

静电自由电子激光摆动器*

王清源

(电子科技大学, 成都)

摘要 静电自由电子激光使用静电摆动场代替静磁摆动场产生相干受激辐射. 本文提出了一种静电自由电子激光摆动器. 这种摆动器可以产生周期从 3cm 到 5mm, 幅值比较大的圆极化摆动场, 有利于自由电子激光的进一步研究.

关键词 激光; 自由电子激光; 静电摆动器

1. 引言

自由电子激光的研究已经普遍开展起来^[1-6]. 采用一种横向或纵向周期电场的静电自由电子激光的研究也引起了人们的重视^[7-9]. 本文提出的静电摆动器, 摆动场是由导体间的电位差产生的, 可以克服双绕螺旋线静磁摆动器由电流产生的热效应. 这种静电摆动器结构比较简单, 可以提供周期为 3cm 到 5mm, 场幅值比较大的摆动场.

2. 静电摆动器和静电摆动场

图 1 是无限长的静电摆动器示意图. 它由一根空心介质圆筒和一对嵌在其中的螺旋线导体组成. 空心介质圆筒的内外表面和螺旋线导体的中心所在的圆柱面把整个空间分成 I、II、III 和 IV 部分. 介质筒的内外表面的半径分别为 R_1 和 R_2 , 螺旋线中心所在圆柱面半径为 b , 螺旋周期为 L , 螺旋线半径为 δ , 介质的介电常数分别为 ϵ 和 ϵ_0 . 两根导体上的电势分别为 $+V_0/2$ 和 $-V_0/2$. 电场的标势 Φ 和电场强度 E 满足:

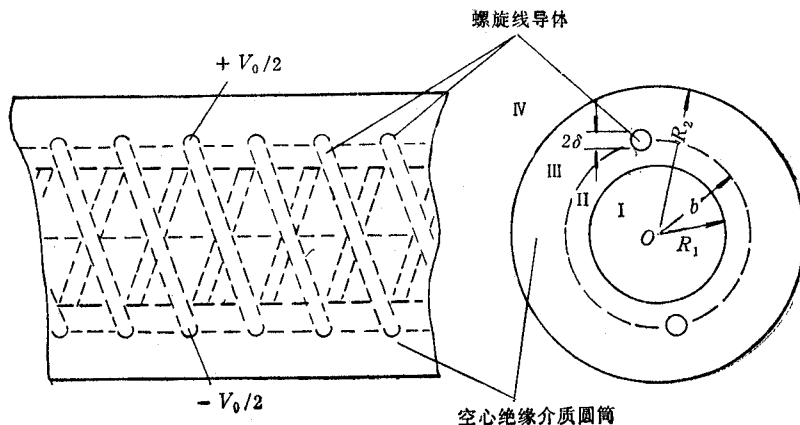


图 1 静电摆动器示意图

* 1988 年 12 月 12 日收到, 1989 年 5 月 20 日修改定稿.

$$\mathbf{E}_i = -\nabla\Phi_i \quad (i = \text{I, II, III, IV}) \quad (1)$$

$$\nabla^2\Phi_i = 0 \quad (2)$$

当 $\delta \ll R_1, R_2, b$ 和 L 时, 螺旋线导体上的电荷可以由 $r = b$ 圆柱面上的面电荷密度 σ 来表示:

$$\sigma = \sigma_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} [\delta(\varphi - kz - l2\pi - \pi/2) - \delta(\varphi - kz - l2\pi + \pi/2)] \quad (3)$$

或者

$$\sigma = \sigma_0 \sum_{n=1}^{\infty} k_n \sin n(\varphi - kz) \quad (4)$$

式中,

$$k_n = \begin{cases} \frac{2}{\pi} (-1)^l, & (n = 2l + 1) \\ 0, & (n \neq 2l + 1) \end{cases} \quad (l = 0, 1, 2, \dots) \quad (5)$$

(3)式中 $k = 2\pi/L$.

假设 $\Phi_{\text{I}n}, \Phi_{\text{II}n}, \Phi_{\text{III}n}, \Phi_{\text{IV}n}$ 分别为表面电荷

$$\sigma_n = \sigma_0 k_n \sin n(\varphi - kz) \quad (6)$$

在区域 I、II、III、IV 中产生的标势, 则

$$\nabla^2\Phi_{i_n} = 0, \quad (i = \text{I, II, III, IV}) \quad (7)$$

Φ_{i_n} 满足边界条件:

$$(\Phi_{\text{II}n} - \Phi_{\text{I}n})_{r=R_1} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\varepsilon\Phi_{\text{II}n} - \Phi_{\text{I}n})_{r=R_1} = 0 \quad (9)$$

$$(\Phi_{\text{III}n} - \Phi_{\text{II}n})_{r=b} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\Phi_{\text{III}n} - \Phi_{\text{II}n})_{r=b} = -\sigma_n / (\varepsilon\varepsilon_0) \quad (11)$$

$$(\Phi_{\text{IV}n} - \Phi_{\text{III}n})_{r=R_2} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\Phi_{\text{IV}n} - \varepsilon\Phi_{\text{III}n})_{r=R_2} = 0 \quad (13)$$

由表面电荷(4)式产生的标势为

$$\Phi_i = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{i_n}, \quad (i = \text{I, II, III, IV}) \quad (14)$$

根据边界条件(8)–(13)式, 考虑到两根导线上电势差为 V_0 , 摆动场可以最终表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_i = & -k/2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} nA_n \{ \hat{r} [I_{n-1}(nkr) + I_{n+1}(nkr)] \sin n(\varphi - kz) \\ & + \hat{\varphi} [I_{n-1}(nkr) - I_{n+1}(nkr)] \cos n(\varphi - kz) \} \end{aligned}$$

$$- \varepsilon [2I_n(nkr)] \cos n(\varphi - kz) \} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} E_{II} = & -k/2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} nB_n \{ \varepsilon [I_{n-1}(nkr) + I_{n+1}(nkr)] \sin n(\varphi - kz) \\ & + \phi [I_{n-1}(nkr) - I_{n+1}(nkr)] \cos n(\varphi - kz) \\ & - \varepsilon [2I_n(nkr)] \cos n(\varphi - kz) \} \\ & + k/2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} nB'_n \{ \varepsilon [K_{n-1}(nkr) + K_{n+1}(nkr)] \sin n(\varphi - kz) \\ & + \phi [K_{n-1}(nkr) - K_{n+1}(nkr)] \cos n(\varphi - kz) \\ & + \varepsilon [2K_n(nkr)] \cos n(\varphi - kz) \} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} E_{III} = & -k/2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} nC_n \{ \varepsilon [I_{n-1}(nkr) + I_{n+1}(nkr)] \sin n(\varphi - kz) \\ & + \phi [I_{n-1}(nkr) - I_{n+1}(nkr)] \cos n(\varphi - kz) \\ & - \varepsilon [2I_n(nkr)] \cos n(\varphi - kz) \} \\ & + k/2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} nC'_n \{ \varepsilon [K_{n-1}(nkr) + K_{n+1}(nkr)] \sin n(\varphi - kz) \\ & + \phi [K_{n-1}(nkr) - K_{n+1}(nkr)] \cos n(\varphi - kz) \\ & + \varepsilon [2K_n(nkr)] \cos n(\varphi - kz) \} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} E_{IV} = & k/2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} nD_n \{ \varepsilon [K_{n-1}(nkr) + K_{n+1}(nkr)] \sin n(\varphi - kz) \\ & + \phi [K_{n-1}(nkr) - K_{n+1}(nkr)] \cos n(\varphi - kz) \\ & + \varepsilon [2K_n(nkr)] \cos n(\varphi - kz) \} \end{aligned} \quad (18)$$

式中,

$$D_n = \frac{b\sigma_0 k_n}{\varepsilon \varepsilon_0} \times \frac{(\varepsilon - 1)K_n(nkb) - I_n(nkb)[\varepsilon K'_n(nkR_1)/I'_n(nkR_1) - K_n(nkR_1)/I_n(nkR_1)]}{G_n} \quad (19)$$

$$G_n = nkR_2(\varepsilon - 1)^2 K'_n(nkR_2)K_n(nkR_2)/\varepsilon + nkR_2[I_n(nkR_2)K'_n(nkR_2)/\varepsilon - I'_n(nkR_2)K_n(nkR_2)] [\varepsilon K'_n(nkR_1) - K_n(nkR_1)/I_n(nkR_1)] \quad (20)$$

$$C_n = -nkR_2(1 - 1/\varepsilon)K_n(nkR_2)K'_n(nkR_2)D_n \quad (21)$$

$$C'_n = -nkR_2[I_n(nkR_2)K'_n(nkR_2)/\varepsilon - I'_n(nkR_2)K_n(nkR_2)]D_n \quad (22)$$

$$B_n = C_n + K_n(nkb) \frac{b\sigma_0 k_n}{\varepsilon \varepsilon_0} \quad (23)$$

$$B'_n = C'_n - I_n(nkb) \frac{b\sigma_0 k_n}{\varepsilon \varepsilon_0} \quad (24)$$

$$A_n = B_n + B'_n K_n(nkR_1)/I_n(nkR_1) \quad (25)$$

(3)式中的 σ_0 最终由 V_0 确定。当 $r = b - \delta$, $\varphi - kz = \pi/2$ 时, 标势 Φ_{II} 应该等于 $V_0/2$, 即

$$\sum_{n=1}^{\infty} \{B_n I_n[nk(b - \delta)] + B'_n K_n[nk(b - \delta)] \sin(n\pi/2)\} = V_0/2 \quad (26)$$

(15)–(25)式中, I, K 分别为第一类和第二类变态贝塞尔函数。

在上述摆动场的级数表达式中, 系数 $A_n, B_n, B'_n, C_n, C'_n, D_n$ 都与 k_n 成正比。 k_n 由(5)式给出。当 n 为偶数时, k_n 为零。摆动场中每一级数项代表场的一个模。摆动场是由基模 ($n = 1$) 和其它奇数高次模组成。当电子束限制在摆动器中心轴附近运动时, 它受到摆动器高次模场的影响很小, 基模场幅值随 r 的变化也很小, 都可以忽略。当 $kr \ll 1$ 时, 区域 I 中的场可以简化为

$$\mathbf{E}_I = E_0[\hat{r} \sin(\varphi - kz) + \hat{\phi} \cos(\varphi - kz)] \quad (27)$$

式中, $E_0 = kA_1/2$ 。很显然, 它代表一个圆极化摆动场。

3. 静电摆动场的幅值

静电摆动场是由具有一定电位差的一对螺旋线导体产生的。它的场强在 I 区中不能超过真空中的火花放电场强 E_b , 在介质中不能超过介质的电介质强度 E_{bd} , 否则将发生火花放电或介质击穿, 损坏摆动器。在图 1 所示的静电摆动器中, 如果介质的电介质强度 E_{bd} 很大, 当 V_0 增加时, I 区中的场强将超过 E_b 。I 区中场强最大的地方在 $r = R_1$, $\varphi - kz = \pi/2 + 2l\pi$ 。要保证安全工作, 这里的电场强度应小于 E_b :

$$|\mathbf{E}_I| \Big|_{\substack{r=R_1 \\ \varphi - kz = 2l\pi + \pi/2}} \Big| \sum_{n=1}^{\infty} A_n nk I'_n(nkR_1) \sin(n\pi/2) \Big| < E_b \quad (28)$$

由(28)和(26)式, 结合(19)–(25)式, 可以得到加在摆动器两导体上的电压限制。介质中的电场强度在 $r = b - \delta$, $\varphi - kz = 2l\pi + \pi/2$ 处最大, 为

$$|\mathbf{E}_{II}| \Big|_{\substack{r=b-\delta \\ \varphi - kz = 2l\pi + \pi/2}} \Big| \sum_{n=1}^{\infty} B_n nk I'_n[nk(b - \delta)] \sin(n\pi/2) + \sum_{n=1}^{\infty} B'_n nk K'_n[nk(b - \delta)] \sin(n\pi/2) \Big| \quad (29)$$

许多介质, 如石英玻璃、聚四氟乙烯、聚苯乙烯、氮化硼等都有很高的电介质强度。其中有的已经用在切伦科夫自由电子激光实验研究中^[10,11]。表 1 是以聚苯乙烯为例计算出来的摆动场在中心轴上的最大幅值以及对对应条件下介质中的最大场强。聚苯乙烯的介电常数为 2.53^[12], 电介质强度为 $6 \times 10^3 \text{V/m}$ ^[13], 真空中的击穿场强为 $4 \times 10^7 \text{V/m}$ ^[13]。

由表 1 可知, 周期为 3cm, 没有介质筒的静电摆动器可以产生幅值为 $1.1 \times 10^6 \text{V/m}$ 的摆动场; 而使用介质筒后, 幅值可以提高到 $2.5 \times 10^7 \text{V/m}$ 。可见, 使用介质筒可以有效地提高摆动场的幅值。

这种静电摆动器还可以产生周期比较短的摆动场。表 1 中当 $L = 0.5 \text{cm}$ 时, 摆动场的幅值仍可以达到 $1.5 \times 10^7 \text{V/m}$ 。这种短周期摆动场, 可以使用能量比较低的电子束产生频率较高的相干辐射, 对于自由电子激光实际应用的研究是很有价值的。

表 1 静电摆动场的最大幅值

摆动器周期 L (cm)	介质筒内半径 R_1 (cm)	螺旋半径 b (cm)	介质筒外半径 R_2 (cm)	导线半径 δ (mm)	介质介电常数 ϵ	摆动场最大幅值 E_0 (V/m)	电介质最大场强 (V/m)
3	1.9	2	2.1	1	1	1.1×10^6	—
3	0.5	1	2	3	2.53	2.5×10^7	8×10^7
0.5	0.2	0.4	1	0.5	2.53	1.5×10^7	3.2×10^8

4. 结论

本文提出了一种静电摆动器,在无限长条件下得到了摆动场的解析表达式,并对场最大幅值进行了讨论。这种摆动器结构简单,克服了电流产生的热效应,能在近轴产生幅值较大的圆极化摆动场。而且,没有电流通过导线,使我们能用较细的螺旋线产生短周期摆动场。这种摆动器自身构成介质波导,也可以使用高斯光束系统,摆动场的过渡可由改变摆动器端部半径来实现。若采用介电强度更高的适合自由电子激光要求的介质材料还能进一步提高摆动场的幅值。

本文是在刘盛纲教授的指导和帮助下完成的,与何一平和蒋华北等同志进行过有益的讨论,在此一并表示感谢。

参 考 文 献

- [1] 刘盛纲,相对论电子学,科学出版社,1987年。
- [2] H. P. Freund, S. Johnston, P. Sprangle. *IEEE J. of QE.*, **QE-19**(1983), 322.
- [3] Y. Z. Yin, R. J. Ying, G. Bekefi, *IEEE J. of QE.*, **QE-23**(1987), 1610.
- [4] J. Fajans, G. Bekefi, *Phys. Fluids*, **29**(1986), 3461.
- [5] T. J. Orzechowski, W. W. Destler, *IEEE J. of QE.*, **QE-21** (1985), 831.
- [6] R. Chojnacki, W. W. Destler. *IEEE J. of QE.*, **QE-23**(1987), 1605.
- [7] A. Gover, P. Sprangle, *IEEE J. of QE.*, **QE-17**(1981), 1196.
- [8] A. Gover, *Appl. Phys.*, **23**(1980), 295.
- [9] G. Bekefi, R. E. Shefer, *J. Appl. Phys.*, **50**(1979), 5158.
- [10] H. Lashinsky, *J. Appl. Phys.*, **27**(1956), 631.
- [11] S. V. Laven, et al., *Appl. Phys. Lett.*, **41**(1982), 408.
- [12] L. J. Giacoletto, *Electronics Designers' Handbook*, McGraw-Hill Book Company, New York, (1977), pp. 2-46.
- [13] S. Whitehead, *Dielectric Breakdown of Solids*, Oxford University Press, (1951), p. 75.

AN ELECTROSTATIC FREE-ELECTRON LASER WIGGLER

Wang Qingyuan

(University of Electronic Science and Technology, Chengdu)

Abstract An electrostatic wiggler FEL can use an electrostatic wiggler instead of a magnetostic wiggler to generate coherent radiations. A new kind of electrostatic wiggler is presented and studied. The results show that a circularly-polarized electrostatic wiggler field with a period from 3 cm to 5 mm and a relatively large amplitude is available. It is sure that this wiggler will further promote the studies of FELs.

Key words Laser; Free-electron laser; Electrostatic wiggler