

极性采样倒相编码数字脉冲 压缩处理器的检测性能*

朱兆达 屠树德
(南京航空学院)

提 要

本文阐述了极性采样倒相编码数字脉冲压缩处理器的非参量恒虚警率特性。确定了高斯和非高斯噪声中的检测性能。说明了这种处理器相对于非相干匹配滤波器的信噪比损失随码长增加而减小；在高斯噪声中的渐近损失为 1.96 dB；在韦伯噪声中的损失随韦伯分布形状参数减小而减小，甚至可转为得益。

一、引言

极性采样倒相编码数字脉冲压缩处理器^[1]在实现脉冲压缩的同时完成恒虚警率 (CFAR) 处理。这种处理器又易于实现，所以在雷达中用得很多。文献[2]分析了这种处理器的损失机理，并定量研究了高斯噪声和有限码长情况下典型应用中的损失。本文研究这种处理器的非参量 CFAR 特性以及高斯和非高斯噪声中的检测性能；推导高斯噪声中的渐近相对效率 (ARE)；通过解析和数值计算确定信噪比损失。部分内容曾在文献[3]中讨论过。

二、非参量 CFAR 特性

处理器框图如图 1 所示。有信号时中频接收波形的复数表示为

$$z_i = V_i e^{i\phi_i} = A e^{i\theta_i} + N_i e^{i\psi_i}, i = 1, \dots, M, \quad (1)$$

式中 V_i 、 A 和 N_i 分别表示接收波形、信号和噪声与第 i 个码元相应的振幅， ϕ_i 、 θ_i 和 ψ_i 分别表示它们的相位，其中信号相位 $\theta_i = \theta_0 + \alpha_i$ ， θ_0 是未知初相， α_i 取 0 或 π 由编码决定， M 是码长。 z_i 的同相和正交分量的极性采样 $\text{sgn}\cos\phi_i$ 和 $\text{sgn}\sin\phi_i$ 分别移入二路信号寄存器，与编码寄存器中存贮的码逐位比较。符合出 +1，否则出 -1。将比较结果相加，由各支路的和

$$I = \sum_{i=1}^M \text{sgn}\cos\phi_i \text{sgn}\cos\alpha_i, \quad (2)$$

$$Q = \sum_{i=1}^M \text{sgn}\sin\phi_i \text{sgn}\cos\alpha_i, \quad (3)$$

构成检验统计量

* 1985年12月25日收到,1986年8月1日修改定稿

$$t = \sqrt{I^2 + Q^2} \tag{4}$$

当噪声相位 ϕ_i 独立同分布, 以及 ϕ_i 的分布不因噪声振幅分布而变时, 此处理器的虚警概率与噪声振幅分布无关, 即具有非参量 CFAR 特性. 雷达应用中常见圆对称分布噪声, 其振幅和相位互相独立, 相位在 $(0, 2\pi)$ 上均匀分布. 而采样电路一般按码位采样, 样本独立. 在这种情况下, 此处理器便具有非参量 CFAR 能力. 这种处理器还可以看做迪克-费克斯 (Dicke-fix) 接收机^[4]的简化形式, 或窄带信

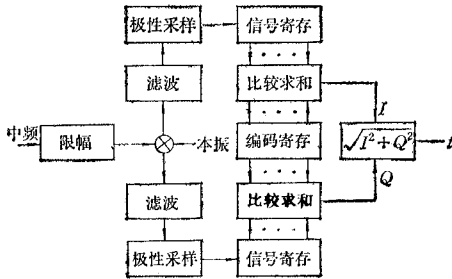


图 1 处理器框图

号的符号检测器^[5].

三、高斯噪声中的渐近性能

由于噪声的影响, ϕ_i 通常不同于 θ_i . 对高斯噪声和非起伏信号情形, I 支路的比特错误概率, 即 $\cos\phi_i$ 和 $\cos\theta_i$ 反号的概率为^[6]

$$q_1 = 1 - \Phi(\sqrt{2S}|\cos\theta_0|), \tag{5}$$

式中

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

是单位高斯分布函数, S 代表图 1 处理器的输入信噪比. 同样, Q 支路的比特错误概率为

$$q_2 = 1 - \Phi(\sqrt{2S}|\sin\theta_0|). \tag{6}$$

由于 α_i 取 0 或 π , 当 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta_0 < \frac{\pi}{2}$ 时, $\cos\theta_i$ 和 $\cos\alpha_i$ 同号, 所以 $\text{sgn}\cos\phi_i; \text{sgn}\cos\alpha_i$ 等于 +1 的概率为 $1 - q_1$, 等于 -1 的概率为 q_1 . 因此, I 服从二项式分布, 其概率

$$P_I(n = -M + 2N) = \binom{M}{N} (1 - q_1)^N q_1^{M-N}, N = 0, 1, \dots, M. \tag{7}$$

当 $\frac{\pi}{2} \leq \theta_0 < \frac{3\pi}{2}$, $\cos\theta_i$ 和 $\cos\alpha_i$ 反号, I 的概率同(7)式, 但 $n = M - 2N$. 下面只用到 I^2 , 所以对任何 θ_0 值都可用(7)式. 同样, Q 的概率

$$P_Q(n = -M + 2N) = \binom{M}{N} (1 - q_2)^N q_2^{M-N}, N = 0, 1, \dots, M. \tag{8}$$

由于窄带高斯噪声的两个正交分量独立, 所以变量 I 和 Q 独立.

当 M 很大 S 很小时 t 收敛到赖斯分布, 其概率密度函数为

$$p(t) = \frac{t}{M} \exp\left(-\frac{t^2 + 4M^2S/\pi}{2M}\right) I_0(2t\sqrt{S/\pi}), t \geq 0. \tag{9}$$

只有噪声时, $S = 0$, (9) 式化为瑞利分布, 其概率密度函数为

$$p_0(t) = \frac{t}{M} \exp\left(-\frac{t^2}{2M}\right), t \geq 0. \tag{10}$$

检测概率 P_d 和虚警概率 P_f 之间的关系为

$$P_d = Q\left(\sqrt{2\ln\frac{1}{P_f}}, \sqrt{\frac{4MS}{\pi}}\right). \quad (11)$$

这里 $Q(\cdot)$ 代表马库姆 (Marcum) Q 函数。

在高斯噪声中检测初相未知的相位编码信号的最佳参量检测器是非相干匹配滤波器。输入信噪比为 S_L , 码长为 M_L 时, 非相干匹配滤波器的检测概率 P_d 和虚警概率 P_f 满足下列关系^[7]

$$P_d = Q\left(\sqrt{2\ln\frac{1}{P_f}}, \sqrt{2M_L S_L}\right). \quad (12)$$

为使两种检测器的 P_d 和 P_f 相同, 要求满足

$$\frac{4MS}{\pi} = 2M_L S_L. \quad (13)$$

于是, 图 1 处理器相对于非相干匹配滤波器的渐近相对效率为

$$\text{ARE} = \lim_{s=S_L \rightarrow 0} \frac{M_L(P_d, P_f, S_L)}{M(P_d, P_f, S)} = \frac{2}{\pi}. \quad (14)$$

相应地, 渐近损失为

$$L_\infty = \lim_{M=M_L \rightarrow \infty} \frac{S(P_d, P_f, M)}{S_L(P_d, P_f, M_L)} = \frac{\pi}{2},$$

$$L_\infty(\text{dB}) = 1.96. \quad (15)$$

对于起伏信号, (11) 和 (12) 式应按起伏模型求平均, 然而 (13) 式对于平均信噪比仍然成立, 所以 ARE 和 L_∞ 不变。

四、有限码长时的性能

I^2 和 Q^2 的概率分别为

$$P_{I^2}(n=m) = P_I(n=\sqrt{m}) + P_I(n=-\sqrt{m}), \quad m > 0;$$

$$P_{I^2}(n=0) = P_I(n=0) \quad (16)$$

以及

$$P_{Q^2}(n=m) = P_Q(n=\sqrt{m}) + P_Q(n=-\sqrt{m}), \quad m > 0;$$

$$P_{Q^2}(n=0) = P_Q(n=0). \quad (17)$$

在高斯噪声情形下, I^2 和 Q^2 是独立变量, 所以 I^2 的概率为

$$P_{I^2}(n) = P_{I^2}(n) * P_{Q^2}(n), \quad (18)$$

这里“*”代表离散卷积。从只有噪声时的 $P_{I^2}(n)$ 可确定对应于指定虚警概率 P_f 值所需的门限。然后, 根据上述门限以及信号加噪声时的 $P_{I^2}(n)$, 可以求得非起伏信号情况下的检测概率 P_d 。须注意, P_d 与 θ_0 有关。非相干匹配滤波器的检测性能可由文献[7]查得。计算结果归纳在图 2 中。图中表示非起伏信号情形, $\theta_0 = 45^\circ$, $P_d = 0.5$, $P_f = 10^{-4}$ 和 10^{-6} 时, 图 1 处理器相对于非相干匹配滤波器的信噪比损失与 M 的关系。

对于非高斯噪声, 计算中假设了韦伯模型。因为图 1 处理器具有非参量 CFAR 能力, 在韦伯噪声中对应于给定 P_f 值的门限与上面高斯噪声情形所确定的相同。求 P_d 值时, 由于没有解析解, 采用了蒙特卡罗 (Monte Carlo) 模拟。非相干匹配滤波器在韦伯噪声

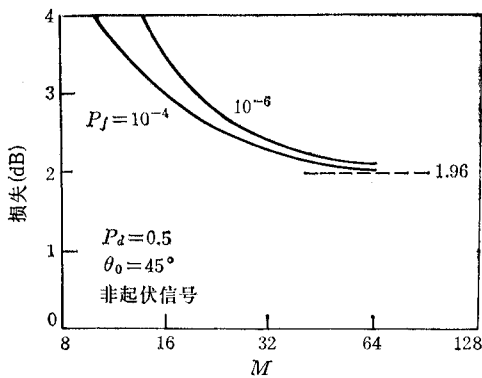


图 2 高斯噪声中的损失

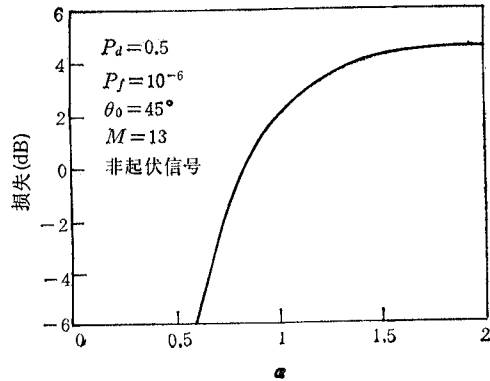


图 3 韦伯噪声中的损失

中的检测性能也用蒙特卡罗模拟求得。计算结果归纳在图 3 中。图中表示非起伏信号情形, $\theta_0 = 45^\circ$, $M = 13$, $P_d = 0.5$ 和 $P_f = 10^{-6}$ 时, 图 1 处理器相对于非相干匹配滤波器的信噪比损失与韦伯形状参数 α 的关系。韦伯噪声包络分布的尾部随 α 减小而变长。 $\alpha = 2$ 的韦伯分布就是窄带高斯噪声情形。可见, 信噪比损失随 α 减小而减小, 甚至变为得益。

五、结束语

极性采样倒相编码数字脉冲压缩处理器具有非参量 CFAR 能力, 且易于实现。与非相干匹配滤波器相比, 这种处理器的相对检测性能在码长增大和噪声包络分布的尾部变长时得以改善。在高斯噪声中它的渐近损失为 1.96 dB。

参 考 文 献

- [1] F. E. Nathanson, Radar Design Principles, McGraw-Hill, New York, 1969.
- [2] A. M. Klein and M. T. Fujita, *IEEE Trans. on AES*, **AES-15**(1979), 795.
- [3] 朱兆达, 极性采样倒相编码数字脉压的非参量检测特性, 南京航空学院科技资料, No. 273(1978).
- [4] V. G. Hansen and A. J. Zottl, *IEEE Trans. on AES*, **AES-7**(1971), 706.
- [5] J. W. Carlyle and J. B. Thomas, *IEEE Trans. on IT*, **IT-10**(1964), 146.
- [6] G. F. Montgomery, *Proc. IRE*, **42**(1954), 447.
- [7] J. V. Difrancio and W. L. Rubin, Radar Detection, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1968.

DETECTION PERFORMANCE OF DIGITAL POLARITY SAMPLED PHASE REVERSAL CODED PULSE COMPRESSORS

Zhu Zhaoda and Tu Shude

(Nanjing Aeronautical Institute)

The nonparametric constant false alarm rate (CFAR) property of digital polarity sampled phase reversal coded pulse compressors is described. The detection performance in Gaussian and non-Gaussian noise is determined. It is shown that the loss in signal-to-noise ratio of the processor, relative to the incoherent matched filter, decreases as the code length increases, the asymptotic loss in Gaussian noise is 1.96 dB, and the loss in Weibull noise decreases with the shape parameter of the Weibull distribution and can even become a gain.