第 27 卷第 8 期
2005 年 8 月

电 子 与 信 息 学 报
Journal of Electronics & Information Technology

Vol.27No.8
Aug. 2005

一种新的二元互补序列偶的构造方法

赵晓群[*] 霍晓磊[**] 刘颖娜[***]

[*](同济大学信息学院 上海 200092)

[**](河北工业大学信息工程学院 天津 300130)

[***](石家庄铁道学院计算机系 石家庄 050043)

摘 要：本文研究了互补序列偶的构造问题，得到了一种新的二元互补序列偶的构造方法，即由 N 长二元序列偶和 M 长二元序列偶来构造 MN 长二元序列偶。这不仅拓宽了二元互补序列偶可构造的空间范围，更重要的是可以通过此种构造方法来构造更长的奇数长二元互补序列偶，弥补了原有的构造方法只能构造偶数长度的互补序列偶的不足，而且对研究奇数长二元互补序列偶也具有重要意义。

关键词：伪随机序列，最佳信号，互补序列偶，相关

中图分类号：TN911.2 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2005)08-1335-03

A New Constructional Method of Complementary Sequence Pairs

Zhao Xiao-qun[*] Huo Xiao-lei[**] Liu Ying-na[***]

[*](*College of Information, Tongji University, Shanghai* 200092, *China*)

[**](*College of Information Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin* 300130, *China*)

[***](*Computer Science and Technology Department, Shijiazhuang Railway Institute,Shijiazhuang* 050043, *China*)

Abstract In this paper, the construction of complementary sequence pairs are studied, and a new constructional method is found, with which it can get a complementary sequence pairs of length MN by a complementary sequence pairs of length M and a complementary sequence pairs of length N. This is an expansion of the former constructional method which can only get complementary sequence pairs of even length and is usefull to study the property of odd length complementary sequence pairs.

Key words Pseudorandom sequence, Perfect signal, Complementary sequence pairs, Correlation

1 引言

伪随机序列的随机性的一个重要特性就是它的相关函数近似为 δ 函数，即要求信号序列相关函数的边峰值尽可能小，主峰值尽可能大。最佳二进阵列就是一种相关性能很好的伪噪声阵列，它是由 Calabro 和 Wolf 于 1968 年引入的[1]。但其数量极其稀少。目前为止长度小于 12100bit 的最佳二进序列只有一个长度为 4 的最佳序列[1,2]。既然有良好相关特性的单个序列非常有限，于是人们研究用两个或两个以上序列的自相关函数之和来构造具有良好相关特性的序列。最早提出的也最具代表性的是二元互补序列[3]，它是由 Golay 在 1949 年首先提出，后来广泛应用于通信、导航等系统。但互补序列的长度范围非常有限，目前只发现长为 2, 10 和 26 长的互补序列的核[4,5]。因此有必要研究新意义下的最佳信号形式，以克服目前最佳信号的局限性，以更好地满足实际需要。

一般所说的信号序列的自相关函数都是用序列与其自身的时延序列的共轭序列相乘来表征的，但实际中通过对雷达、声纳、码分多址通信等系统中信号检测过程的初步研究发现，发送的序列与接收机中所用的本地序列可以不必是同一个序列，可以是两个或多个序列，只要它们满足一定条件，就完全可达到工程上对最佳信号的要求。于是人们开始研究最佳二进阵列偶理论[6,7]。二进阵列偶理论开辟了一种新的最佳信号形式，为实际工程应用提供了更广泛的最佳信号选择范围。

一维阵列偶也称为序列偶[8]，互补序列偶便是由 2 个序列偶组成的并且满足类似互补序列的相关特性的一种序列组形式，它是阵列偶理论与互补序列理论这两种理论思想的结合，是互补序列概念的延伸，而且它的各种性质和构造方法也与互补序列理论相似。

2004-03-26 收到，2004-08-27 改回

2 二元互补序列偶理论

2.1 二元互补序列偶性质

设序列偶(X_a,Y_a)和(X_b,Y_b)组成二元互补序列偶，则二元互补序列偶经过互易变换、负元变换、相间码元负元变换、逆序变换、互易逆序变换后其峰值的绝对值不变[9,10](证明见参考文献[9])，所以根据这些变换性质可以由已知的最佳互补序列偶构造出其他更多同长度的最佳互补序列偶。

2.2 二元互补序列偶的构造方法

目前已发现4种二元互补序列偶的构造方法[9]，可以由两个N长二元序列偶构造出$2N$长互补序列偶，或者由一个M长和一个N长二元序列偶构造出$2MN$长互补序列偶。

以上4种二元互补序列偶的构造方法的证明过程见参考文献[9]，目前还没有发现二元互补序列偶的直接构造方法。

3 一种新的的二元互补序列偶的构造方法

下面论述本文新发现的二元互补序列偶的构造方法，即由N长二元互补序列偶和M长二元互补序列偶构造NM长二元互补序列偶的方法。

设N长序列：$A=a_0,a_1,\cdots,a_{N-1}$，其中$a_i=\pm1$，定义序列A的序列多项式为

$$A(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{N-1}x^{N-1} \tag{1}$$

根据序列多项式的概念重新对二元互补序列偶进行定义。

定义1 设(X_a,Y_a)和(X_b,Y_b)是两个N长二元序列偶，如果这4个N长序列X_a,Y_a,X_b和Y_b的序列多项式满足关系：

$$X_a(x)Y_a(x^{-1})+X_b(x)Y_b(x^{-1})=K \tag{2}$$

其中K为小于$2N$的正偶数，则称二元序列偶(X_a,Y_a)和(X_b,Y_b)组成一个二元互补序列偶。

应用序列多项式的形式，并根据定义1来对本文新发现构造方法进行描述和证明。

定理1 如果二元序列偶(X_a, Y_a)和(X_b, Y_b)为N长二元互补序列偶，二元序列偶(U_a,V_a)和(U_b,V_b)为M长二元互补序列偶，令

$$\left.\begin{aligned}S_a(x)&=\frac{1}{2}[X_a(x)+X_b(x)]U_a(x^m)+\frac{1}{2}[X_a(x)-X_b(x)]\tilde{V}_b(x^m)\\T_a(x)&=\frac{1}{2}[Y_a(x)+Y_b(x)]V_a(x^m)+\frac{1}{2}[Y_a(x)-Y_b(x)]\tilde{U}_b(x^m)\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

$$\left.\begin{aligned}S_b(x)&=\frac{1}{2}[X_b(x)-X_a(x)]\tilde{V}_a(x^m)+\frac{1}{2}[X_a(x)+X_b(x)]U_b(x^m)\\T_b(x)&=\frac{1}{2}[Y_b(x)-Y_a(x)]\tilde{U}_a(x^m)+\frac{1}{2}[Y_a(x)+Y_b(x)]V_b(x^m)\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

则二元序列偶(S_a, T_a)和(S_b, T_b)组成MN长二元互补序列偶。其中$U_a(x^m)$为序列U_a所对应的最高项为x^m的序列多项式，$\tilde{V}_b(x^m)$是V_b对应的逆序序列多项式。

证明 因为(X_a, Y_a)和(X_b, Y_b)以及(U_a, V_a)和(U_b, V_b)都为二元互补序列偶，所以根据二元互补序列偶的定义1可得

$$\left.\begin{aligned}X_a(x)Y_a(x^{-1})+X_b(x)Y_b(x^{-1})=K_1\\U_a(x)V_a(x^{-1})+U_b(x)V_b(x^{-1})=K_2\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

同时又可得

$$R_{(S,T)}=S_a(x)T_a(x^{-1})+S_b(x)T_b(x^{-1}) \tag{6}$$

根据已知条件，把S_a, T_a, S_b和T_b的序列多项式带入式(6)中，得

$$\begin{aligned}R_{(S,T)}=&\frac{1}{4}[X_a(x)+X_b(x)][Y_a(x^{-1})+Y_b(x^{-1})]U_a(x^m)V_a(x^{-m})\\&+\frac{1}{4}[X_a(x)+X_b(x)][Y_a(x^{-1})-Y_b(x^{-1})]U_a(x^m)\tilde{U}_b(x^{-m})\\&+\frac{1}{4}[X_a(x)-X_b(x)][Y_a(x^{-1})+Y_b(x^{-1})]\tilde{V}_b(x^m)V_a(x^{-m})\\&+\frac{1}{4}[X_a(x)-X_b(x)][Y_a(x^{-1})-Y_b(x^{-1})]\tilde{V}_b(x^m)\tilde{U}_b(x^{-m})\\&+\frac{1}{4}[X_b(x)-X_a(x)][Y_b(x^{-1})-Y_a(x^{-1})]\tilde{V}_a(x^m)\tilde{U}_a(x^{-m})\\&+\frac{1}{4}[X_b(x)-X_a(x)][Y_a(x^{-1})+Y_b(x^{-1})]\tilde{V}_a(x^m)V_b(x^{-m})\\&+\frac{1}{4}[X_a(x)+X_b(x)][Y_b(x^{-1})-Y_a(x^{-1})]U_b(x^m)\tilde{U}_a(x^{-m})\\&+\frac{1}{4}[X_a(x)+X_b(x)][Y_a(x^{-1})+Y_b(x^{-1})]U_b(x^m)V_b(x^{-m})\end{aligned} \tag{7}$$

因为根据序列多项式的定义可知

$$\begin{aligned}\tilde{V}_a(x^m)\tilde{U}_a(x^{-m})&=[\tilde{V}_a(x^m)x^{-m}][\tilde{U}_a(x^{-m})x^m]\\&=U_a(x^m)V_a(x^{-m})\end{aligned} \tag{8}$$

同理可得

$$U_b(x^m)\tilde{U}_a(x^{-m})=U_a(x^m)\tilde{U}_b(x^{-m}) \tag{9}$$

$$\tilde{V}_a(x^m)V_b(x^{-m})=\tilde{V}_b(x^m)V_a(x^{-m}) \tag{10}$$

$$\tilde{V}_b(x^m)\tilde{U}_b(x^{-m})=U_b(x^m)V_b(x^{-m}) \tag{11}$$

把式(8)～(11)带入式(7)可得

$$\begin{aligned}R_{(S,T)}=&\frac{1}{4}[2X_a(x)Y_a(x^{-1})+2X_b(x)Y_b(x^{-1})]U_a(x^m)V_a(x^{-m})\\&+\frac{1}{4}[2X_a(x)Y_a(x^{-1})+2X_b(x)Y_b(x^{-1})]U_b(x^m)V_b(x^{-m})\\=&\frac{1}{2}[X_a(x)Y_a(x^{-1})+X_b(x)Y_b(x^{-1})][U_a(x^m)V_a(x^{-m})\\&+U_b(x^m)V_b(x^{-m})]\end{aligned} \tag{12}$$

把式(5)带入式(12)得

$$S_a(x)T_a(x^{-1})+S_b(x)T_b(x^{-1})=\frac{1}{2}K_1K_2 \tag{13}$$

证毕

所以二元序列偶(S_a,T_a)和(S_b,T_b)组成MN长二元互补序列偶。

4　结论

本文研究了二元互补序列偶的构造问题，发现了一种新的二元互补序列偶的构造方法，并证明了其正确性。此种构造方法是由 N 长二元序列偶和 M 长二元序列偶来构造出 MN 长二元序列偶，这不仅拓宽了二元互补序列偶可构造的空间范围，更重要的是可以通过此种构造方法由已知的奇数长二元互补序列偶来构造更长的奇数长二元互补序列偶，这弥补了以往的构造方法只能构造偶数长二元互补序列偶的不足，这对研究奇数长二元互补序列偶也具有重要意义。

但是必须注意的是，目前所发现的这 5 种构造方法并不能保证构造出最佳二元互补序列偶，即使原序列偶是最佳二元互补序列偶，构造出的二元互补序列偶也不一定就是最佳的。这是目前发现的二元互补序列偶的构造方法的缺陷所在。可以直接构造最佳二元互补序列偶的构造方法目前还没有发现，有待更深入的研究。

参 考 文 献

[1]　杨义先，林须端.编码密码学[M]. 北京：人民邮电出版社，1992: 5 − 30.

[2]　杨义先. 最佳信号理论与设计[M]. 北京：人民邮电出版社，1996: 107 − 129.

[3]　Golay M J E. Complementary series[J]. *IEEE Trans. on Info. Theroy*, 1961,7(2): 82 − 87.

[4]　Jauregui S. Complementary sequences of length 26[J]. *IEEE Trans. on Info. Theory*, 1962, 8(4): 323 − 329.

[5]　Luke H D. Binary odd-periodic complementary sequences[J]. *IEEE Trans. on Info. Theory*, 1997, 43(1): 365 − 367.

[6]　赵晓群，何文才，王仲文，贾世楼. 最佳二进阵列偶理论研究[J]. 电子学报, 1999, 27(1): 34 − 37.

[7]　何文才，赵晓群，贾世楼，王仲文. 最佳二进阵列偶的复合构造方法[J]. 电子学报, 1999, 27(4): 51 − 54.

[8]　赵晓群,贾世楼,王仲文.序列偶及其应用[J].遥测遥控，1998, 19(3): 31 − 35.

[9]　赵晓群. 阵列偶和加权二元序列偶理论的研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学, 1998.

[10]　赵晓群，张成. 二元互补序列偶性质的研究及其新的表征方法[J]. 通信学报, 2003, 24(11A): 1 − 7.

赵晓群：　男，1962 年生，教授，博士生导师，中国电子学会高级会员，主要研究方向为最佳信号设计理论、编码理论等.

霍晓磊：　男，1980 年生，硕士，主要研究方向为最佳信号设计理论、扩频通信等.

刘颖娜：　女，1978 年生，硕士，助教，主要研究方向为数字信号处理、语音识别等.