambda_i,\ \lambda_i'); \tag{16}$$

而 $\delta(\lambda_i,\ \lambda_i')$ 为一维的混合 δ 函数,

$$\delta(\lambda_i,\lambda_i')=\begin{cases}\delta_{\lambda_i,\lambda_i'}, & \text{当 } \lambda_i \text{ 离散时;}\\ \delta(\lambda_i-\lambda_i'), & \text{当 } \lambda_i' \text{ 连续时.}\end{cases} \tag{17}$$

很容易证明,对于 $\delta(\boldsymbol{\lambda},\ \boldsymbol{\lambda}')$, 有

$$\langle f(\boldsymbol{\lambda}),\ \delta(\boldsymbol{\lambda},\ \boldsymbol{\lambda}')\rangle=f(\boldsymbol{\lambda}') \tag{18}$$

或

$$\langle\delta(\boldsymbol{\lambda},\ \boldsymbol{\lambda}'),\ f(\boldsymbol{\lambda})\rangle=f^*(\boldsymbol{\lambda}'). \tag{19}$$

现在把 $g(\boldsymbol{\lambda})=\delta(\boldsymbol{\lambda},\ \boldsymbol{\lambda}')$ 和 $g^*(\mu)=\delta(\boldsymbol{\mu},\ \boldsymbol{\lambda}')$ 代入 (15) 式,则得

$$\delta(\boldsymbol{\lambda},\ \boldsymbol{\lambda}')=\langle\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\lambda}',\ \boldsymbol{R}),\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\lambda},\ \boldsymbol{R})\rangle_R. \tag{20}$$

三、旋量场算子反演和并矢格林函数的普遍形式

有了上节中矢量场的一系列本征变换公式以后，就可以用类似于反演标量场算子的方法来进行旋量场算子的反演. 先在(4)式两边对 $\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda}',\boldsymbol{R})$ 取内积，

$$\langle\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda}',\ \boldsymbol{R}),\ (\mathscr{R}-k^2)\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})\rangle_R=\langle\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda}',\ \boldsymbol{R}),\boldsymbol{J}_e(\boldsymbol{R})\rangle_R. \tag{21}$$

$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})$ 用 (12) 式代入,并利用 (5) 式的关系得

$$\langle\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda}',\boldsymbol{R}),\ \langle(\lambda^2-k^2)\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda},\ \boldsymbol{R}),\ g^*(\boldsymbol{\lambda})\rangle_\lambda\rangle_R=\langle\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda}',\ \boldsymbol{R}),\ \boldsymbol{J}_e(\boldsymbol{R})\rangle_R. \tag{22}$$

变换内积的次序，并应用上节中关于矢量函数的本征变换和 $\delta(\boldsymbol{\lambda},\ \boldsymbol{\lambda}')$ 的公式 (18), (19) 和(20),先把等式左边化简为

$$\begin{aligned}&\langle\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda}',\ \boldsymbol{R}),\ \langle(\lambda^2-k^2)\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda},\ \boldsymbol{R}),\ g^*(\boldsymbol{\lambda})\rangle_\lambda\rangle_R\\&=\langle\langle\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda}',\ \boldsymbol{R}),\ \boldsymbol{F}(\boldsymbol{\lambda},\ \boldsymbol{R})\rangle_R,\ (\lambda^2-k^2)g(\boldsymbol{\lambda})\rangle_\lambda\\&=\langle\delta(\boldsymbol{\lambda}',\ \boldsymbol{\lambda}),\ (\lambda^2-k^2)g(\boldsymbol{\lambda})\rangle_\lambda\end{aligned}$$

$$= (\lambda'^2 - k^2) g^*(\boldsymbol{\lambda}'). \tag{23}$$

把 (23) 式代回到 (22) 式，并用 $\boldsymbol{\lambda}$ 代替 $\boldsymbol{\lambda}'$ 就得到

$$g^*(\boldsymbol{\lambda}) = \frac{1}{\lambda^2 - k^2} \langle \boldsymbol{F}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{R}),\ \boldsymbol{J}_e(\boldsymbol{R}) \rangle_R. \tag{24}$$

把 (24) 式代入 (12) 式，则得

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R}) = \langle \boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{R}), \frac{1}{\lambda^2 - k^2} \langle \boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{R}'),\ \boldsymbol{J}_e(\boldsymbol{R}') \rangle_{R'} \rangle_\lambda. \tag{25}$$

(25) 式就是旋量场算子 ($\mathscr{R} - k^2$) 的反演公式．从物理上来说就是电磁场边值问题的解的普遍公式．这一公式与相应的标量场算子的反演公式相类似[8]．但是要象标量场中那样再变换内积的次序以得到格林函数的形式将遇到困难．因为这里双重内积的三个元素都是矢量函数，如先不考虑积分或求和，这三个矢量间的关系为：$\boldsymbol{F}_0 \cdot (\boldsymbol{F}'_0 \cdot \boldsymbol{J}_e)$．按已有的矢量运算法则，这三个矢量之间的运算次序是不能交换的．为了得到格林函数的形式，必须引入新的运算法则，使

$$\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{F}'_0 \cdot \boldsymbol{J}_e) = (\boldsymbol{F}_0 \boldsymbol{F}'_0) \cdot \boldsymbol{J}_e. \tag{26}$$

这就是我们所熟知的并矢运算法则． 有了 (26) 式定义的并矢运算后，(25) 式就可以变换为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R}) = \left\langle \left\langle \frac{1}{\lambda^2 - k^2} \boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{R}) \boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{R}') \right\rangle_\lambda, \boldsymbol{J}_e^*(\boldsymbol{R}') \right\rangle_{R'}. \tag{27}$$

现在$\langle - \rangle_\lambda$只表示括号内的并矢函数对 λ_i 求积分或求和．由于它的结果是一个并矢，所以失去了通常的内积的意义，因为按定义，内积应该是一个“数”．为了区别于一般的内积，这里在两个元素之间不再用逗号分开．由于$\langle\quad\rangle_\lambda$表示一个并矢函数，所以可以定义并矢格林函数

$$\bar{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}') = \left\langle \frac{1}{\lambda^2 - k^2} \boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{R}) \boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{R}') \right\rangle_\lambda. \tag{28}$$

从而得

$$\boldsymbol{E} = \langle \bar{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}'),\ \boldsymbol{J}_e^*(\boldsymbol{R}') \rangle_{R'}. \tag{29}$$

(28) 式就是并矢格林函数的普遍形式．从这里可以看出：对于任意的电磁系统，只要能够得到它的本征问题解的解析形式，则它的并矢格林函数的解析形式就可以用 (28) 式非常简洁地表示出来．

在本文所用的数学方法中，除了 (26) 式表示的并矢的基本定义外，并不涉及其他任何并矢运算．这就使得这一数学方法比传统的并矢方法大大地简化．而且(26)式的并矢定义在这里也只不过是一种形式而已，它并不影响真正的运算过程．因为任何场的计算最终还是通过(25)式来进行，(25)式才是解电磁场边值问题的实在的形式．

四、讨论和小结

对于直角、圆柱和球坐标系统的本征问题在很多文献中已经讨论过了[6,9]．通常用 $\boldsymbol{M}$ 类和 $\boldsymbol{N}$ 类矢量波函数来表示．这样，归一化的本征函数 $\boldsymbol{F}_0$ 可以表示为

$$\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{R}) = \frac{1}{I_M^{1/2}} \boldsymbol{M}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{R}) + \frac{1}{I_N^{1/2}} \boldsymbol{N}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{R}). \tag{30}$$

这里 I_M 和 I_N 分别表示 $\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{N}$ 的归一化常数. 当 $\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{N}$ 简并时,我们可以把 (12) 式改写为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R}) = \frac{1}{I_M^{1/2}} \langle \boldsymbol{M}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{R}), g_M^*(\boldsymbol{\lambda}) \rangle_\lambda + \frac{1}{I_N^{1/2}} \langle \boldsymbol{N}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{R}), g_N^*(\boldsymbol{\lambda}) \rangle_\lambda. \tag{31}$$

从 $\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{N}$ 的正交性,只要分别在 (4) 式两边对 $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\lambda}', \boldsymbol{R})$ 和 $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{\lambda}', \boldsymbol{R})$ 取内积, 通过与前面一样的运算过程,可得

$$g_M(\boldsymbol{\lambda}) = \frac{1}{\lambda^2 - k^2} \cdot \frac{1}{I_M^{1/2}} \langle \boldsymbol{M}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{R}), \boldsymbol{J}_e(\boldsymbol{R}) \rangle_R \tag{32}$$

和

$$g_N(\boldsymbol{\lambda}) = \frac{1}{\lambda^2 - k^2} \cdot \frac{1}{I_N^{1/2}} \langle \boldsymbol{N}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{R}), \boldsymbol{J}_e(\boldsymbol{R}) \rangle_R. \tag{33}$$

代入 (31) 式,整理后得

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R}) = \left\langle \left\langle \frac{1}{\lambda^2 - k^2} \left(\frac{1}{I_M} \boldsymbol{M}\boldsymbol{M}' + \frac{1}{I_N} \boldsymbol{N}\boldsymbol{N}' \right) \right\rangle_\lambda, \boldsymbol{J}_e(\boldsymbol{R}') \right\rangle_{R'}. \tag{34}$$

这里用 $\boldsymbol{M}'$ 表示对应 $\boldsymbol{R}'$ 坐标,即 $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{R}')$, 其他几个量也作同样的简化, 则并矢格林函数可表示为

$$\bar{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}') = \left\langle \frac{1}{\lambda^2 - k^2} \left(\frac{1}{I_M} \boldsymbol{M}\boldsymbol{M}' + \frac{1}{I_N} \boldsymbol{N}\boldsymbol{N}' \right) \right\rangle_\lambda. \tag{35}$$

同样,如 λ_1 连续,而 λ_2 和 λ_3 为离散时, $\bar{\boldsymbol{G}}$ 的具体形式为

$$\bar{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}') = \int d\lambda_1 \sum_{\lambda_2} \sum_{\lambda_3} \frac{1}{\lambda^2 - k^2} \times \left[\frac{1}{I_M} \boldsymbol{M}\boldsymbol{M}' + \frac{1}{I_N} \boldsymbol{N}\boldsymbol{N}' \right]. \tag{36}$$

(36)式可以表示 Tai[6]讨论过的所有的均匀媒质的并矢格林函数. 这一点只需把 $\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{N}$ 以及归一化常数代入(36)式就可以很容易地得到证明. 此外关于并矢格林函数的对称性的各种形式也可从(36)式自然地反映出来,而无需再作证明.

最后, 再讨论一下关于 $\boldsymbol{L}$ 类矢量波函数的问题. $\boldsymbol{L}$ 类矢量波函数是无旋场, 而无旋场的问题如上面指出的可以通过泊松方程求解静电场来解决. 在矢量波方程的求解中加入 $\boldsymbol{L}$ 类矢量波函数并没有实际的意义, Tai 在他的"数学补注"中认为考虑了 $\boldsymbol{L}$ 类矢量波函数会使电型格林函数增加一项奇异项[10,11],即

$$\bar{\boldsymbol{G}}_e = \bar{\boldsymbol{S}}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}') - \frac{\hat{z}\hat{z}\delta(\boldsymbol{R} - \boldsymbol{R}')}{k^2}, \tag{37}$$

其中 $\bar{\boldsymbol{S}}$ 即为不考虑 $\boldsymbol{L}$ 类矢量波函数时的格林函数;考虑 $\boldsymbol{L}$ 类矢量波函数后, 只在有源区产生一个 $\hat{z}\hat{z}$ 方向的局部场.国内也有文献[12]报道应用了这一结果. 但是只要考察一下这一奇异项的物理意义就会发现,它在物理上是不合理的.首先电流源 $\boldsymbol{J}$ 产生的无旋场应该是分布在整个域的静电场而不应是局部场. 其次这一场只与 $\boldsymbol{J}$ 的 $\hat{z}$ 方向分量有关, 完全

是不合理的，因为 $\hat{z}$ 方向只是参考坐标的方向之一，在物理上没有任何特殊的地方，它与 $\hat{x}$ 和 $\hat{y}$ 方向完全处于同等的地位．这一 $\hat{z}\hat{z}$ 的局部场的产生是由于数学处理不当造成的，但是关于这一问题，这里不作详细讨论．

从上面讨论可以看到借助于矩量法我们可以得到电磁场的并矢格林函数的普遍表达式，这一普遍表达式只依赖于本征问题的解．这就是说，只要能得到一个系统的本征问题的解，就可以得到它的并矢格林函数．对于三种常用坐标下的规则边界问题，本征问题的解析解很容易求得，因而对于这类问题的并矢格林函数也很容易用（36）式表示出来．当然这一结果还可以推广应用于其他的广义坐标系统．最后可以指出，对于两个规则系统耦合在一起的耦合系统的问题，原则上也可以应用矩量法来求解，从而得到耦合系统的本征问题和激励问题的解．

参　考　文　献

[1] W. W. Hansen, *J. Appl. Phys.*, **8**(1937), 282.
[2] E. Yamashita, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-18**(1970), 238.
[3] M. Jaworski, ibid, **MTT-26** (1980), 259.
[4] A. M. Horacio, ibid, **MTT-18** (1978), 250.
[5] E. F. Kuster, ibid, **MTT-28** (1970), 444.
[6] C. T. Tai, Dyadic Green's Function in Electromagnetic Theory, Intext Educational Publishers, Scranton, Pa., 1971.
[7] R. F. Harrington, Field Computation by Moment Method, Macmillan Co., New York, 1968.
[8] 宋文淼，电子科学学刊，**7**(1985)，341.
[9] J A. Stratton, Electromagnetic Theory, McGraw-Hill Book Company, New York, 1941.
[10] C. T. Tai, Eigenfunction Expansion of Dyadc Greenis Function, Math. Note 28, Weapons Systems Laboratory, Kirtland AFB, Albuquerque, NM, July 1973.
Laboratory, Kirtland AFB, Albuquerque, NM, July 1973.
[11] C. T. Tai, *Proc. IEEE*. **61** (1973), 480.
[12] 张善杰，电子学报，1984年，第1期，第107页.

DERIVATION OF THE GENERAL FORM OF DYADIC GREEN'S FUNCTION FOR ELECTROMAGNETIC FIELD BY MOMENT METHOD

Song Wenmiao
(Institute of Electronics, Academia Sinica)

The general solution of the boundary value problem of the electromagnetic field in a regular boundary condition is got by moment method, then the general form of the dyadic Green's function is derived in this paper. By the moment method not only the regular boundary condition problem of electromagnetic field can be solved, but also some electromagnetic fields in complex systems may be solved.