

稳态噪声背景下加权 Myriad 滤波的遗传算法实现¹

杨 军^{***} 马晓岩^{*} 万山虎^{*}

^{*}(空军雷达学院 武汉 430019)

^{**}(空军工程大学 西安 710043)

摘 要: 该文利用遗传算法具有全局最优搜索的特点,同时,考虑到运算复杂度问题,提出了用十进制代替传统的二进制进行算子操作的遗传算法,来获得加权 Myriad 滤波器输出。另外,针对在原自适应权值训练算法中权值处于稳定区后波动仍较大的问题,分析了波动存在的原因并对其进行改进。仿真结果表明,该方法在较多极值点的情况下,所有染色体均可快速收敛至全局极值点,并且改进后权值估计可使滤波效果有明显改善。

关键词: 稳态噪声, 自适应算法, 遗传算法, 加权 Myriad 滤波

中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)01-0082-07

Weighted Myriad Filter Implementation with Genetic Algorithm in α -Stable Noise Environments

Yang Jun^{**} Ma Xiao-yan^{*} Wan Shan-hu^{*}

^{*}(Air Force Radar Academic, Wuhan 430019, China)

^{**}(Air Force Engineering University, Xi'an 710043, China)

Abstract A novel algorithm is proposed based on the genetic theory, which has global optimum searching characteristic. Meanwhile, considering its computational cost, decimal code, not binary one is used in operation of the operators. Moreover, a modified adaptive weights training algorithm is also used to resolve the weights fluctuant problem in stable range. Numerical simulations demonstrate that the genetic algorithm can converge at the global extremum quickly, and that weights estimation with the modified adaptive weights training algorithm have a more stable range, and the filtering performance has been improved obviously.

Key words α -stable noise, Adaptive algorithm, Genetic algorithm, Weighted Myriad filter

1 引言

尖峰或冲击噪声广泛存在于通信中的多径干扰、低频大气噪声、水下声信号和雷达杂波等噪声或杂波中,采用传统的处理高斯噪声背景下的线性方法来处理冲击噪声,会大大降低系统性能,且得不到较好的处理效果。研究表明^[1-3],冲击噪声可以用比高斯分布有更长拖尾的 α 稳态分布模型精确描述。而表征 α 稳态分布的参数有两个特征指数 $\alpha(0 < \alpha \leq 2)$ 和偏离参数 γ ,其中 α 控制分布的拖尾长度, α 越小则拖尾越长。特别地,在 $\alpha = 1$ 时,其为 Cauchy 分布, $\alpha = 2$ 时,为 Gauss 分布,且在该冲击噪声背景下,采用加权 Myriad 滤波器的非高斯信号处理可取得较好结果。加权 Myriad 滤波器中权参数及尺度参数的确定方法已有多种,且估计效果很好^[3,4]。而对于该滤波器的输出,最后归结为求代价函数的最小值问题,由于代价函

¹ 2002-07-11 收到, 2003-01-09 改回

国家“863”高技术资助项目(2002AA135320)

数存在多个局部极值点, 而且极值数随权值数的增加而增加, 这使得求滤波器输出变得十分复杂。基于此, 本文利用遗传算法的全局最优搜索特点, 提出了用遗传算法获得加权 Myriad 滤波器输出的方法。同时, 考虑到运算量的问题, 本文提出直接用十进制下的算子操作代替传统遗传算法中二进制的编码、解码和算子操作。另外, 针对原自适应权值训练算法中的权值估计在进入稳定阶段后仍存在较大波动的问题, 本文在分析了波动原因的基础上对其进行了改进。数值分析结果表明, 即使在较多局部极值点情况下, 遗传算法中所有的染色体均能快速地收敛至全局极小值点。同时, 经过改进后的权值估计方法可使滤波效果有明显改善。

2 加权 Myriad 滤波器^[5]

加权 Myriad 滤波器作为处理 α 稳态分布的一类稳健的非线性滤波器, 是从样本序列服从 Cauchy 分布的 Myriad 样本中导出, 其中, 表征该分布的位置参数 θ 由最大似然估计得到。考虑 N 个独立同分布随机变量 $\{X_i\}_{i=1}^N$, 且每一个随机变量均服从位置参数为 θ 、尺度参数为 $K > 0$ 的 Cauchy 分布, 即 $X_i \sim \text{Cauchy}(\theta, K)$, 且其概率密度函数为

$$f_{X_i}(x_i; \theta, K) = \frac{K}{\pi} \frac{1}{K^2 + (x_i - \theta)^2} = \frac{1}{K} f\left(\frac{x_i - \theta}{K}\right) \quad (1)$$

其中 $f(v) = (1/\pi)(1/(1+v^2))$ 是位置参数 θ 为 0、尺度参数 K 为 1 时标准的 Cauchy 随机变量概率密度函数, 即 $(X_i - \theta)/K \sim \text{Cauchy}(0, 1)$ 。对应的似然函数为

$$F_{X_i}(\theta, K) = f_{X_i}(x_1; \theta, K) f_{X_i}(x_2; \theta, K) \cdots f_{X_i}(x_N; \theta, K) = \frac{1}{(K\pi)^N} \prod_{i=1}^N \left[\frac{1}{1 + ((x_i - \theta)/K)^2} \right] \quad (2)$$

对于给定一组观测 $\{x_i\}_{i=1}^N$, Myriad 滤波输出为该函数在位置参数 θ 有效范围内使似然函数最大时对应的值。可表示为

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_K &= \text{myriad}(K; x_1, x_2, \dots, x_N) = \arg \max_{\theta} F_{X_i}(\theta, K) \\ &= \arg \max_{\theta} \frac{1}{(K\pi)^N} \prod_{i=1}^N \left[\frac{1}{1 + ((x_i - \theta)/K)^2} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

当 $K > 0$ 时, 式 (3) 中非负常数项 $1/(K\pi)^N$ 不影响上式的极值, 故求解式 (3) 的最大值可等效为求解如下的最小值问题:

$$\hat{\theta}_K = \arg \min_{\theta} \prod_{i=1}^N \left[1 + \left(\frac{x_i - \theta}{K} \right)^2 \right] = \arg \min_{\theta} \sum_{i=1}^N \log \left[1 + \left(\frac{x_i - \theta}{K} \right)^2 \right] \quad (4)$$

与加权中值滤波类似, 滤除 α 稳态分布干扰信号时, 采用的是加权 Myriad 滤波, 它是一个非线性的稳健滤波器。在最大似然估计意义下, 对于给定一观测序列 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 和已确定的权向量 $W = (w_1, w_2, \dots, w_N)$, $w_i \geq 0, i = 1, \dots, N$, 加权 Myriad 滤波器输出 $\hat{\theta}_K$ 为

$$\hat{\theta}_K = \hat{\theta}_K(W, X) = \text{myriad}(K; w_1 \circ x_1, w_2 \circ x_2, \dots, w_N \circ x_N) = \prod_{i=1}^N \left[1 + w_i \left(\frac{x_i - \theta}{K} \right)^2 \right] \quad (5)$$

令 $S_i = K/w_i, i = 1, 2, \dots, N$, 则 $X_i \sim \text{Cauchy}(\theta, K)$ 经加权后变为位置参数为 θ , 尺度参数为 $\{S_i\}_{i=1}^N$ 的 Cauchy 分布, 即 $X_i \sim \text{Cauchy}(\theta, S_i)$. 令代价函数 $P(\theta) = \prod_{i=1}^N \left[1 + w_i \left(\frac{x_i - \theta}{K} \right)^2 \right]$, 则

$$\hat{\theta}_K = \arg \min_{\theta} \log(P(\theta)) = \arg \min_{\theta} \sum_{i=1}^N \log \left(1 + \left(\frac{x_i - \theta}{s_i} \right)^2 \right) \quad (6)$$

从上可知, 加权 Myriad 滤波器输出 $\hat{\theta}_K$ 为所有可取的 θ 值中, 使函数 $P(\theta)$ 最小时所对应的 θ 值. 滤波器输出最后等效为求解式 (6) 最小时所对应的 θ . 注意到在式 (5) 中, K 虽未知, 但通过权值与尺度参数 K 之间的比例关系可知, 当 K 改变时, 权值变化相应的倍数, 可得到相同输出. 即由于权值随 K 值的变化而变化, 结果使滤波器输出不变. 因此 K 的取值并不影响滤波器输出, 可赋予一常数, 故只需估计出对应的权值即可得到滤波器的输出 $\hat{\theta}_K$.

3 利用遗传算法实现对加权 Myriad 滤波器输出估计

从上述分析可知, 在权值已知情况下, 求解 $\hat{\theta}_K$ 可化为求式 (6) 的最小值所对应的 θ 问题. 由于 (6) 式有多个局部极小值点, 用传统的方法只能获得其次优点, 且算法比较复杂. 这里先给出与式 (6) 相关的结论, 在此基础上, 利用遗传算法的全局最优化搜索特点来估计加权 Myriad 滤波器输出.

3.1 加权 Myriad 滤波器输出的相关结论

根据式 (6) 有以下结论^[5]: 若 $T = (t_1, t_2, \dots, t_N)$ 为序列 $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ 的升序排列序列, 即对于 $1 \leq i < j \leq N$, 有 $t_i \leq t_j$, 则有如下结论:

结论 1 函数 $\log(P(\theta))$ 存在有限个且最多只有 $2N - 1$ 个局部极值点.

结论 2 函数 $\log(P(\theta))$ 的所有的局部极小值点对应的值, 均在输入序列范围 $[t_1, t_N]$ 中, 且加权 Myriad 滤波器输出为这 $2N - 1$ 个极值点中当 $\log(P(\theta))$ 为最小时对应的 θ 值, 即 $t_1 \leq \hat{\theta} \leq t_N$.

从以上结论可知, 加权 Myriad 滤波器的输入序列及权值一旦确定, 滤波器的输出也随之确定, 且其值必在输入序列中的最小值与最大值之间. 因此滤波器的输出估计转换为使函数为极小值时的参数估计问题. 但式 (6) 存在多个局部极值点, 且极值点数随着输入序列长度的增加而增加, 故采用一般的方法确定该滤波器输出, 难度较大, 不易得到其全局极值, 特别是滤波器长度较长时. 为此, 本文采用具有全局最优搜索的遗传算法来估计该滤波器的输出.

3.2 加权 Myriad 滤波器的遗传算法实现

众所周知, 遗传算法作为一种全局最优的搜索方法^[6], 与其它优化方法比, 有较明显的优点. 例如, 神经网络方法, 一般只能获得局部极值解, 并且要求目标函数为凸函数; 随着极值数的增加, 求解变得困难. 传统的遗传算法的实现思想为: 先将相关参数进行二进制编码, 形成基因, 再将基因构成染色体, 根据适应度函数 (代价函数) 及预设定概率, 对染色体对之间进行选择、交叉、变异操作, 直至进化代数完成为止. 考虑到复杂度问题, 本文提出直接用十进制的参数作为染色体进行选择、交叉、变异遗传操作. 该方法与传统的遗传算法相比, 可节省编码、解码时间.

在本文中, 选择操作采用从 $6G$ 个原染色体群 (即总数取 6 的倍数, G 取正整数) 中选择其总数中适应度最优的总数的三分之二 (即 $4G$) 个染色体作为下一代的初始染色体; 交叉操作采用如下操作形式: 对父代染色体随机地进行两两配对, 然后进行交叉操作. 即若 P_1, P_2 为一配

对, 则对其进行如下操作:

$$C1 = (P1 + P2)/2 \quad (7)$$

$$C2 = (3P1 - P2)/2 \quad (8)$$

$$C3 = (3P2 - P1)/2 \quad (9)$$

通过式 (7), (8) 和 (9) 的交叉操作, 得到 $6G$ 个子代染色体。

变异操作采用在得到的 $6G$ 个子代染色体中, 若 $C2$ 不满足 $t_1 \leq C2 \leq t_N$, 则进行突变运算, 即从 $[t_1, t_N]$ 内随机地产生一个值作为下一代的染色体 $C2$; 同理, 若 $C3$ 不满足 $t_1 \leq C3 \leq t_N$, 则进行突变运算, 即从 $[t_1, t_N]$ 内随机地产生一个值作为下一代的染色体 $C3$ 。用经过选择、交叉、变异后得到的新的 $6G$ 个子代染色体取代父代 $6G$ 个原染色体群作为下一代的原染色体群。如此循环直至满足结束条件。

从以上分析可知, 本文提出的基于十进制的遗传算法, 一方面保留了染色体中适应度较好的染色体, 以使问题得到求解; 另一方面, 采用从满足条件的区域内随机产生新的染色体以防止陷入局部极值点, 从而即使在较多局部极值点存在的情况下, 利用该算法总可以得到问题的最优解。

3.3 改进加权 Myriad 滤波器权值估计方法

这里权值估计方法采用了文献 [7] 中的基于 MSE 准则下的自适应权值估计方法, 若给定观测序列 $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ 、一权向量 $\mathbf{W} = (w_1, w_2, \dots, w_N)$ 和线性参数 K , 加权 Myriad 滤波器输出为 $y \equiv y_K(\mathbf{W}, X)$, 滤波器输出期望为 d , 滤波误差为 $e = y - d$, 则 MSE 准则下代价函数为

$$J(\mathbf{W}, K) \triangleq E\{e^2\} = E\{[y_K(\mathbf{W}, X) - d]^2\} \quad (10)$$

在权值为非负条件下, 式 (10) 的优化问题变为

$$\min J(\mathbf{W}, K), \quad w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

而权值的迭代关系可表示为

$$w_i(n+1) = P[w_i(n) - \mu(\partial J / \partial w_i)(n)] \quad (12)$$

其中 $w_i(n)$, $w_i(n+1)$ 分别为第 i 个加权在第 n , $n+1$ 次的迭代值, μ 为迭代步长, 函数 $P(x)$ 为

$$P(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases} \quad (13)$$

加权 Myriad 滤波器在 MSE 准则、权值为非负条件下, 对第 n 次迭代得到的代价函数关于 $\{w_i(n)\}_{i=1}^N$ 求导有如下近似关系:

$$\frac{\partial J}{\partial w_i}(n) \approx e \left(\frac{-(y - x_i)}{[1 + (w_i/K)(y - x_i)^2]^2} \right) (n) \quad (14)$$

根据式 (12), (14), 得到加权 Myriad 滤波器在 MSE 准则下, 权值自适应估计:

$$w_i(n+1) = P \left(w_i(n) + \mu e \left(\frac{-(y - x_i)}{[1 + (w_i/K)(y - x_i)^2]^2} \right) (n) \right) \quad (15)$$

文献 [7] 中的算法 2 采用的所有权值的自适应步长 μ 均为 0.05。但从文献 [7] 中所给仿真实验所得的权值训练收敛曲线以及本文作者所进行仿真实验均可得到如下结论:

(1) 步长取 0.05 是 N 个权值 $\{w_i\}_{i=1}^N$ 中, 初始值为最大权值对应的最佳步长, 而非所有权值的最佳步长。

(2) 当所有权值的步长均取 0.05 时, 各权值收敛曲线趋于稳定区后, 权值仍存在较大的起伏, 且起伏规律如下: 在 N 个权值 w_1, w_2, \dots, w_N 中, 中间的权值起伏最小, 权值越偏向两边 (w_1 和 w_2), 收敛曲线起伏越大, 即 w_1 和 w_2 收敛曲线波动最大, 且最大波动可以达到 0.5。

出现这种现象, 究其原因是步长 0.05 对于偏离中间一个权的那些权来说, 取值太大, 故本文采用不同权值不同步长方法来获得权值估计, 且越偏向两边 (w_1 和 w_2) 的权, 对应的步长取得越小。通过实验, 本文选取步长 $[\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{11}] = [0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.045, 0.05, 0.045, 0.04, 0.03, 0.02, 0.01]$ 作为文献 [7] 算法 2 的自适应权值训练时所需步长。可以看出权值在稳定区域有较小波动。其详细结果见本文的第 4 节。

4 数值分析

4.1 遗传算法实现加权 Myriad 滤波器输出估计

这里选取的数值实验参数如下: 输入序列在区间 $[-30, 20]$ 按均匀分布产生, 序列长度取 15, 初始染色体数目为 60 个, k 取 0.03, 迭代次数选择为 150, 其中适应度 (代价函数) 如图 1, 用遗传算法得到的染色体数和染色体值 (估计值) 与迭代次数的关系分别如图 2, 经过 150 次迭代后, 准确地得到适应度函数中的全局极小值为 -8.3672 , 它也是滤波器输出的估计值。

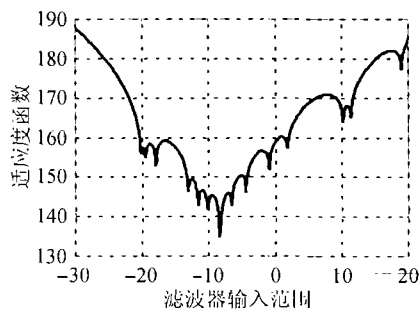


图 1 滤波器适应度函数

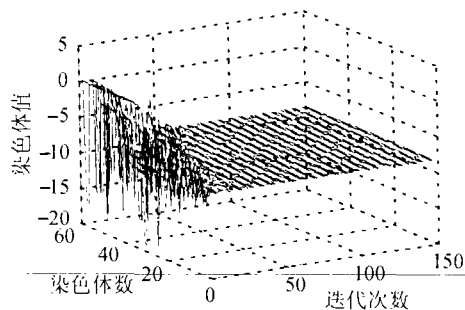


图 2 遗传算法滤波器输出

4.2 改进的自适应权值训练算法性能仿真

算例来源于文献 [7], 这里的训练条件和训练次数完全与文献 [7] 的相同。其中期望信号 $d(n)$ 通过无干扰输入信号 $s(n) = \sin[\omega(n)n]$, $n = 0, 1, \dots, L-1$, $\omega(n) = (\pi/3)[L/(L-1)] \times [n/(L-1)]^2$; 经过截止频率为 $\pi/50$ 、抽头数为 11 的低通 FIR 滤波器后输出得到 $L = 256$; 并且在 $\alpha = 1.4$, $\gamma = 0.1$ 时的 α 分布随机噪声干扰下, 用遗传算法对原文中的步长和改进步长自适应权值训练算法的 11 个权值估计进行训练; 图 3 为 11 个权估计值中的 6 个 $w_1, w_2, w_3, w_9, w_{10}, w_{11}$ 分别用原自适应算法和改进的自适应算法随训练次数的收敛曲线。 $s(n)$, $d(n)$ 及 α 分布干扰下的观测信号见图 4。

原自适应权值训练方法与本文方法得到的两个权向量分别为

$$\mathbf{W}_1 = (0.1711, 0.2578, 0.3328, 0.5387, 0.7097, 0.8016, 0.7357, 0.5205, 0.3253, 0.2066, 0.1214)$$

$$\mathbf{W}_2 = (0.1285, 0.1864, 0.3158, 0.5022, 0.6576, 0.7143, 0.6558, 0.4793, 0.2801, 0.1896, 0.1168)$$

从以上的自适应权值训练收敛曲线可以看出, 权值进入稳定阶段后, 改进后的权值估计与原算法相比, 具有更高的权值估计精度。

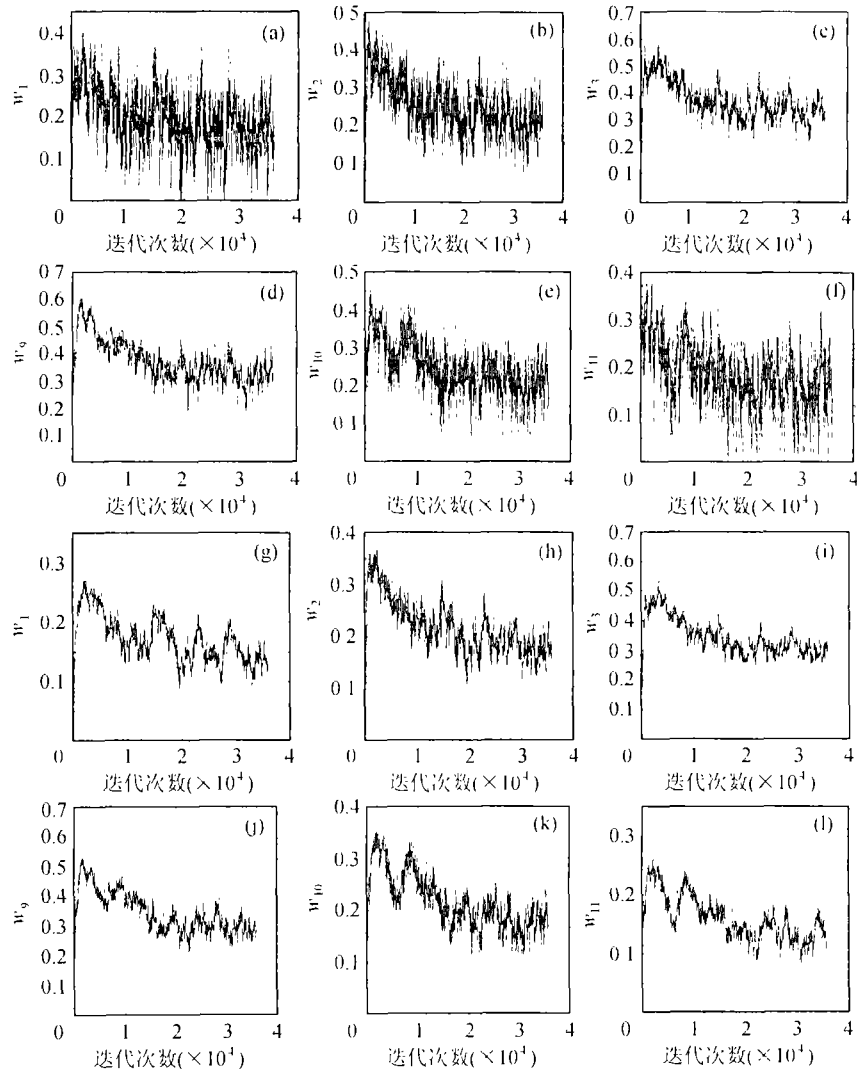


图 3 6 个权估计值 $w_1, w_2, w_3, w_9, w_{10}, w_{11}$ 分别用原自适应算法和改进的自适应算法随训练次数的收敛曲线

4.3 不同权向量下加权 Myriad 滤波遗传算法的性能比较

根据 4.2 节的仿真条件及经过自适应权值训练方法得到的两个权向量 W_1, W_2 对 α 分布干扰下 ($\alpha = 1.4, \gamma = 0.1$) 的观测信号进行滤波效果检验, 其中加权 Myriad 滤波输出估计均用遗传算法得到, 实验结果见图 4。其中 FIR 滤波输出与期望 $d(n)$ 的均方误差为 0.2637, 文献 [7] 方法得到的权值下加权 Myriad 滤波器输出与期望信号 $d(n)$ 的均方误差为 0.0372; 本文得到的权值下加权 Myriad 滤波器输出与期望信号 $d(n)$ 的均方误差为 0.0154。实验表明当噪声为 Cauchy 分布 ($\alpha = 1$) 时的滤波效果更明显。

5 结论

本文根据加权 Myriad 滤波器输出函数的特点及其输出与权函数之间的关系, 得到如下结论: 加权 Myriad 滤波输出函数局部极值点数随一次滤波所需输入数据的长度的增加而增加, 最

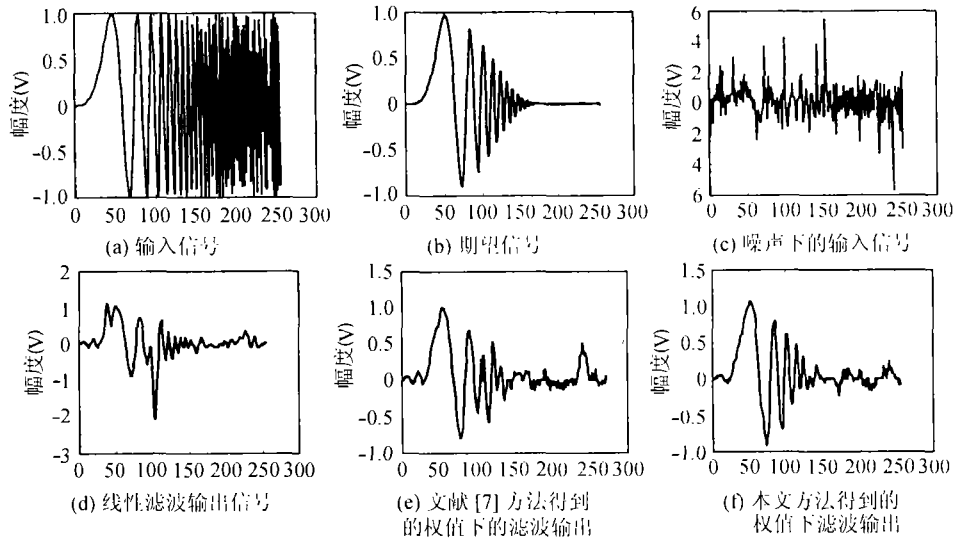


图4 不同权向量下加权 Myriad 滤波遗传算法的性能比较

多可达输入点数的 $2N - 1$ 个 (其中 N 为数据输入长度), 利用遗传算法的全局最优搜索特点, 同时考虑到运算时间问题, 提出了用十进制取代传统的二进制编码、解码形式的遗传算法, 来获得加权 Myriad 滤波器输出的方法。数值仿真表明即使在较多局部极值点情况下, 所有的染色体均能快速地收敛到全局极小值点。另外, 针对原权值训练算法中的权值估计起伏较大的问题, 对其进行了改进。数值分析结果表明, 经过改进后的的权值估计可使滤波效果有明显改善。

参 考 文 献

- [1] Gonzalez J G, Arce G R. Weighted Myriad filters, a robust filtering framework derived from α -stable distribution. *IEEE Proc., ICASSP, Atlanta, GA, 1996*: 216-220.
- [2] Tsakalides P, Nikias C L. Maximum likelihood localization of sources in noise modeled as a stable process. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, SP-43(2): 2700-2713.
- [3] Tsihrintzis G A, Nikias C L. Performance of optimum and suboptimum receivers in the presence of impulsive noise modeled as an α -stable process. *IEEE Trans. on Comm.*, 1995, COM-43(2): 904-914.
- [4] Tsihrintzis G A, Nikias C L. Fast estimation of the parameters of α stable impulsive interference. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1996, SP-44(6): 1492-1503.
- [5] Kalluri S, Arce G R. Fast algorithms for weighted Myriad computation by fixed point search. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2000, SP-48(1): 159-171.
- [6] Yan K K, Lu Y L. Sidelobe reduction in array-pattern synthesis using genetic algorithm. *IEEE Trans. on Antennas Propagation*, 1997, AP-45(3): 1011-1016.
- [7] Kalluri S, Arce G R. Adaptive weighted Myriad filter algorithms for robust signal processing in α -stable noise environments. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1998, SP-46(2): 322-332.

杨 军: 男, 1973 年生, 博士生, 研究方向为智能信号处理、检测与估计。

马晓岩: 男, 1962 年生, 教授, 主要研究领域为雷达信号检测与估计。

万山虎: 男, 1954 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为雷达信号检测与处理。