

基于神经网络的 ML 方向估计*

罗发龙

(清华大学自动化系, 北京 100084)

摘要 本文提出一种用于最大似然 (ML) 方向估计的神经网络模型。理论分析和模拟结果表明, 这种网络一般可以在电路的时常数数量级内给出目标方向的 ML 估计值, 而且网络结构和参数固定, 阵列阵元输入直接作为网络的输入而无需任何运算。因此这种网络非常适用于实时处理。这为实时实现目标的精确定位提供了一条新途径。

关键词 信号处理; 方向估计; 神经网络; 最大似然

一、概 述

用阵列接收数据确定空间多个信号源的到达方向是阵列信号处理研究的中心问题之一。目前已有许多的技术可以采用, 如最大似然法 (ML)^[1], 最小方差法^[2], MUSIC 法^[3]。在这些方向估计方法中, 若先验知识缺乏, 则 ML 法具有最好的估计性能。但由于 ML 法需要求解一个多变量非线性最优化问题, 计算量大得惊人, 因此很难用建立在数字计算机之上的手段来实现 ML 法。

近年来, 采用基于模拟电路的神经网络求解优化问题得到了广泛重视。这种网络具有异步并行处理、连续时间动力学、网络全局连接等特点, 网络参数一旦确定, 即可在其时常数数量级内求解优化问题。不同的优化问题可采用不同的网络模型, 正如文献[4, 5]给出的神经网络模型。

Rastogi 等人^[6]于 1987 年最早将神经网络用于方向估计。其后 Chapman 等人^[7]在此基础上做了许多工作。他们的工作出发点在于寻找目标方向和阵元输入与 Hopfield 网络的输入、输出和连接强度三者之间的映射关系。其方法是先将空间角度、目标的初相和幅度划分成许多细小等份, 每一等份由一个神经元来代表, 以其输出表示到达信号的方向。从模拟结果来看, 这种方法是有效的, 但也存在下面几个问题: (1) 网络不能保证给出全局最优解, 因此也不一定能给出准确的信号源方向; (2) 即使用模拟退火等方法能找到全局最优解, 但是从阵列的阵元输入映射到网络参数所需的运算量是很大的; 尤其是在为了提高分辨性能而将空间分得很细 (相应地, 神经元数目就很多) 的情况下, 更是如此; 这为实时处理带来了新的困难, 因此, 近年来很少有人再讨论这一方法。

前面已经指出, ML 法有好的估计性能, 实现 ML 法的困难在于它的大运算量。如果能够充分利用神经网络的高度运算能力来实时完成 ML 法所需的运算, 那么既可以保

1991.09.09 收到, 1992.03.23 定稿

* 国家自然科学基金、高等学校博士学科点专项科研基金资助课题。

证 ML 法所具有的估计性能,又能满足实时要求。基于这样的思想,本文提出一种神经网络模型,用它来完成 ML 法的运算。给出的理论分析和模拟结果表明,这种网络可以在电路的时常数数量级内给出 ML 意义下的方向估计值,而且网络结构和内部参数固定、阵列阵元输入直接作为网络的输入偏置电流而无需任何运算,因此这种网络非常适合于实时处理。

二、ML 法方向估计

1. 问题描述

设接收阵为 N 个无向阵元等距放置组成的线阵,空间有 P 个窄带平面波信号,其相对于阵列的法向角为 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p\}$, 那么在第 j 个阵元上的输出信号为

$$X_j(l) = \sum_{i=1}^P S_i(l) \cos \left[\frac{2\pi d}{\lambda} (j-1) \sin \theta_i + \varphi_i \right] + n_j(l), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中 $S_i(l)$ 为信号幅度,它是一系列未知的确定性函数, l 为快拍次数; φ_i 为第 i 个信号源到达第一个阵元时的初始相位; $n_j(l)$ 为阵元上的接收噪声,假设它是白色的且具有高斯概率密度分布,各阵元间相互独立。

在这些假设之下,我们的任务就是要如何以 M 次快拍数据 $X_j(l) (j = 1, 2, \dots, N; l = 1, 2, \dots, M)$ 估计得到空间信号源的参数 $S_i(l)$, θ_i 和 φ_i , 当然最重要的是方向角 θ_i 。

2. ML 法方向估计

从如上条件,我们可以得到有关的联合概率密度函数

$$f[X(l), l = 1, 2, \dots, M] = \prod_{l=1}^M \frac{1}{2\pi \det[\sigma_n^2]} \exp \left[-\frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{j=1}^N \left\{ X_j(l) - \sum_{i=1}^P S_i(l) \cos \left[(j-1) \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta_i + \varphi_i \right] \right\}^2 \right] \quad (2)$$

其中 $X(l) = [X_1(l), X_2(l), \dots, X_N(l)]^T$, $\det[-]$ 表示矩阵的行列式。

这样,在忽略常数项后的对数似然函数为

$$L = -MN \log N \sigma_n^2 - \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{l=1}^M \sum_{j=1}^N \left\{ X_j(l) - \sum_{i=1}^P S_i(l) \cos \left[\frac{2\pi d}{\lambda} (j-1) \sin \theta_i + \varphi_i \right] \right\}^2 \quad (3)$$

空间信号源参数的 ML 估计就是上述对数似然函数随该参数取极大值的参数值。首先我们求 σ_n^2 的 ML 估计可得

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{MN} \sum_{l=1}^M \sum_{j=1}^N \left\{ X_j(l) - \sum_{i=1}^P S_i(l) \cos \left[\frac{2\pi d}{\lambda} (j-1) \sin \theta_i + \varphi_i \right] \right\}^2$$

更进一步,我们可以得到关于参数 $\{\theta_i, \varphi_i, i = 1, 2, \dots, P\}$ 和 $S_i(l) \{i = 1, 2, \dots, P; l =$

1, 2, \dots, M) 的对数似然函数为(忽略常数项)

$$L[\theta_i, \varphi_i, S_i(l), i = 1, 2, \dots, P; l = 1, 2, \dots, M]$$

$$= -MN \log \left\{ \frac{1}{MN} \sum_{l=1}^M \sum_{j=1}^N \left\{ X_j(l) - \sum_{i=1}^P S_i(l) \cos \left[\frac{2\pi d}{\lambda} (j-1) \sin \theta_i + \varphi_i \right] \right\}^2 \right\} \quad (4)$$

由于对数函数是一单调函数, 因此上式的极值问题可以写成

$$\min_{\theta_i, \varphi_i, S_i(l)} \sum_{l=1}^M \sum_{j=1}^N \left\{ X_j(l) - \sum_{i=1}^P S_i(l) \cos \left[\frac{2\pi d}{\lambda} (j-1) \sin \theta_i + \varphi_i \right] \right\}^2 \quad (5)$$

即变成了一个非线性最小二乘问题。

为了讨论问题方便, 我们假设 $S_i(l)$ 是一个慢变化的未知量, 即在 M 次快拍期间 $S_i(l) = S_i$ 。这种假设所改变的只是(5)式中未知量的个数, 而没有影响(5)式的具体形式, 因此也就没有失去问题的一般性。另取 $d = \lambda / (2\pi)$, 这样(5)式变为

$$\min_{\theta_i, \varphi_i, S_i} \sum_{l=1}^M \sum_{j=1}^N \left\{ X_j(l) - \sum_{i=1}^P S_i \cos [(j-1) \sin \theta_i + \varphi_i] \right\}^2 \quad (6)$$

三、神经网络实现 ML 法

1. 网络结构

本文提出用来实现 ML 法方向估计的神经网络结构如图 1 所示。它由四个部分组成

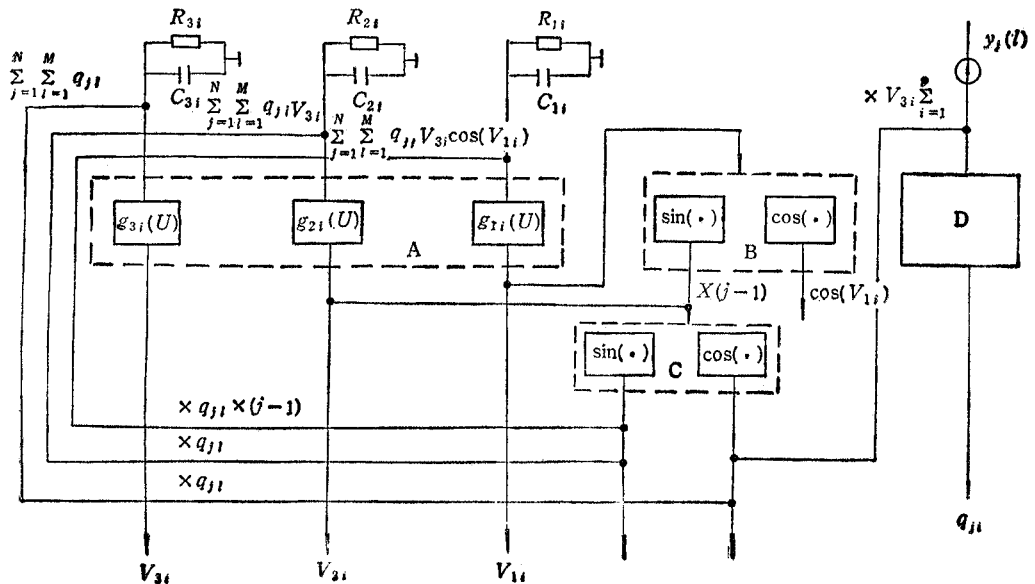


图 1

成,分别称之为 A,B,C,D 网络。

A 网络又由三部分组成,每一个部分由 P 个神经元组成。第一部分上第 i 个神经元的输出电压、输入电压和相应的输入输出关系分别记为 $V_{1i}, U_{1i}, g_{1i}(U), (i = 1, 2, \dots, P)$ 。第二部分为 $V_{2i}, U_{2i}, g_{2i}(U)$, 第三部分为 $V_{3i}, U_{3i}, g_{3i}(U)$ 。选择 $g_{ji}(U)$ 使

$$\int_0^V g_{ji}^{-1}(v) dv$$

有下界且 $g_{ji}(U)$ 为一单调增长函数 ($j = 1, 2, 3; i = 1, 2, \dots, P$)。此外假定相应神经元上的输入电阻和电容为 R_{ji} 和 C_{ji} 。

B 网络由两部分组成,分别完成三角函数 $\sin(\cdot)$ 和 $\cos(\cdot)$ 运算,即对应的输出电压为 $\sin(V_{1i})$ 和 $\cos(V_{1i}), (i = 1, 2, \dots, P)$ 。

C 网络也由两部分组成,每部分的神经元数目为 $N \times P$ 个,第一部分中第 (j, i) 个神经元的输入 $(j-1)\sin(V_{1i}) + V_{2i}$, 相应地输出为 $\sin[(j-1)\sin(V_{1i}) + V_{2i}]$ 。第二部分第 (j, i) 个神经元的输入同样为 $(j-1)\sin(V_{1i}) + V_{2i}$, 而输出为 $\cos[(j-1)\sin(V_{1i}) + V_{2i}]$ 。

D 网络由 $N \times M$ 个神经元组成。第 (j, l) 个神经元上的输入偏置电流为 $y_j(l), (j = 1, 2, \dots, N; l = 1, 2, \dots, M)$, 另外还有来自 A, B, C 网络中的电流为

$$\sum_{i=1}^P V_{3i} \cos[(j-1)\sin(V_{1i}) + V_{2i}]$$

这样第 (j, l) 个神经元上总的输入电流 I_{jl} 和相应的输出电压 q_{jl} 为

$$I_{jl} = \sum_{i=1}^P V_{3i} \cos[(j-1)\sin(V_{1i}) + V_{2i}] - y_j(l) \quad (7)$$

$$q_{jl} = K_2 \cdot I_{jl} \quad (8)$$

这里取 D 网络中所用神经元均为放大倍数为 K_2 的跨阻放大器。

B, C, D 网络的输出通过下列关系与 A 网络连接

$$C_{1i} \frac{dU_{1i}}{dt} = -\frac{U_{1i}}{R_{1i}} + V_{3i} \cos(V_{1i}) \sum_{j=1}^N (j-1) \sin[(j-1)\sin(V_{1i}) + V_{2i}] \sum_{l=1}^M q_{jl} \quad (9)$$

$$C_{2i} \frac{dU_{2i}}{dt} = -\frac{U_{2i}}{R_{2i}} + V_{3i} \sum_{j=1}^N \sin[(j-1)\sin(V_{1i}) + V_{2i}] \sum_{l=1}^M q_{jl} \quad (10)$$

$$C_{3i} \frac{dU_{3i}}{dt} = -\frac{U_{3i}}{R_{3i}} - \sum_{j=1}^N \cos[(j-1)\sin(V_{1i}) + V_{2i}] \sum_{l=1}^M q_{jl} \quad (11)$$

有了这些关系式,我们就可以讨论这种网络的性能。

2. 理论分析

为了证明这个网络是稳定的,我们定义能量函数:

$$E = E_1 + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^P \frac{1}{R_{ji}} \int_0^{V_{ji}} g_{ji}^{-1}(V) dV \quad (12)$$

$$E_1 = \frac{1}{2} K_2 \sum_{l=1}^M \sum_{j=1}^N \left\{ \sum_{i=1}^P V_{3i} \cos [(j-1) \sin(V_{1i}) + V_{2i}] - y_j(l) \right\}^2$$

由于 $E_1 \geq 0$ 且 $\frac{1}{R_{ji}} \int_0^{V_{ji}} g_{ji}^{-1}(V) dV$ 有下界, 则 E 有下界. 又

$$\begin{aligned} \frac{dE_1}{dt} = & K_2 \sum_{l=1}^M \sum_{j=1}^N \left\{ \sum_{k=1}^P V_{3k} \cos [(j-1) \sin(V_{1i}) + V_{2i}] - y_j(l) \right\} \\ & \times \left\{ \sum_{i=1}^P \cos [(j-1) \sin(V_{1i}) + V_{2i}] \frac{dV_{3i}}{dt} \right. \\ & - \sum_{i=1}^P V_{3i} (j-1) \sin [(j-1) \sin(V_{1i}) + V_{2i}] \frac{dV_{1i}}{dt} \cos(V_{1i}) \\ & \left. - \sum_{i=1}^P V_{3i} \sin [(j-1) \sin(V_{1i}) + V_{2i}] \frac{dV_{2i}}{dt} \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{令 } q_i = \sum_{l=1}^M q_{il} = K_2 \sum_{l=1}^M \left\{ \sum_{k=1}^P V_{3k} \cos [(j-1) \sin(V_{1k}) + V_{2k}] - y_j(l) \right\}$$

并代入(13)式得

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} = & \sum_{l=1}^M \left\{ \frac{U_{1i}}{R_{1i}} - \sum_{j=1}^N (j-1) q_j V_{3i} \cos(V_{1i}) \sin [(j-1) \sin(V_{1i}) + V_{2i}] \right\} \\ & \times \frac{dV_{1i}}{dt} + \sum_{i=1}^P \left\{ \frac{U_{2i}}{R_{2i}} - \sum_{j=1}^N q_j V_{3i} \sin [(j-1) \sin(V_{1i}) + V_{2i}] \right\} \frac{dV_{2i}}{dt} \\ & + \sum_{i=1}^P \left\{ \frac{U_{3i}}{R_{3i}} - \sum_{j=1}^N q_j \cos [(j-1) \sin(V_{1i}) + V_{2i}] \right\} \frac{dV_{3i}}{dt} \end{aligned} \quad (14)$$

将(9),(10),(11)式代入(14)式有

$$\frac{dE}{dt} = - \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^P C_{ji} \frac{dU_{ji}}{dt} \frac{dV_{ji}}{dt} = - \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^P C_{ji} [g_{ji}^{-1}(u)]' \left(\frac{dV_{ji}}{dt} \right)^2 \quad (15)$$

由于 $C_{ji} > 0, g_{ji}^{-1}(u)$ 单调增长, 显然

$$\frac{dE}{dt} \leq 0 \text{ 且 } \frac{dE}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dV_{ji}}{dt} = 0, j = 1, 2, 3; i = 1, 2, \dots, P$$

上式说明了这种网络是稳定的, 并且在稳定时, 即 $dV_{ji}/dt = 0$ 时给出能量函数 E 的极值点.

3. 神经网络实现 ML 方向估计

若令已知的阵列阵元输入 $X_j(l)$ 为网络的偏置电流 $y_j(l)$, 并选 A 网络的所有神经网络元为一放大倍数为 K_1 的电压放大器, 即 $g_{ij}(u_{ij}) = K_1 u_{ij}$, 网络的其它参数与上面相同, 那么根据上面的分析可知, 由此构成的网络是稳定的, 并且在稳定时给出

$$\begin{aligned} E = & \frac{1}{2} K_2 \left\{ \sum_{l=1}^M \sum_{j=1}^N \left[\sum_{i=1}^P V_{3i} \cos [(j-1) \sin(V_{1i}) + V_{2i}] - y_j(l) \right]^2 \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^P \frac{V_{ji}^2}{R_j K_1 K_2} \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

的极值点。

比较(6)式和(16)式,由于可以选择 K_1, K_2, R_{ji} 使 $V_{ii}^2/(2K_1RK_2)$ 任意小,因此(16)式的极值点可以做为(6)式的极值点。网络稳态时 $V_{1i}, V_{2i}, V_{3i}, (i = 1, 2, \dots, P)$ 分别给出(6)式中 θ_i, φ_i, S_i , 即空间目标的方向,初始相位和幅度。

至此,我们证明了由此构成的神经网络可以用来解 ML 方向估计问题。

关于这种用来求解 ML 方向估计问题的神经网络,我们作以下讨论:

(1) 由于 $X_i(L)$ 直接作为网络的偏置电流, 无需任何计算, 而网络的其它参数固定, 因此这种网络非常适用于实时处理。

(2) 由于调节 R_{ji}, K_1, K_2 可以使(6)式和(16)式任意接近, 因此用该网络得到的估计性能与用 ML 法得到的性能相同。

(3) 虽然我们仅仅讨论了实数情况, 但很容易将这种网络推广而适合于复数情况, 此时神经元数目为前者的 2 倍。

(4) 对于信号源幅度时变的情况, 增加的只是 A 网络中神经元的个数, 而网络的其它结构不变, 有关的分析也依然成立。

四、模拟结果

为了验证上面的理论分析和结论, 本文给出三组模拟结果, 如图 2, 3, 4 和表 1, 2, 3 所示。所示图中曲线 $V_{1i} (i = 1, 2, \dots, P)$ 代表 A 网络中第一部分的神经元输出电压从起始状态到稳态时的变化情况, 表中给出了一些具体数据和稳态时的 $V_{1i} (i = 1, 2, \dots, P)$ 与实际入射角度的估计差, 表中也给出了能量函数 E 的几组变化数据。

在模拟实验中, 我们取 $R_{ji} = 100 \text{ k}\Omega$, $C_{ji} = 10^{-10} \text{ F}$, $K_1 = K_2 = 1$, 阵元数目为 5, 快拍次数为 22, 网络的初始状态任意取值。第一组中, 信号源数目为 3 个, 入射角度为 $18^\circ, 36^\circ$ 和 54° , 信噪比均为 20dB; 第二组中信号源数目为 2, 入射角

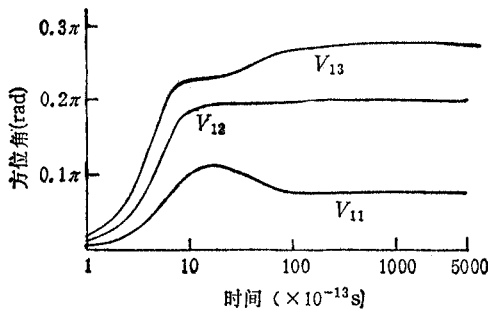


图 2

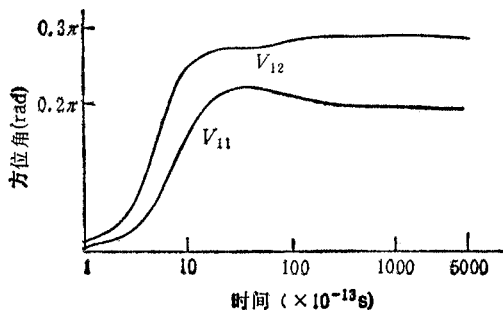


图 3

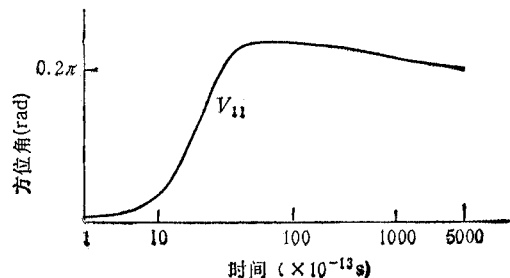


图 4

表 1

$t(\times 10^{-13}s)$	E	$\theta_1 = 18^\circ = 0.1\pi$ V_{11}	$\theta_2 = 36^\circ = 0.2\pi$ V_{12}	$\theta_3 = 54^\circ = 0.3\pi$ V_{13}
1	263.59	1.74533×10^{-2}	3.49066×10^{-2}	5.23599×10^{-2}
2	191.934	4.16035×10^{-2}	8.65203×10^{-2}	0.134579
3	139.868	7.98262×10^{-2}	0.171968	0.274347
.
.
.
4940	2.10423×10^{-3}	0.244283	0.62445	0.872154
4945	2.10422×10^{-3}	0.244289	0.62444	0.872159
4950	2.1042×10^{-3}	0.244295	0.624434	0.872163
估计误差		4.00293°	0.22368°	4.00156°

表 2

$t(\times 10^{13}s)$	E	$\theta_1 = 36^\circ = 0.2\pi, V_{11}$	$\theta_2 = 54^\circ = 0.3\pi, V_{12}$
1	234.421	1.74533×10^{-2}	3.49066×10^{-2}
2	182.155	4.17587×10^{-2}	0.086624
3	143.549	8.31848×10^{-2}	0.178499
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
4940	2.01367×10^{-3}	0.603602	0.897712
4945	2.01367×10^{-3}	0.603602	0.897712
4950	2.013767×10^{-3}	0.603602	0.897712
估计误差		1.41615°	2.56489°

表 3

$t(\times 10^{-13}s)$	E	$\theta_1 = 36^\circ, V_{11}$
1	53.7954	1.74533×10^{-2}
2	47.7512	2.91966×10^{-2}
3	42.8004	4.62676×10^{-2}
.	.	.
.	.	.
.	.	.
4940	2.01152×10^{-3}	0.629626
4945	2.01142×10^{-3}	0.629615
4950	2.01131×10^{-3}	0.629605
估计误差		0.07628°

度为 36° 和 54° , 信噪比均取 20dB; 第三组中只有一个信号源, 入射度为 54° , 信噪比也为 20dB.

从这些模拟结果容易看出, 它们与上面给出的理论分析是完全一致的.

五、结 束 语

本文提出一种用于 ML 方向估计问题的神经网络模型。理论分析和模拟结果表明,这种网络一般可以在电路的时常数数量级内给出 ML 意义下的空间目标的人射方向、幅度和初相,而且网络内部参数固定,阵列阵元输入直接作为网络输入而无需任何运算,因此这种网络非常适用于实时处理。关于这种网络需要进一步讨论的问题是,各种参数的选择以及非理想因素对性能的影响,关于这部分工作,作者将另文报道。

参 考 文 献

- [1] I. Ziskind, M. Wax, *IEEE Trans. on ASSP*, **ASSP-36**(1988)4, 1553—1560.
- [2] R. O. Schmidt, *IEEE Trans. on AP*, **AP-34**(1986)3, 276—280.
- [3] M. Kaveh, A. J. Baraleu, *IEEE Trans. on ASSP*, **ASSP-34**(1986)2, 331—341.
- [4] M. P. Kennedy, L. O. Chua, *IEEE Trans. on CAS*, **CAS-34**(1987)2, 210—214.
- [5] M. P. Kennedy, L. O. Chua, *IEEE Trans. on CAS*, **CAS-35**(1988)5, 554—562.
- [6] R. Rastogi et al., Array Signal Processing with Interconnected Neuron-like Elements, ICASSP, Texas, (1987), pp. 2328—2331.
- [7] S. K. Chapman, T. S. Durrall, Bearing Estimation Using Neural Networks, ICASSP, New York, (1988), pp. 1483—1486.

THE ML BEARING ESTIMATION BY USE OF NEURAL NETWORKS

Luo Falong

(Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract A neural network to implement the maximum likelihood bearing estimation algorithm in real time is proposed. Both analysis and simulation show that this neural network is guaranteed to be stable and to provide the maximum likelihood bearing estimation within an elapsed time of only a few characteristic time constants of the network. As a result, this proposed neural network is satisfactory for real time bearing estimation.

Key words Signal processing; Seural network; Bearing estimation; Maximum likelihood