

## 故障验证体系的可诊性理论<sup>1</sup>

杨祖樱 张志涌

(福州大学电气系 福州 350002)

**摘要** 本文首先通过 Voronoi 超球面描述了故障验证方法体系中全部特征子阵的最近邻关系, 再通过摄动理论分析了测量电压变化阵  $k$  维最大方向能量子空间的酉基阵对故障特征子阵的偏差干扰角。然后在此基础上讨论了故障验证方法体系可诊性问题, 导出了该方法体系在诊断模拟电路故障时的可诊充要条件, 并据可诊性质对诊断问题进行了分类界定。

**关键词** 模拟电路, 故障诊断, 故障验证, 可诊性, 诊断模型

**中图分类号** TN062

### 1 引言

故障验证是诊断模拟电路软故障的两大基本方法体系之一<sup>[1,2]</sup>。其故障诊断方程的基本形式是

$$M = Z_{mb0}J_b + \Phi, \quad (1)$$

式中  $Z_{mb0} \in C^{m \times b}$  仅取决于网络标称数据和拓扑结构;  $\Phi$  是由容差引起的对可及点测量电压差  $M \in C^{m \times l}$  的干扰,  $l$  是独立激励次数;  $J_b \in C^{b \times l}$  是等效故障支路电流。当故障数  $k$  有限时,  $J_b$  只有  $k$  个非全零行, 且它们的编号就是对应的故障支路编号。

故障验证法虽然得到了发展<sup>[1,2]</sup>。但仍有一系列令人困惑的问题, 如: (1) 为什么验证法在诊断容差电路故障时远不象它诊断无容差电路故障那样有效? (2) 为什么验证法在诊断不同容差故障电路时, 其准确性之优劣有极大的差别? (3) 为什么在验证法中时有发生“漏诊”、“误诊”、“多诊”? 又为什么迄今找不到一种准则能杜绝这些诊断错误的发生? 这表明, 故障验证体系的可诊性研究中存在理论空白。该研究的难点是: 怎样能统一地揭示  $Z_{mb0}$  各子阵  $Z_i$  之间;  $M$  与  $Z_i$ ,  $\Phi$  之间的相互关系。这正是本文要讨论的内容。

### 2 Voronoi 超球面

定义子阵  $Z_i, Z_j (i, j)$  之间的夹角  $\theta_{ij}$  为<sup>[3]</sup>

$$\theta_{ij} = \arcsin \|\sin \Theta(Z_i, Z_j)\|_2 = \arcsin [1 - \sigma_{\min}^2(X_i^* X_j)]^{1/2}. \quad (2)$$

在此,  $X_i, X_j$  分别是  $Z_i, Z_j$  的酉基阵。  $\sigma_{\min}(X_i^* X_j)$  是阵  $(X_i^* X_j)$  的最小奇异值。

<sup>1</sup> 1995-02-06 收到, 1995-07-07 定稿  
国家自然科学基金资助课题

$\theta_{ij}$  是一个距离度量<sup>[4]</sup>。它描述各子阵间的远近。据 (2) 式定义,  $\theta_{ij}$  有以下性质: (1)  $0 \leq \theta_{ij} \leq 90^\circ$ 。(2)  $\theta_{ij} = 0 \iff Z_i, Z_j$  重合。(3)  $\theta_{ij} = 90^\circ \iff Z_i, Z_j$  至少有一维相互垂直。

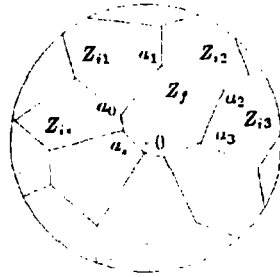


图 1 Voronoi 超球面

在 Grassmann 流型中, 记  $Z_{mb0}$  的  $k$  维子阵  $Z_f$  的最邻近子阵是  $Z_{i1}, Z_{i2}, \dots, Z_{is}$ , 则总可以作出如图 (1) 的包容  $Z_f$  子阵的球面多边形  $V(Z_f)$

$$V(Z_f) = \cap H_f(Z_f, Z_{ij}), \quad (j = 1, 2, \dots, s). \quad (3)$$

图中  $0a_0a_10, \dots, 0a_s a_00$  分别是  $\theta_{f i_1}, \dots, \theta_{f i_s}$  的角平分垂面, 而  $a_0 a_1, \dots, a_s a_0$  分别是这些角平分垂面与单位球面的交线。  $H_f(Z_f, Z_{ij})$  是  $Z_f, Z_{ij}$  之间夹角平分垂面分割的包含  $Z_f$  的那半球面,  $V(Z_f)$  则是所有这些半球面的交。

因  $V(Z_f)$  与平面 Voronoi 多边形<sup>[5]</sup> 相似, 本文称之为 Voronoi 球面多边形。它具有以下重要性质: (1) 线  $a_{j-1} a_j (j = 1, 2, \dots, s)$  上任何一点与  $Z_f, Z_{ij} (j = 1, 2, \dots, s)$  的距离相等。(2) 多边形  $V(Z_f)$  任何一个角顶点  $a_j$  与它最近邻的三个子阵等距, 且不超过  $55^\circ$ 。(3) 多边形  $V(Z_f)$  内点与  $Z_f$  的距离一定小于它与其他任何  $Z_i$  的距离。

对于  $Z_{mb0}$  的  $n_k = C_b^k$  个子阵中的每个  $Z_i$  都可以作相应的  $V(Z_i)$ 。这  $V(Z_i) (\forall i)$  全体便构成 Voronoi 超球面, 记为  $\text{Vor}(Z)$ 。从理论上讲, 只要  $Z_{mb0}$  给定,  $\text{Vor}(Z)$  便可借计算几何画出。但画高维  $\text{Vor}(Z)$  本身就是计算几何十分不平凡的研究课题。幸运的是, 在故障诊断中, 并非必画  $\text{Vor}(Z)$ 。重要的是, 通过  $\text{Vor}(Z)$  了解  $Z_{mb0}$  特征子阵集  $Z_i (i = 1, \dots, n_k)$  的全部邻近信息, 和对可诊性研究所起的重要作用。为此, 作如下说明:

(1) 整个  $\text{Vor}(Z)$  是关于球心对称的。

(2) 分割整个超球面的多边形的对数仅取决于网络的拓扑结构。多边形总对数小于  $n_k$ , 仅发生在某  $Z_i$  与  $Z_j (i \neq j)$  重合时。此时,  $Z_{mb0}$  的全局列秩小于  $(k+1)$ 。

(3) 多边形的相对大小不仅依赖于网络的拓扑结构, 而且受元件标称值的严重影响。

(4) 最大最小角  $\text{Max Min } [\theta_{ij}, \forall i, j]$  将随比值  $n_k/m$  的增大而减小。

### 3 偏差干扰角和诊断问题分类特征

(1) 式是由以下三个基本方程的不同组合而得到的。

$$U_0(s) = Y_0^{-1}(s)J(s), \quad (4)$$

$$U(s) = [Y_0(s) + dY(s)]^{-1}J(s), \quad (5)$$

$$U_f(s) = [Y_0(s) + dY(s) + \Delta Y(s)]^{-1}J(s), \quad (6)$$

式中  $s$  记号, 表示它们既适用于静态又适用于稳态。但以下为表述简洁将省略  $s$ 。

若故障前被诊电路正常工作时的可及点电压  $U$  已知, 应优先用 [(5) 式-(6) 式] 得

$$\Delta U_{fm1} = (Z_{mb0} - Z_{mb0}dY\bar{Z}_{bb})\Delta Y_b Z_{fbm} J_m. \quad (7)$$

此时, (1) 式中各量分别是

$$M = \Delta U_{fm1} = U - U_f; \quad J_b = \Delta Y_b Z_{fbm} J_m; \quad \Phi = -Z_{mb0}dY\bar{Z}_{bb}\Delta Y_b Z_{fbm} J_m. \quad (8)$$

当故障前被诊电路正常工作可及点电压不可得时, 才不得不用 [(4) 式-(6) 式] 得

$$\Delta U_{fm2} = Z_{mb0}\Delta Y_b\bar{Z}_{bm} J_m - \bar{Z}_{mb}dY Z_{fbm} J_m, \quad (9)$$

这时, (1) 式中各量为

$$M = \Delta U_{fm2} = U_0 - U_f; \quad J_b = \Delta Y_b\bar{Z}_{bm} J_m; \quad \Phi = -\bar{Z}_{mb}dY Z_{fbm} J_m \quad (10)$$

无容差时, 因为元件偏差阵  $dY \equiv 0$ , 上述 (7)、(9) 式退化为同一个表达式

$$M = \Delta U_{fm0} = Z_{mb0}\Delta Y_b\bar{Z}_{bm} J_m. \quad (11)$$

设  $k$  故障对应的子阵为  $Z_f$ , 则 (7) 和 (9) 式中,  $M$  的  $k$  维最大方向量子空间  $S_{Mk}$  的西基阵<sup>[6]</sup>  $U_M$  与  $Z_f$  的夹角, 即偏差干扰角, 分别为

$$\theta_{mf1} = \arcsin \|(U_Z^\perp)^* dZ V_Z D_Z^{-1}\|_2, \quad (12)$$

$$\theta_{mf2} = \arcsin \|(U_Z^\perp)^* \Phi V_M D_M^{-1}\|_2, \quad (13)$$

式中  $U_Z, D_Z, V_Z$  是阵  $Z_f$  的奇异值分解三对组<sup>[3]</sup>;  $U_M, D_M, V_M$  是  $S_{Mk}$  中的奇异值三对组<sup>[6]</sup>; 符号  $\perp$  表示相应矩阵的正交补;  $d_Z = Z_{mb0}dY\bar{Z}_{bk}$ 。

偏差干扰角  $\theta_{mf}$  表征了, 在干扰  $\Phi$  影响下, 测量数据的  $U_M$  偏离故障特征子阵  $Z_f$  的情况。根据  $\theta_{mf}$  相对 Voronoi 超球面的不同表现, 可把故障诊断问题分为三类:

(1) 无容差故障诊断问题

无容差时, (12) 和 (13) 式都为零。此时, 不管故障大小和位置,  $U_M$  总与  $Z_f$  重合。这一重要特征的意义在于: (a) 仅运用秩代数就可检查出与  $U_M$  一致的  $Z_f$ , 从而实现故障定位。(b) 故障可诊性问题退化为  $Z_{mb0}$  的全局列秩是否为  $(k+1)$  的问题。

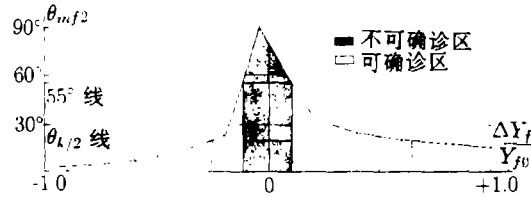


图2 偏差干扰角随相对故障取值不同而变化的曲线

### (2) 第一类容差故障诊断问题

这类问题的诊断方程是(7)式。偏差干扰角是 $\theta_{mf1}$ 。特点是：(a)  $\theta_{mf1} \neq 0$  (以概率1)。 (b)  $\theta_{mf1}$  与  $Z, dZ$  有关，与故障的大小无关。 (c) 几乎总有  $\|(U_{\frac{1}{2}})^* dZ V_Z D_Z^{-1}\|_2 < \delta$ ，在此  $\delta$  是相对容差<sup>[7]</sup>。

这些特点表明：在这类问题中，容差的存在使  $U_M$  以概率1 偏离于故障特征子阵  $Z_f$ ，所以秩代数将不能有效地定位故障；但不管故障大小如何，只要元件相对容差不很大，那么  $U_M$  偏离  $Z_f$  的角度总不会很大（如  $\delta = 5\%$  时， $\theta_{mf1} \leq \arcsin 0.05 = 3^\circ$ ）；只要  $V(Z_f)$  不很小（即  $Z_f$  离  $V(Z_f)$  边界的最近距离不小于  $3^\circ$ ），则  $U_M$  总落在  $V(Z_f)$  中。

### (3) 第二类容差故障诊断问题

这类问题的诊断方程是(9)式。它的偏差干扰角  $\theta_{mf2}$  的特点是：(a)  $\theta_{mf2} \neq 0$  (以概率1)。 (b) (13) 式中的  $D_M$  直接受故障大小的影响。因此， $\theta_{mf2}$  不仅与故障位置有关，而且与故障的大小有关。随相对故障值的减小， $\theta_{mf2}$  将逐渐张大，向  $90^\circ$  靠近。这对此类问题的可诊性将有严重的坏影响。图(2) 示意画出了单故障从负向正取值时， $\theta_{mf2}$  的数值变化曲线。图中， $\theta_k = \text{Min}[\theta_{ij}, \forall_{ij}]$ ，其意义详见文献[8]。

## 4 可诊条件

有了前两节的准备，就可用 Voronoi 以统一的形式写出如下的故障可诊的充要条件。

**定理1** 对于任何模拟电路，不管其元件带容差与否，用验证法诊断  $k$  故障，可诊的充分必要条件是：(1) 该电路的 Voronoi 超球面一定是由  $n_k$  对多边形组成。(2) 对于任何故障特征子阵  $Z_f$  ( $f = 1, \dots, nk$ )，不管故障值的大小，要且只要其生成的测量电压变化阵的  $k$  维最大方向量子空间的酉基阵  $U_M$  在多边形  $V(Z_f)$  中。

这定理的条件(1) 限定  $Z_{mbo}$  的全局列秩为  $(k+1)$ 。这是故障可诊的必要条件。

元件无容差时， $\theta_{mf0} \equiv 0$ ，定理的条件(2) 会自然满足。否则，条件(2) 的能否满足，取决于多边形  $V(Z_f)$  和偏差干扰角  $\theta_{mf}$  的相对大小。

**推论1** 在无容差故障电路中，不管  $k$  故障的位置和大小如何，要且只要  $Z_{mbo}$  的全局列秩为  $(k+1)$ ，那么这  $k$  故障的位置就可由测量电压变化阵的  $U_M$  准确、唯一的确定。

**推论2** 在第一类容差故障诊断问题中，设元件相对容差为  $\delta$ ，则不管  $k$  故障的大小如何，要且只要 Voronoi 超球面的  $n_k$  对多边形都足够大，即  $Z_f(\forall)$  到包围它的  $V(Z_f)$  边界

的距离不小于  $\arcsin\delta$ , 则这  $k$  故障的位置便可由  $U_M$  准确、唯一的确定。

然而, 无容差问题和第一类容差问题的良好可诊性在第二类容差故障问题中不复存在。根据  $V(Z_f)$  的性质 (2) 和节 3 分析可知, 在第二类问题中, 总存在一些故障取值使  $U_M$  与  $Z_f$  的距离超过  $55^\circ$ , 也就是使  $Z_f$  所生成的  $U_M$  落在  $V(Z_f)$  多边形之外。一旦此情况发生, 那时与  $U_M$  最靠近的将不是  $Z_f$ 。此时, 若以  $U_M$  为参照利用最小角度准则去定位故障, 那必然错误; 而若以  $U_M$  为参照利用角度阈值判断故障所在, 则或因阈值取得较小时而误判为无故障或诊错位置, 或因阈值取得较大而只能确定出多个故障候选位置。把此归纳为:

**推论 3** 在第二类容差故障诊断问题中, 总存在某些故障取值使测量电压变化阵的  $U_M$  落在  $V(Z_f)$  之外, 而使这  $k$  故障无法根据  $U_M$  用验证法准确、唯一的定位。

当然, 采用不同的距离度量, 不可诊的故障取值范围亦会有所不同。但只要是采用故障验证法, 那么不论采用什么度量, 不论采用什么准则, 推论 3 的结论不会改变。较好的度量和准则可使不可诊的故障取值范围较小, 且能给出诊断结果可信度指示。

## 5 结束语

可诊性在故障诊断中的基础地位, 决定了本文所提概念和理论对其他课题的影响。

例如, 本文对第一类诊断问题的界定和分析直接向人们表明: (1) 充分利用被诊电路正常工作数据, 可从根本上改善容差故障电路的可诊性。(2) 对于这类问题, 基于最小夹角提出的反投影法<sup>[9]</sup>, 将能简捷准确地定位故障; 而不必使用以往文献建议的更为复杂的非线性迭代估计和其他修正算法, 在此它们不但费事而且结果也不会更好<sup>[9,10]</sup>。

又如, 对于另一个重要的可及点选择问题, 本文分析表明: (1) 第一类问题中的可及点选择原则与无容差情况相近。(2) 第二类问题中, 可及点选择与超球面  $\text{Vor}(z)$  的最大最小角、可诊充要条件关系密切。

## 参 考 文 献

- [1] Bandler J W, Salama A E. Proc. IEEE, 1985, 73(8): 1279-1325.
- [2] Liu R W (ed.). Testing and Diagnosis of Analog Circuits and Systems, New York: Van Nostrand Reinhold, 1991, 1-35.
- [3] Golub G, Van Loan C F. Matrix Computations, Baltimore: Johns Hopkins Univ. Press, 1983, 428-431.
- [4] Stewart G W. SIAM Review, 1971, 15(4): 727-764.
- [5] 普雷帕拉塔 E P, 沙莫斯 M I, 庄心谷译. 计算几何导论, 北京: 科学出版社, 1990, 232-277.
- [6] 张志涌, 杨祖樱. 通信学报, 1993, 14(3): 5-12.
- [7] 张志涌, 杨祖樱. 福州大学学报, 1993, 21(5): 305-311.
- [8] 张志涌, 杨祖樱. 电子科学学刊, 1994, 16(6): 598-604.
- [9] 张志涌, 杨祖樱. 通信学报, 1994, 15(4): 21-28.

[10] 张志涌, 杨祖樱. 电子学报, 1994, 22(8): 109-110.

## DIAGNOSABILITY THEORIES IN VERIFICATION TECHNIQUES FOR ANALOG FAULT DIAGNOSIS WITH TORALENCE

Yang Zuying     Zhang Zhiyong

*(Department of Electrical Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350002)*

**Abstract** This paper describes all nearest-neighbors relations of feature submatrices in fault verification techniques with a Voronoi hypersphere, analyses deviation disturbance angles between the feature submatrices and an unitary basis submatrix of the  $k$ -dimension maximal orientation-energy subspace of a measured voltage-change matrix through disturbance theories. Based on the above, the paper proposes novel diagnosability theories for the system of fault verification techniques, derives a necessary and sufficient diagnosability condition in verification techniques for analog fault diagnosis under toralence disturbance. In addition, the paper classifies diagnosis problems with the revealed diagnosability.

**Key words** Analog circuits, Fault diagnosis, Fault verification, Testability, Pattern recognition

杨祖樱：女，1943年生，副教授，现从事网络分析、故障诊断的研究工作。

张志涌：男，1944年生，研究员，现从事系统辨识、故障诊断、控制及仿真研究工作。