

## 一种利用重复序列的 OFDM 频率同步新方法

严春林 李少谦 唐友喜 罗霄 房家奕

(电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室 成都 610054)

**摘要:** 该文提出了一种利用重复序列构成的训练序列进行 OFDM 频率同步的新方法。它通过作两次频率同步, 先是相隔较近的数据作相关, 得出频率偏移值, 纠正此频率偏移后, 再间隔较远的数据作相关, 得出较精确的频率偏移值。新方法有估计范围大和精度高的双重优点。AWGN 和 Rayleigh 信道下的仿真验证了算法的有效性。

**关键词:** OFDM, 频率同步, 重复序列

中图分类号: TN919.3

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2005)10-1647-04

## A New OFDM Frequency Offset Estimation Method Using Repeated Sequences

Yan Chun-lin Li Shao-qian Tang You-xi Luo Xiao Fang Jia-yi

(National Key Lab. of Communication, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract** In this paper a new frequency offset estimation method using repeated sequences is introduced where two steps are involved. In the first step the span of the correlation data is small and a larger estimation range can be achieved. After the frequency offset is compensated, a larger correlation data span is chosen and a precise estimation can be got. Large estimation range and precise estimation can be acquired in the new method. Simulations in AWGN channel and Rayleigh channel verify the validity of the new algorithm.

**Key words** Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM), Frequency synchronization, Repeated sequence

### 1 引言

现代通信发展趋势是要求在多径环境下要有更快的传输速率、更好的传输质量、更高的频谱效率、更大的系统容量。在多径衰落环境下实现上述目标, OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)有很大的技术优势<sup>[1]</sup>。OFDM 由于采用并行多载波传输, 其数据传输速率可以很大; 子载波间频谱重叠, 故频谱效率高; 由于将数据进行并行传输, 等价于将数据符号大大展宽, 故能有效抗多径。OFDM 已应用于固定和移动数字传输, 如 DAB(Digital Audio Broadcast)<sup>[2]</sup>, DVB(Digital Video Broadcast)<sup>[3]</sup>, Hiperlan/2<sup>[4]</sup>。

但OFDM也存在某些缺点, 解决这些缺点是OFDM能应用的关键。OFDM的缺点之一是对频率偏移非常敏感<sup>[5]</sup>。存在偏移时OFDM各子载波间正交性被破坏, 引发同信道干扰, 系统性能急剧恶化<sup>[5]</sup>。若将频率偏移以子载波间隔为单位分为整数和小数(小数部分绝对值 $<0.5$ )部分。则整数个子载波的频率偏移不会导致子载波间干扰, 仅使输出子载波循环移位; 小数部分频率偏移导致OFDM子载波间干扰<sup>[6]</sup>。一般来

说, 在AWGN信道, 频率偏移误差要小于OFDM子载波间隔的4%<sup>[5]</sup>; 在多径条件下, 频率偏移误差要小于OFDM子载波间隔的2%<sup>[7]</sup>。整数个子载波的频率偏移估计常常称为频率粗同步, 小数个子载波的频率偏移估计称为频率精同步。

OFDM的同步方法有: van de Beek提出的利用循环前缀的频率同步方法<sup>[7]</sup>, 此方法不会降低系统传输效率, 但频率偏移估计最大值不大于0.5个子载波; Moose提出的利用重复符号的频率同步方法<sup>[5]</sup>, 优点是频率偏移估计精度高, 但频率偏移估计最大值不大于0.5个子载波。若缩短重复符号的时间周期, 频率估计范围会增大, 但估计精度又会降低<sup>[5]</sup>。Schmidl提出的利用训练序列的时间频率同步方法<sup>[6]</sup>, 这种方法频率偏移估计精度高, 估计范围较大, 缺点是时间同步准确性不是很高; Tufvesson提出的利用PN序列的时间频率同步方法<sup>[8]</sup>, 其优点是频率偏移估计范围大; Chen Biao和Tureli提出的利用虚子载波的MUSIC<sup>[9]</sup>或ESPRIT<sup>[11]</sup>的频率同步方法。

在 OFDM 相同非频率同步中, 为增大频率偏移估计范围

2004-04-28 收到, 2004-11-03 改回

国家自然科学基金重大项目(60390540-3), 国家自然科学基金(60272009), 国家 863 计划(2001AA1230131)和教育部博士点基金(20020614001)资助课题

需减小重复序列周期, 但这又会降低估计精度。针对这一缺

陷,本文提出了一种迭代机制的 OFDM 频率同步新方法,在新方法中减小重复序列周期而频率偏移估计精度不变。迭代机制的频率偏移估计方法是先利用间隔较近的序列作一次频率同步,频率补偿后再用间隔较远的序列作一次频率精同步。仅作一次频率偏移频率同步有一定的估计精度,也可满足 OFDM 系统的要求。但使用迭代方法后达到相同的频率估计精度,所需信噪比会降低。在衰落信道下,使用迭代的频率偏移估计方法有更低的估计下限。AWGN 信道和 Rayleigh 衰落信道下的仿真结果验证了这一结论。

## 2 系统模型

假设  $N$  为 OFDM 所作 FFT 点数,  $N_u$  为使用的子载波的个数。  $X_k$  为传输的调制符号, 则作 IFFT 后的输出为

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N_u-1} X_k \exp\left(\frac{j2\pi kn}{N}\right), \quad n=0,1,2,\dots,N-1 \quad (1)$$

加入循环前缀后,一个 OFDM 符号可表示为  $\{x_{N-N_g}, \dots, x_{N-1}, x_0, x_1, \dots, x_{N-1}\}$ , 前  $N_g$  个点为循环前缀,是 OFDM 符号最后  $N_g$  个点的复制,用于消除符号间的干扰。

引起频率偏移的主要因素是移动台移动引起的多普勒频移和晶体振荡器不稳定。在 AWGN 信道,当存在频率偏移时,接收端第  $k$  个抽样时刻的信号可表示为

$$r(k) = s(k-\theta)e^{j2\pi\epsilon k/N} + n(k) \quad (2)$$

上式中,  $\epsilon$  表示频率偏移被子载波间隔归一化后值,  $\theta$  表示时间延迟,为整数,  $r(k)$  为接收信号的第  $k$  个时刻的抽样值,  $s(k)$  为发射信号第  $k$  时刻的抽样值,  $n(k)$  为信道中的加性高斯白噪声在第  $k$  时刻的抽样值。对 OFDM 系统,当频率偏移为零时,各个子载波间是正交的;当存在频率偏移时,子载波间存在干扰,系统性能会急剧下降。在 AWGN 信道,信噪比为 SNR, 频率偏移为  $\epsilon$  时,有效信噪比 SNR<sub>e</sub> 的下界是<sup>[5]</sup>

$$\text{SNR}_e(\epsilon) \geq \frac{\text{SNR}}{1 + 0.5947\text{SNR} \sin^2(\pi\epsilon)} \cdot \left(\frac{\sin(\pi\epsilon)}{\pi\epsilon}\right)^2 \quad (3)$$

我们使用的同步序列由序列  $m(k)$  重复构成。序列  $m(k)$  的周期为  $K$ , 将其不断重复,使总的序列  $c(k)$  长度为  $N$ , 其时间长度与一个 OFDM 中除去循环前缀部分时间长度相同(见图 1)。  $L$  为  $N/K$  的整数部分,则  $c(k)$  可表示为

$$c(k) = m(k \bmod K), \quad k=0,1,\dots,N-1 \quad (4)$$

上式中, mod 为取模操作。正确时间同步后, AWGN 信道下的接收信号可表示为

$$r(k) = s(k) + n(k) = c(k)e^{j2\pi\epsilon k/N} + n(k) \quad (5)$$

式中  $c(k)$  为发射的训练序列,  $n(k)$  是频谱密度为  $N_0$  的白高斯噪声信号。接收信号功率和噪声功率分别为  $\sigma_s^2 = E[|s(k)|^2]$  和  $\sigma_n^2 = E[|n(k)|^2]$ 。

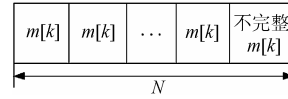


图 1 训练序列和 OFDM 符号结构示意图

## 3 OFDM 的频率同步算法

频率同步可以通过对接收信号作延迟相关,利用重复数据上的相位差值来获得,具体原理如下。在取得时间同步后,将接收的信号延迟  $PK$  个点后进行相关计算并累加,可得

$$\begin{aligned} \gamma &= \sum_{i=0}^{L-P-1} \sum_{k=0}^{K-1} r(k+iK)r^*(k+(i+P)K) \\ &= \sum_{i=0}^{L-P-1} \sum_{k=0}^{K-1} \left( c(k+iK)e^{j2\pi\epsilon(k+iK)/N} + n(k+iK) \right) \\ &\quad \cdot \left( c(k+(i+P)K)e^{j2\pi\epsilon(k+(i+P)K)/N} + n(k+(i+P)K) \right)^* \\ &= \sum_{i=0}^{L-P-1} \left[ \sum_{k=0}^{K-1} c(k+iK)c^*(k+(i+P)K)e^{-j2\pi\epsilon PK/N} \right. \\ &\quad + \sum_{k=0}^{K-1} \left( c(k+iK)e^{j2\pi\epsilon(k+iK)/N} \cdot (n(k+(i+P)K))^* \right. \\ &\quad \left. \left. + (c(k+(i+P)K)e^{j2\pi\epsilon(k+(i+P)K)/N})^* n(k+iK) \right) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=0}^{K-1} n(k+iK)(n(k+(i+P)K))^* \right] \quad (6) \end{aligned}$$

上式中, \* 表示取共轭。上式最后一个等式右边第一项幅值最大,其相位包含频率偏移信息,故频率偏移估计可由下式计算:

$$\hat{\epsilon} = -\arg(\gamma) \cdot \frac{N}{2\pi KP} \quad (7)$$

函数  $e^{j2\pi\epsilon PK/N}$  存在频率模糊,不模糊的频率估计范围为  $|\epsilon| < N/(2PK)$ 。为达到较大的频率偏移估计范围,取  $P=1$ ,按照式(7)对频率偏移进行估计:

$$\hat{\epsilon}_1 = -\arg(\gamma) \cdot \frac{N}{2\pi K} \quad (8)$$

估计出频率偏移后进行频率补偿,补偿公式是

$$r'(k) = r(k)e^{-j2\pi\hat{\epsilon}_1 k/N} \quad (9)$$

补偿频率偏移之后,残余的频率偏移已经很小,此时可以取  $P=L/2$  ( $L$  为偶数)或  $P=(L+1)/2$  ( $L$  为奇数),再进行一次频率偏移估计:

$$\hat{\epsilon}_2 = -\ln(\gamma_1) \cdot \frac{N}{j \cdot 2\pi KB} \quad (10)$$

其中  $j^2 = -1$ ,  $B=P$ ,  $\gamma_1 = \sum_{k=0}^{BK-1} r'(k)r'(k+BK)^*$ 。采用文献[12]和文献[13]中的方法对频率偏移估计方差进行分析,对于下式:

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \sum_{k=0}^{BK-1} r'(k)r'(k+BK)^* \\ &= \sum_{k=0}^{BK-1} (c'(k)+n'(k))(c'(k+BK)+n'(k+BK))^* \quad (11)\end{aligned}$$

其中

$$c'(k) = c(k)e^{j2\pi(\varepsilon-\hat{\varepsilon}_1)k/N} \quad (12)$$

变量为  $n'(k)$  和  $n'(k+BK)$ 。对  $\ln(\gamma_1)$  进行二阶马克劳林展开, 有

$$\begin{aligned}& \ln(\gamma_1) \\ &= \left( \gamma_1 \Big|_{n'(k)=0, (n'(k+BK))^*=0} \right)^{-1} \left[ \gamma_1(0,0) + n'(k) \frac{\partial \gamma_1(n'(k), 0)}{\partial n'(k)} \right. \\ & \quad + (n'(k+BK))^* \frac{\partial \gamma_1(0, (n'(k+BK))^*)}{\partial (n'(k+BK))^*} + n'(k)(n'(k+BK))^* \\ & \quad \left. \cdot \frac{\partial^2 \gamma_1(n'(k), (n'(k+BK))^*)}{\partial n'(k) \partial (n'(k+BK))^*} \Big|_{n'(k)=0, (n'(k+BK))^*=0} \right] \\ &= (\gamma_1(0,0))^{-1} \left( \gamma_1(0,0) + \sum_{k=0}^{BK-1} (c'(k+BK))^* n'(k) \right. \\ & \quad \left. + \sum_{k=0}^{BK-1} c'(k)(n'(k+BK))^* + \sum_{k=0}^{BK-1} n'(k)(n'(k+BK))^* \right) \quad (13)\end{aligned}$$

则  $\hat{\varepsilon}_2$  的估计方差为

$$\begin{aligned}\text{var}(\hat{\varepsilon}_2) &= \left( \frac{N}{2\pi KB} \right)^2 \frac{\left( \sum_{k=0}^{BK-1} n'(k)(c'(k+BK))^* \right)^2}{\left( \sum_{k=0}^{BK-1} c'(k)c'(k+BK)^* \right)^2} \\ & \quad + \frac{\left( \sum_{k=0}^{BK-1} c'(k)(n'(k+BK))^* \right)^2}{\left( \sum_{k=0}^{BK-1} c'(k)c'(k+BK)^* \right)^2} \\ & \quad + \frac{\left( \sum_{k=0}^{BK-1} n'(k)(n'(k+BK))^* \right)^2}{\left( \sum_{k=0}^{BK-1} c'(k)c'(k+BK)^* \right)^2} \\ &= \left( \frac{N}{2\pi KB} \right)^2 \frac{BK(1/2\sigma_s^2)\sigma_n^2 + BK\sigma_s^2(1/2\sigma_n^2) + BK\sigma_n^2(1/2\sigma_n^2)}{(BK\sigma_s^2)^2} \\ &\approx \frac{2}{\pi^2 \cdot N \cdot \text{SNR}} + \frac{1}{\pi^2 \cdot N \cdot (\text{SNR})^2} \quad (14)\end{aligned}$$

在计算上式过程中利用了  $KB \approx N/2$ ,  $E\left[|c'(k)|^2\right] = \sigma_s^2$

$$E\left[|n'(k)|^2\right] = \sigma_n^2, E\left[|(c'(k))^*|^2\right] = \sigma_s^2, E\left[|(n'(k))^*|^2\right] = \sigma_n^2$$

和  $\text{SNR} = \sigma_s^2 / (2\sigma_n^2)$ 。这里特别要注意的是 SNR 的计算, 由于计算中噪声使用了两个变量  $n(k)$  和  $n^*(k+BK)$ , 故信噪比定义与其它文献会有所不同。而文献[6]中给出的频率偏移估计方差为

$$\text{var}(\hat{\varepsilon}) = \frac{2}{\pi^2 \cdot N \cdot \text{SNR}} \quad (15)$$

比较式(14)和式(15)可知, 本文给出估计精度较其更为精确。

文中采用迭代频率偏移估计的优点在于, 由于第 2 次频率偏移估计时作相关的数据间隔很大, 而此时的频率偏移又很小, 其频率偏移估计精度较高。但代价是提高了计算复杂度, 由第 2 次频率偏移估计计算公式可知, 迭代方法的计算复杂度与不进行迭代方法比提高了 1 倍。

#### 4 数值与仿真结果

在 BEYOND 3G 系统中, 假设载频  $f_c = 3.2\text{GHz}$ ,  $N = 1024$ , 序列  $m[k]$  为周期为  $K = 127$  的  $m$  序列, 每一个子载波带宽为  $20\text{kHz}$ 。当设定频率偏移  $\varepsilon = 3.7$  时, 训练序列放置在最前端用于同步, 我们可以求出两种频率同步方法在不同信道的估计性能。方法 1 只作 1 次频率偏移估计, 取  $P = 1$ ; 方法 2 作 2 次频率偏移估计, 第 1 次取  $P = 1$ , 纠正频率偏移后, 再按照式(10)求频率偏移。

图 2 为 AWGN 信道下两种方法性能曲线, 两种方法的估计方差都随着信噪比的增加线性下降。图中理论 1 数值按照公式(14)计算, 理论 2 数值按照公式(15)计算。可以看到方法 2 较方法 1 为优, 在相同条件下方法 2 比方法 1 有 3~5 dB 的增益。对方法 2 而言, 在所有信噪比下理论 2 曲线与仿真结果非常吻合, 而理论 1 曲线在信噪比较大时才与仿真结果吻合较好。由此可知, 本文给出估计精度更精确, 与实际结果更相符。这有力证明了文中分析的正确性。

图 3 为 ITU-R M.1225 Vehicle Channel B<sup>[14]</sup> 信道, 移动速度为  $5\text{ km/h}$  和  $60\text{ km/h}$ 。由于受时变信道的影响, 估计方差不随信噪比的增加而线性下降。方法 1 和 2 的估计精度都有一个下限。且移动速度较大 ( $60\text{ km/h}$ ) 信噪比较低 ( $5\text{dB}$ ) 两种频率偏移估计性能都很差。在移动速度较小或移动速度较大信噪比较大时方法 2 比方法 1 都有较好的估计性能, 方法 2 有更低的估计下限。这在于方法 2 作了两次频率偏移估计, 第 2 次频率偏移估计时残存的频率偏移已经很小, 且第 2 次频率偏移估计相关数据间隔较远, 故方法 2 估计精度较高。

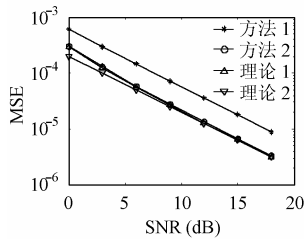


图2 AWGN信道下两种方法的估计性能

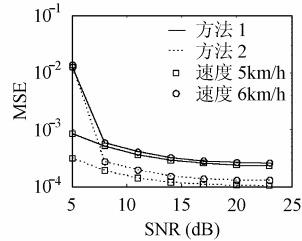


图3 ITUR M.1225 Vehicle Channel B信道下, 移动速度为5 km/h和60 km/h, 两种方法的估计性能

## 5 结束语

本文讨论了利用重复序列的 OFDM 频率同步的新方法, 在频率同步过程中, 进行两次频率估计, 第 1 次用较小的间隔作频率偏移估计, 补偿后作第 2 次频率偏移估计间隔较大。文中分析并得出了新方法估计精度的 CRB 界, 它比 Schmidl 得出的 CRB 界更紧。新方法具有估计范围大和估计精度高的优点, AWGN 信道和 Rayleigh 衰落信道下的仿真结果验证了这一结论。

## 参考文献

- [1] Bingham J A C. Multicarrier modulation for data transmission: an idea whose time has come [J]. *IEEE Commun Mag.*, 1990, 28(5): 5 – 14.
- [2] ETS 300 401 Second Edition, Radio broadcasting systems; Digital Audio Broadcasting (DAB) to mobile, portable and fixed receivers [S], 1997.
- [3] Reimers U. DVB-T: the COFDM-based system for terrestrial television [J]. *Electronics & Communication Engineering Journal*, 1997, 9(1): 28 – 32.
- [4] Khun-Jush J, Schramm P, Wachsmann U, Wenger F. Structure and performance of the HIPERLAN/2 physical layer [c]. In Proc. IEEE 49th Vehicular Technology Conf., Amsterdam, The Netherlands, 1999, vol. 5: 2667 – 2671.
- [5] Moose P H. A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction [J]. *IEEE Trans. on Communications*, 1994, 42(10): 2908 – 2914.
- [6] Schmidl T M, Cox D C. Robust frequency and timing synchronization for OFDM. *IEEE Trans. on Commun.*, 1997, 45(12): 1613 – 1621.
- [7] Van de Beek J J, Sandell M, Brjesson P O. ML estimation of timing and frequency offset in OFDM systems [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1997, 45(7): 1800 – 1805.
- [8] Tufvesson F, Faulkner M, Edfors O. Time and frequency synchronization for OFDM using PN-sequence preambles [C]. Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference, Amsterdam, The Netherlands, September 19-22, 1999: 2203 – 2207.
- [9] Chen Biao. Maximum likelihood estimation of OFDM carrier frequency offset [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2002, 9(4): 123 – 126.
- [10] Tureli U, Kivanc D, Liu H. Experimental and analytical studies on a high resolution OFDM carrier frequency estimator [J]. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 2001, 50(2): 629 – 643.
- [11] Tureli U, Hui Liu, Zoltowski M D. OFDM blind carrier estimation: ESPRIT [J]. *IEEE Trans. on Communications*, 2000, 48(9): 1459 – 1461.
- [12] Lashkarian N, Kiaei S. Class of cyclic-based estimators for frequency-offset estimation of OFDM systems. , *IEEE Trans. on Communications*, 2000, 48(12): 2139 – 2149.
- [13] 朱光喜, 张青春, 蔡玮. 一种衰落信道下的 OFDM 载频同步跟踪算法. *华中科技大学学报*, 2004, 32(1): 56 – 59.
- [14] Recommendation ITU – R M.1225, Guideline for evaluation of radio transmission technologies for IMT – 2000, 1997.

严春林: 男, 1976年生, 博士生, 研究方向为 OFDM 及 MIMO OFDM 的同步技术.

李少谦: 男, 1957年生, 教授, 博士生导师, 从事移动通信、个人通信、扩频通信、抗干扰通信研究.

唐友喜: 男, 1964年生, 博士, 教授, 主要研究方向为 OFDM、CDMA、UWB、MIMO 等.

罗 霄: 男, 1979年生, 硕士生, 研究方向为 OFDM 同步技术.

房家奕: 男, 1979年生, 硕士生, 研究方向为 OFDM 同步技术及 CDMA 通信系统的无线资源.