传输线的随机建模及瞬态响应数值实验分析

 张
 瑛
 Janet M. Wang
 肖
 亮
 吴慧中

 (南京理工大学计算机科学与技术系
 南京 210094)

 (亚利桑那大学电子工程系
 Arizona AZ8742)

摘 要 该文考虑集成电路制造过程中传输线制造工艺参数随机扰动对传输线传输性能的影响,建立了传输线的随 机模型,针对该模型提出了基于蒙特卡洛法的传输线瞬态响应统计分析方法。统计分析中采用精细积分算法求解 传输线样本瞬态响应,并对模型输出的正态性进行偏度-峰度检验,给出了最差情况估计。试验结果表明该文提出 的传输线随机模型及统计分析方法可以对传输线的传输性能进行有效的评估,对于传输线制造过程的控制及优化 有着重要意义。

关键词 传输线方程,随机建模,瞬态响应,蒙特卡洛法 中图分类号:TN811,TN47 文献标识码:A

文章编号:1009-5896(2006)08-1516-05

Stochastic Modeling for Transmission Lines and Numerical Experimental Analysis for Transient Simulation

 Zhang Ying
 Janet M. Wang
 Xiao Liang
 Wu Hui-zhong

 (Department of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)
 (Department of Electrical and Computer Engineering, College of Engineering and Mines,

the University of Arizona, Arizona AZ8742, USA)

Abstract The random perturbation of technological parameters is always existent during manufacturing, which has a definite impact on transmission performance of transmission lines. Considering the impact the stochastic model for transmission lines is proposed, and Monte Carlo method based statistical analysis method for transient simulation is presented. During the analysis process the precise integration algorithm is used to solve the transient simulation of each transmission line sample, and Jarque-Bera test is made for the normality of the model's output, finally the worst-case estimation is given. Experimental results demonstrate that the proposed stochastic model and the statistical analysis method can evaluate the transmission performance of transmission lines effectively, and have great significance for the control and optimization of transmission lines' fabrication process.

Key words Transmission line equation, Stochastic modeling, Transient simulation, Monte Carlo method

1 引言

随着当前亚微米及深亚微米技术的高速发展,超大规模 集成电路(VLSI)的特征尺寸已小至 0.13~0.08 µm, 传输线寄 生耦合效应的存在使得电路系统性能更加难于预测,因此传 输线的性能分析对于集成电路(IC)制造具有重要意义。

传输线性能的分析主要分为两步:首先进行传输线分布 参数的提取,然后将分布参数代入传输线方程进行传输线传 输性能的分析。鉴于目前传输线结构的复杂性,其分布参数 的解析解一般很难得到,通常采用数值方法进行参数提取。 常用的数值方法包括有限差分法,有限元法,边界元法等等, 目前有不少文章对参数提取方法进行了改进,并提出了很多 新方法^[1-5],使得传输线分布参数的提取更加快速准确。传输 线的瞬态响应是分析传输线传输性能的重要手段,有了分布 参数即可进行传输线的瞬态响应分析。目前一般认为传输线 的分布参数沿线均匀分布(即均匀传输线)或者是对长度坐标

2004-12-13 收到,2005-05-23 改回

变量满足一定的函数关系(即非均匀传输线),因此将分布参数代入到传输线电报方程,求解后即可得到传输线各处的状态物理量。

随着半导体制造工艺和技术的提高,器件尺寸的持续减 小,而刻蚀、注入等工艺步骤的扰动并没有相应的减小,因 而集成电路特性对工艺扰动的灵敏度在增加^[6]。同样的问题 也存在于传输线的制造过程中,电路设计者需要知道制造工 艺参数产生的扰动对传输线传输性能的影响,因此有必要对 传输线的传输性能进行估计与预测^[7-9]。

针对上述问题,本文考虑工艺参数扰动对传输线分布参数的影响,将传输线沿线的分布参数看做一个随机过程,首次提出传输线的随机模型,并采用蒙特卡洛法对该传输线随机模型的瞬态响应进行数值实验仿真与分析。

2 传输线随机模型的提出

目前随着集成电路集成度的的不断提高,集成电路中传 输线的寄生耦合效应已不能被忽略,从而形成分布参数电 路。设传输线的电容、电感、电导和电阻分布参数分别为 *C*(*z*),*L*(*z*),*G*(*z*)和*R*(*z*),其中*z*为传输线长度坐标,于是有 经典的时域电报方程

$$-\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = R(z)i(z,t) + L(z)\frac{\partial i(z,t)}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = G(z)u(z,t) + C(z)\frac{\partial u(z,t)}{\partial t}$$
(1)

其复频域形式为

$$-\frac{\partial u(z,s)}{\partial z} = R(z)i(z,t) + sL(z)i(z,s)$$

$$-\frac{\partial i(z,s)}{\partial z} = G(z)u(z,t) + sC(z)u(z,s)$$
(2)

均匀传输线时 C(z), L(z), G(z) 和 R(z) 为常量。

传输线的分布参数由传输线内导体形状与尺寸以及介 质的材料与分布等工艺参数决定,在生产过程中这些工艺参 数不可避免地会产生一些随机扰动,目前所考虑的模型都将 这些随机扰动所引起的分布参数的偏差忽略掉了。但随着传 输线的尺寸越来越小,而工艺步骤的扰动并没有相应的减 小,这些偏差就有必要给予足够的重视。下面举一例来说明 该问题。

图 1 所示微带传输线(长度单位:mil),用测度不变方程法 (MEI)^[3]进行电容分布参数提取。当导体截面尺寸无偏差时其 电容参数为1.61613pF/inch,当右导体向上下左右 4 个方向 均产生 0.05mil 的偏差时电容参数为1.72280pF/inch,与尺寸 无偏差情况相比误差达到 6.6%,这还尚未考虑另一个导体 的尺寸以及介质因素等的随机扰动。因此对传输线传输特性 的分析有必要考虑这些工艺参数的随机扰动对传输线性能 的影响。

考虑分布参数沿传输线的扰动 , 则传输线方程形式变为

$$-\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = \tilde{R}(z)i(z,t) + \tilde{L}(z)\frac{\partial i(z,t)}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = \tilde{G}(z)u(z,t) + \tilde{C}(z)\frac{\partial u(z,t)}{\partial t}$$
(3)

其中 $\tilde{G}(z) = G(z) + X_G(z), R(z) = R(z) + X_R(z)$, $\tilde{C}(z) = C(z)$ + $X_C(z), \tilde{L}(z) = L(z) + X_L(z)$ 。这里R(z), L(z), G(z), C(z)为由 传输线工艺参数的标称值得到的分布参数标称值, $X_R(z), X_L(z), X_G(z), X_C(z)$ 为传输线工艺步骤的扰动所导致 的分布参数偏差,是关于z的随机过程。式(3)即为传输线的 时域随机模型。



图 1 传输线中的导体尺寸发生随机偏差

Fig.1 The conductor with random size variation in the line

将式(3)转换到复频域可得到复频域随机模型:

$$-\frac{\partial u(z,s)}{\partial z} = \tilde{R}(z)i(z,s) + s\tilde{L}(z)i(z,s) -\frac{\partial i(z,s)}{\partial z} = \tilde{G}(z)u(z,s) + s\tilde{C}(z)u(z,s)$$

$$(4)$$

若为多传输线系统 ,则模型式(3) ,式(4)中各随机变量相应改 为向量形式即可。

若将传输线看作一个控制系统,则由于其工艺参数的随 机扰动使得该系统成为一个随机系统,对于确定的输入信号 其输出(传输线远端和近端电压电流均视为输出)成为随机信 号,于是可表述成图2的系统模型。

考虑到生产过程的实际情况,设 $X_R(z), X_L(z), X_G(z), X_C(z)$,为宽平稳的高斯随机过程,于是得到

$$-\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = (R(z) + W_R(z))i(z,t) + (L(z) + W_L(z))\frac{\partial i(z,t)}{\partial t} -\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = (G(z) + W_G(z))u(z,t) + (C(z) + W_C(z))\frac{\partial u(z,t)}{\partial t}$$
(5)

其中 $W_R(z), W_L(z), W_G(z), W_C(z)$ 为宽平稳的高斯随机过程。



Fig.2 The stochastic model of transmission lines

3 蒙特卡洛法分析随机模型的瞬态响应

通过传输线的随机模型式(3)和式(4)可以对传输线的传 输性能如延时、串扰、瞬态响应等等进行统计分析。本文通 过蒙特卡洛(Monte Carlo)法对高斯偏差情况下传输线随机模 型式(5)的瞬态响应进行仿真,并与经典的未考虑工艺参数扰 动的传输线模型式(1)的输出进行比较分析。

蒙特卡洛法也称为随机模拟(Random simulation)法,有时也称为随机抽样(Random sampling)技术或统计实验 (Statistical testing)法,是统计数学的一个分支,利用随机数 进行统计实验,将求得的统计特征值作为被研究问题的近似 解^[12]。采用蒙特卡洛法对传输线随机模型进行瞬态响应的数 值仿真与分析分为4个步骤:(1)产生传输线随机样本;(2) 每个传输线样本的瞬态响应数值求解;(3)对传输线样本的 瞬态响应数值结果进行统计分析;(4)利用统计分析结果对 传输线性能进行评估。

3.1 瞬态响应数值求解

仿真流程中传输线样本的瞬态响应求解与经典的传输 线模型式(1)的求解相同,目前已有较多的数值方法^[13-17]。 本文采用电流电压间隔取点的精细积分算法^[16-18]。对传输 线进行空间离散,将传输线分为 2*M*-1 等份,步长 $\Delta x = l/(2M-1)$,设某一传输线样本在各个离散点的分布参 数为 $\tilde{C}_i, \tilde{L}_i, \tilde{G}_i, \tilde{R}_i, i = 1, \dots, 2M$,电流电压采用空间间隔取点并 (6)

0

 L_{2M-1}^{-1}

进行差分,而保留对时间的解析形式,结合边界条件,于是 得到关于各个离散点上电流电压关于时间的常微分方程组:

 $\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} = \tilde{H}X + \tilde{F}$

具甲
$$X = (i_0(t), i_1(t), \dots, i_{M-1}(t), v_1(t), v_2(t), \dots, v_M(t))^{-1}$$
,

$$\tilde{\boldsymbol{H}} = \begin{bmatrix} -\tilde{L}_{1}^{-1}\tilde{R}_{1} & 0 & -\frac{1}{\Delta x}\tilde{L}_{1}^{-1} & 0 \\ & -\tilde{L}_{3}^{-1}\tilde{R}_{3} & & \frac{1}{2\Delta x}\tilde{L}_{3}^{-1} & -\frac{1}{2\Delta x}\tilde{L}_{3}^{-1} \\ & & \ddots & & \ddots \\ 0 & & -\tilde{L}_{2M-1}^{-1}\tilde{R}_{2M-1} & 0 & & \frac{1}{2\Delta x}\tilde{L}_{2M-1}^{-1} & -\frac{1}{2\Delta x}\tilde{L}_{2M}^{-1} \\ \frac{1}{2\Delta x}\tilde{C}_{2}^{-1} & -\frac{1}{2\Delta x}\tilde{C}_{2}^{-1} & 0 & -\tilde{C}_{2}^{-1}\tilde{G}_{2} & 0 \\ & \ddots & \ddots & & -\tilde{C}_{4}^{-1}\tilde{G}_{4} \\ & & & \frac{1}{2\Delta x}\tilde{C}_{2(M-1)}^{-1} & -\frac{1}{2\Delta x}\tilde{C}_{2(M-1)}^{-1} & & \ddots \\ 0 & & & & \frac{1}{\Delta x}\tilde{C}_{2M}^{-1} & 0 & -\tilde{C}_{2}^{-1}\tilde{G}_{2M} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{F} = \left(\frac{1}{\Delta x}\tilde{L}^{-1}v_0(t), \cdots, \frac{1}{\Delta x}\tilde{C}^{-1}i_m(t)\right)^{\mathrm{T}} \circ$$

采用精细积分算法求解式(6)即可得到该传输线样本的 瞬态响应。

3.2 偏度-峰度检验

在对随机模型式(5)的输出信号进行分析时,估计出输出 随机信号的概率分布类型对于模型的分析是很有意义的。本 文采用偏度-峰度(Jarque-Bera)检验对输出信号的正态性进 行检验。

定义随机变量 x 的偏度和峰度分别为 x 的标准化变量 $[x - E(x)]/\sqrt{D(x)}$ 的三阶中心矩和四阶中心矩:

$$v_{1} = E\left[\left(\frac{x - E(x)}{\sqrt{D(x)}}\right)^{3}\right] = \frac{E\left[(x - E(x))^{3}\right]}{(D(x))^{3/2}}$$

$$v_{2} = E\left[\left(\frac{x - E(x)}{\sqrt{D(x)}}\right)^{4}\right] = \frac{E\left[(x - E(x))^{4}\right]}{(D(x))^{2}}$$
(7)

定义样本偏度和样本峰度分别为

$$g_1 = B_3 / B_2^{3/2}, \quad g_2 = B_4 / B_2^2$$
 (8)

其中 $B_k, k = 2, 3, 4$ 为样本的 k 阶中心矩。样本偏度和峰度 g1,g2分别依概率收敛于总体偏度和峰度 v1,v2。

设样本个数为 n , 对于假设 H₀: x 为正态总体 , 取统计 量:

$$u_1 = g_1/\sigma_1, \quad u_2 = (g_2 - \mu_2)/\sigma_2 \tag{9}$$

其中
$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}}, \quad \sigma_2 = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}}, \quad \mu_2 = 3-6/(n+1)_{\circ}$$

设显著性水平为 α ,则 H_0 的拒绝域为

$$|u_1| \ge k_1 \vec{\mathbf{u}} ||u_2| \ge k_2 \tag{10}$$

其中 k_1 , k_2 由式子 $P_{H_0}\{|u_1| \ge k_1\} = 0.5\alpha$, $P_{H_0}\{|u_2| \ge k_2\}$

 $= 0.5\alpha$ 确定,记号 $P_{H_0}\{\cdot\}$ 表示当 H_0 为真时 $\{\cdot\}$ 的概率。

数值实验结果及分析 4

在下面的数值实验中令 V. 为传输线模型式(1)的电压输 出,令*Ṽ*,为传输线随机模型式(5)的电压输出。

例 1 图 3 所示为单根均匀传输线,其分布参数为 $R = 100\Omega/m$, G = 0S/m, L = 500 nH/m, C = 200 pF/m , 线 长1=0.3m,激励信号为一单位脉冲,上升/下降均为1.5ns, 最高电平 1V 持续时间为 4.5ns。



Fig.3 One single uniform transmission line

加在分布参数上的高斯偏差的均方差取为标称值的 5% $^{[10,11]}$,得到传输线随机模型式(5)的10个传输线的 $\tilde{V_1}, \tilde{V_2}$ 输 出电压样本如图 4。可以看到加在传输线分布参数上的高斯 偏差将导致其传输线的电压输出成为一个随机信号。以下实 验的传输线样本个数均取 2000 个。

 $\tilde{V_1}, \tilde{V_2}$ 的均值与传输线模型式(1)的输出电压信号 V_1, V_2 的比较结果如图 5, 两者基本上完全重合; $\tilde{V_1}, \tilde{V_2}$ 的方差如图 6。从图 5、图 6 容易看出 V₁, V₂ 在 V₁, V₂ 附近摆动,并且在电 压的稳定值区域摆动幅度较大。

图 7 为输出电压 V₁ 在达到峰值时刻处 V₁ 输出的直方图。 该峰值出现在 7.5ns 时刻, V_1 在该时刻的峰值为 0.6027V; $\tilde{V_1}$ 在 7.5ns 时刻输出电压的均值为 0.6032V,均方差为 0.019。

由图7可对电压输出 \tilde{V} 做高斯随机过程的假设。对 \tilde{V} 在 任一时刻的正态性进行显著性水平 $\alpha = 0.01$ 的偏度 - 峰度 (Jarque-Bera)检验,结果接受假设,因此可将 \tilde{V}_1 近似视为唯 一高斯随机过程。于是可以用 3σ 值对输出的最差情况进行 估计,如图8所示。当分布参数高斯偏差的均方差为标称值

1519

的10%时输出的最差情况估计如图9所示,显然当分布参数扰 动变大时随机模型式(5)电压输出的最差情况偏离传输线模 型(1)的理想输出更加严重。



 $k(z) = 0.25[1 + 0.6\sin(\pi z + \pi/4)],$

 $G(z) = G_m(z) = 0$

 $R(z) = 1.2(\Omega/m)$

传输线长0.08m。激励信号为一单位脉冲,上升/下降均为 1.5ns,持续时间为4.5ns。



图 10 非均匀传输线 Fig.10 Nonuniform transmission line

与例1相似我们可以做出输出电压 $\tilde{V}_1, \tilde{V}_2, \tilde{V}_3, \tilde{V}_4$ 的均值方 差分别如图11~图14所示。图15,16为输出的最差情况估计。 可以看到与例1相比同样是5%的偏差,当导线结构变得复杂 时其影响也愈加显著。



5 结束语

本文考虑在生产过程中工艺参数的扰动对传输线方程 中分布参数的影响,首次提出传输线的随机模型,并采用蒙 特卡洛法对该传输线随机模型的瞬态响应进行数值实验仿 真与分析。实验结果表明该传输线的随机模型可以对传输线 的传输性能进行有效的评估,对于采用统计的方法进行传输 线制造过程的控制及优化有着重要意义,在以后的工作中将 对本文提出的模型及其分析方法在工程中的应用做进一步 的研究。

参考文献

- Khebir A. Higher order asymptotic boundary condition for the finite element modeling of two-dimensional transmission line structures[J]. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, 1990, 38(10): 1433-1438.
- [2] Gordon R K. A finite difference approach that employs an asymptotic boundary condition on a rectangular outer boundary for modeling two-dimensional transmission line structures[J]. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, 1993, 41(8): 1280-1286.
- [3] Mei K K. Measured equation of invariance: a new concept in field computations[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1994, 42(3): 320-328.
- [4] Liu Yaowu, Lan Kang, Mei K K. Capacitance extraction for electrostatic multiconductor problems by on-surface MEI[J]. *IEEE Trans. on Advanced Packaging*, 2000, 23(3): 489-494.
- [5] Yu Wenjian, Wang Zeyi. A fast quasi-multiple medium method for 3-D BEM calculation of parasitic capacitance[J]. *Computers* & *Mathematics with Applications*, 2003, 45(12): 1883-1894.
- [6] 郝跃, 荆明娥, 马佩军. VLSI 集成电路参数成品率及优化研 究进展[J]. 电子学报, 2003, 31(12A): 1971-1974.
- [7] Mikazuki T, Matsui N. Statistical design techniques for high-speed circuit boards with correlated structure distributions[J]. *IEEE Trans. on Components Packaging and Manufacturing Technology*, 1994, 17(1): 159-165.
- [8] Oh S Y, Jung W Y, Kong J T, Lee K H. Interconnect modeling for VLSI's". Proc. Of SISPAD, Kyoto Japan, September 1999:

203-206.

- [9] Lee Joo-Hee, Lee Keun-Ho, Park Jin-Kyu, Lee Jong Bae, Park Young-Kwan, Kong Jeong-Taek, Jung Won-Young, Oh Soo-Young. An indirect extraction of interconnect technology parameters for efficient statistical interconnect modeling and its applications. Statistical Metrology, 2000 5th International Workshop on, Honolulu, HI, USA, 11 June 2000: 38-41.
- [10] Liu Ying, Pileggi Lawrence T, Strojwas Andrzej J. Model order – reduction of RC(L) interconnect including variational analysis. Design Automation Conf. New Orleans, LA. 21 – 25 June 1999: 201-206.
- [11] Wang J M, Ghanta P, Vrudhula S. Stochastic analysis of interconnect performance in the presence of process variations. IEEE/ACM International Conference on Computer Aided Design 2004, San Jose, CA USA. 2004: 880-886.
- [12] 殷显安. 实验模拟的蒙特卡洛方法[J]. 测试技术学报, 1994, 8(2): 49-51.
- [13] 徐勤卫,李征帆,陈文.一种用于模拟高速互连线瞬态响应的 高效数值方法[J]. 电子学报, 1999, 27(11): 114-116.
- [14] 李鸿儒,李征帆. 一种用于模拟高速VLSI中互连线瞬态响应
 的高效数值方法[J]. 上海交通大学学报, 2001, 35(6): 817-819, 825.
- [15] 齐磊,卢铁兵,崔翔.端接非线性负载的非均匀传输线瞬态分析[J].电波科学学报,2003,18(2):153-156.
- [16] 唐旻,马西奎.一种用于分析高速VLSI中频变互连线瞬态响应的精细积分算法[J].电子学报,2004,32(5):788-790.
- [17] 赵进全,马西奎,邱关源. 有损传输线时域响应分析的精细积 分法[J]. 微电子学, 1997, 27(3): 180-185.
- [18] 钟万勰. 暂态历程的精细计算方法[J]. 计算结构力学及其应 用, 1995, 12(1): 1-6.
- 张 瑛: 男,1980年生,博士生,研究方向为电磁场数值计算与传 输线理论研究.
- Janet M. Wang: 女, 1969年生, 博士, 现为亚利桑那大学电子工 程系副教授.
- 肖 亮: 男,1976年生,讲师,博士,研究方向为偏微分方程数 值解与小波分析.
- 吴慧中: 女,1942年生,教授,博士生导师,研究方向为虚拟现 实与系统仿真.