

# 谐振式四臂螺旋天线的矩量法分析\*

易 力

(中国空间技术研究院飞行器总体部,北京)

**摘要** 本文对 Nakano 简化的曲线天线积分方程核做了更便于数值计算的处理;运用矩量法分析,计算了谐振式四臂螺旋天线的圆极化方向图、增益、轴比、前后比及赋形特性等,并研究了馈电方法和导电板对天线性能的影响。

**关键词** 螺旋天线;积分方程核;矩量法

## 一、引言

在 VHF/UHF 波段,谐振式四臂螺旋天线有其独特之处。它结构简单,小巧便携,甚至可安装于飞行器表面而不影响飞行气动性,而且具有较宽的波束和良好的偏轴圆极化轴比以及一定的波束赋形。它可广泛应用于地面及空间通讯、测控等诸领域。

C. C. Kilgus<sup>[1]</sup> 曾对这种天线做了大量的实验工作,并给出了简单的数学模型;本文则采用数值分析方法对该天线进行更为深入的研究。首先对 Nakano 的积分方程核加以进一步简化,然后运用矩量法分析、计算了螺旋天线的方向图、增益、轴比、前后比及赋形特性,并侧重于它们的极化特性;此外还研究了天线的馈电方法、导电板的影响以及本方法的计算精度和收敛性,得出了一些有趣的结论。它们作为对 Kilgus 工作的补充和深化以及工程设计是有意义的。

## 二、积分方程核的进一步简化及矩量法

自 Mei<sup>[2]</sup> 导出任意形状细线天线的积分方程后,许多学者一直致力于该积分方程的进一步简化。H. Nakano<sup>[3]</sup> 在这方面做了出色的工作。他取消了原积分方程核中繁琐的微积分运算,因而有利于提高数值计算的速度和精度。本文则发现,他的积分方程核仍有潜力可以简化,只要稍加变形便可进一步提高计算速度。Nakano 的积分方程表示为

$$\sum_{n=1}^M \int_0^{l_n} I_n(s'_{nj}) \Pi_{mijn}(s_{mi}, s'_{nj}) ds'_{nj} = B_m \cos \beta s_{mi} - \frac{jV_0}{2Z_0} \sin \beta |s_{mi}| \quad (1)$$

其中  $M$  为天线单元数,  $l_n$  为第  $n$  单元线长,  $I_n$  为第  $n$  单元上的电流,  $V_0$  为馈电电压,  $Z_0$

\* 1988年3月29日收到,1988年8月29日修改定稿。

为自由空间波阻抗, 其它请参见图 1. 积分方程核

$$\begin{aligned} \Pi_{minj}(s_{mi}, s'_{nj}) &= G_{minj}(s_{mi}, s'_{nj}) \hat{s}_{mi} \cdot \hat{s}'_{nj} \\ &\quad - \gamma_{minj}(s_{mi}, s_{mi}, s'_{nj}) \\ &\quad - \sum_{k=1}^{i-1} \{ G_{mknj}(e_{mk}, s'_{nj}) \\ &\quad \cdot [\hat{s}_{mk+1} - \hat{s}_{mk}] \cdot \hat{s}'_{nj} \\ &\quad \cdot \cos \beta D_{mkmi}(e_{mk}, s_{mi}) \\ &\quad - \gamma_{mkminj}(e_{mk}, s_{mi}, s'_{nj}) \} \quad (2) \end{aligned}$$

其中

$$G_{mknj}(\xi_{mk}, s'_{nj}) = \frac{e^{-j\beta r_{mknj}(\xi_{mk}, s'_{nj})}}{4\pi r_{mknj}(\xi_{mk}, s'_{nj})} \quad (3)$$

$$r_{mknj}(\xi_{mk}, s'_{nj}) = \{ Q_{mknj}(\xi_{mk}, s'_{nj}) \cdot Q_{mknj}(\xi_{mk}, s'_{nj}) + a_0^2 \}^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$\gamma_{mkminj}(\xi_{mk}, s_{mi}, s'_{nj}) = \eta(\xi_{mk}, s_{mi}, s'_{nj}) - \eta(0, s_{mi}, s'_{nj}) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \eta(\xi_{mk}, s_{mi}, s'_{nj}) &= \left\{ Q_{mknj}(\xi_{mk}, s'_{nj}) \cdot \hat{s}_{mk} G_{mknj}(\xi_{mk}, s'_{nj}) \cos \beta D_{mkmi}(\xi_{mk}, s_{mi}) \right. \\ &\quad \left. + j \frac{1}{4\pi} e^{-i\beta r_{mknj}(\xi_{mk}, s'_{nj})} \sin \beta D_{mkmi}(\xi_{mk}, s_{mi}) \right\} g_{mknj}(0, s'_{nj}) \quad (6) \end{aligned}$$

$$g_{mknj}(0, s'_{nj}) = \frac{Q_{mknj}(0, s'_{nj}) \cdot \hat{s}'_{nj} - \{ Q_{mknj} \cdot \hat{s}_{mk} \} (\hat{s}_{mk} \cdot \hat{s}'_{nj})}{Q_{mknj}(0, s'_{nj}) \cdot Q_{mknj}(0, s'_{nj}) - \{ Q_{mknj}(0, s'_{nj}) \cdot \hat{s}_{mk} \}^2 + a_0^2} \quad (7)$$

$$D_{mkmi}(\xi_{mk}, s_{mi}) = d_{mi} + s_{mi} - d_{mk} - \xi_{mk} \quad (8)$$

以上几式中的  $\xi_{mk}$  代表  $e_{mk}$  或  $s_{mi}$ ;  $Q_{mknj}(\xi_{mk}, s'_{nj})$  表示从点  $s'_{nj}$  到点  $\xi_{mk}$  的距离矢量;  $a_0$  为天线半径.

(2) 式中的积分方程核可视为任意细线天线系统的等效格林函数, 它表示第  $m$  个单元上第  $i$  个线元与第  $n$  个单元上第  $j$  个线元之间的耦合关系, 而且还存在一种积累效应, 即在这种关系中还需计及第  $m$  个单元上第 1 至第  $i-1$  个线元与第  $n$  个单元上第  $j$  个线元耦合的累加贡献. 就计算量而言, 对每个固定的  $s'_{nj}$ , 为求得被分成  $N$  段的第  $m$  个单元上所有的  $\Pi_{minj}$ , (2) 式中第三项须做  $\frac{N(N-1)(N-2)}{6}$  次运算. 显然, 为提高精度

而加密分割段时, 仅该项的计算量就与  $N^3$  成正比.

本文将该项中带有  $i$  和  $k$  的参数分离开来, 使第  $i$  次的累积贡献可以利用第  $i-1$  次的累积值, 而无需从第  $m$  个单元起点累积. 办法是利用三角函数两角和公式将该项中带有  $i$  的正(余)弦函数分离出关于  $k$  的求和, 加以整理便得到

$$\begin{aligned} \Pi_{minj}(s_{mi}, s'_{nj}) &= G_{minj}(s_{mi}, s'_{nj}) \hat{s}_{mi} \cdot \hat{s}'_{nj} \\ &\quad - \gamma_{minj}(s_{mi}, s_{mi}, s'_{nj}) - \sum_{p=1}^{10} A_p X_p^{(i-1)} \quad (9) \end{aligned}$$

其中

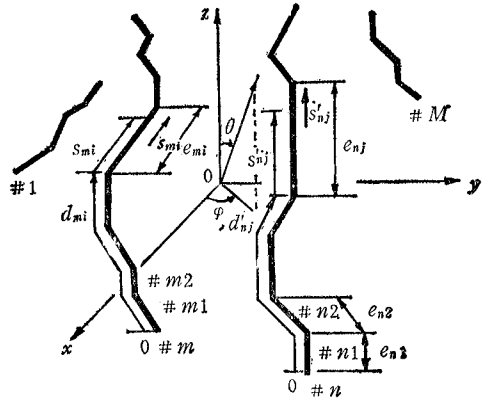


图 1 任意形状细线天线系统

$$\begin{aligned} A_1 = A_3 = -A_6 = -A_7 = A_{10} &= \cos \beta(d_{mi} + s_{mi}) \\ A_2 = A_4 = A_5 = -A_8 = -A_9 &= \sin \beta(d_{mi} + s_{mi}) \end{aligned} \quad (10)$$

$$X_p^{(i-1)} = \sum_{k=1}^{i-1} \begin{cases} G_{mknj}(e_{mk}, s'_{nj}) [\hat{s}_{mk+1} - \hat{s}_{mk}] \cdot \hat{s}'_{nj} T(e_{mk}), & p = 1, 2 \\ Q_{mknj}(e, s'_{nj}) \cdot \hat{s}_{mk} G_{mknj}(e, s'_{nj}) T(e) g_{mknj}(0, s'_{nj}), & \begin{cases} p = 3, 4; & e = e_{mk} \\ p = 7, 8; & e = 0 \end{cases} \\ \frac{j}{4\pi} e^{i\beta r_{mknj}(e, s'_{nj})} T(e) g_{mknj}(0, s'_{nj}), & \begin{cases} p = 5, 6; & e = e_{mk} \\ p = 9, 10; & e = 0 \end{cases} \end{cases} \quad (11)$$

$$T(e) = \begin{cases} \cos \beta(d_{mk} + e), & p = \text{奇数} \\ \sin \beta(d_{mk} + e), & p = \text{偶数} \end{cases} \quad (12)$$

由(11)式不难看出,

$$X_p^{(i-1)} = X_p^{(i-2)} + (X_p^{(i-1)} \text{ 的第 } i-1 \text{ 项}). \quad (13)$$

因此,当 $N$ 增大时,(9)式中第三项的计算量仅正比于 $N$ ,无疑大大地提高了计算速度.

本文用脉冲基函数的点匹配法<sup>[4]</sup>求解积分方程(1)式,使之在计算任意形状细线天线方面更具有通用性和灵活性.

对于结构对称的 $M$ 个单元天线系统,如四臂螺旋天线,匹配点可仅取在其中一支上,便可将代数方程的阶数降低到原来的 $1/M^2$ .由于方程(1)中的常数 $B_m$ 是待定的,通常需要 $N+1$ 个匹配点和适当的边界条件才能确定它以及 $N$ 小段上的电流.当天线末端开路,即 $I_N = 0$ 时,仅 $N$ 个匹配点便足够了;否则需增加一匹配点及相应的边界条件.对于四臂螺旋天线,可在与匹配点分支(设为第 $p$ 分支)相对的另一分支(设为第 $q$ 分支)末端再取一匹配点,边界条件为

$$I_N = I_{N+1} \quad (14)$$

于是 $N+1$ 阶代数方程可表示为

$$ZI = V \quad (15)$$

其中

$$I = [I_1 I_2 \cdots I_N B_m]^T \quad (16)$$

$$V = [V_1 V_2 \cdots V_N V_{N+1}]^T \quad (17)$$

“ $T$ ”为矩阵转置,且

$$V_i = \frac{jV_0}{2Z_0} \sin \beta | (d_{mi} + s_{mi}) | \quad (18)$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & (Z_{1N} + Z_{1N+1}) & -\cos \beta s_{m1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ Z_{N+1,1} & Z_{N+1,2} & \cdots & (Z_{N+1,N} + Z_{N+1,N+1}) & -\cos \beta s_{mN+1} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$Z_{ij} = \sum_{n=1}^M C_n e^{i\psi_n} \int_{c_{ni}} \Pi_{mi ni}(s_{mi}, s'_{ni}) ds'_{ni}, \quad i, j = 1, 2, \cdots, N+1 \quad (20)$$

$$m = \begin{cases} p, & i = 1, 2, \cdots, N \\ q, & i = N+1 \end{cases} \quad (21)$$

$C_n$  和  $\phi_n$  分别为第  $n$  个单元的馈电电流幅度和相位。此外, 匹配点被设在每个小段的中点, 避免选在天线切向分量不连续处。

(15) 式建立后对其进行矩阵求逆, 便可获得天线电流  $I$ 。

### 三、数值结果及讨论

谐振式四臂螺旋天线每臂长在  $1\lambda$  (波长) 以内, 由两对双臂螺旋天线组成。每对天线采用等幅反相馈电, 产生“8”字型方向图。若再使两对天线馈以等幅、 $90^\circ$  相位差电流, 它们的电场在空间叠加, 造成沿螺旋轴向一个方向上电场增强, 反方向抵消, 合成具有单向辐射的圆极化心脏型方向图。由于这种单向辐射性, 四臂螺旋天线的增益要比双臂螺旋天线高约 2dB, 且从表 1 中可见, 前者具有更良好的方向图轴对称性和偏轴圆极化轴比, 因而也有理由将方向性增益公式简化为

表 1 方向图对称性检验 (同图 2 例)

		双 臂 螺 旋			四 臂 螺 旋		
(dB)	$\theta(^{\circ})$ $\varphi(^{\circ})$	45	90	135	45	90	135
G	0	-2.80	-21.05	-2.86	-1.89	-8.29	-21.65
	45	-1.62	-4.35	-1.64	-1.89	-8.29	-21.65
AR	0	2.22	11.87	2.24	0.75	3.59	15.23
	45	3.04	4.44	3.04	0.75	3.59	15.22

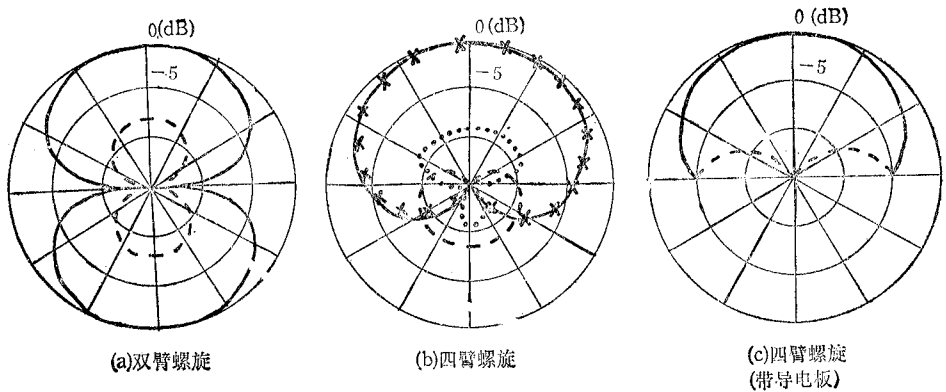


图 2 谐振式螺旋天线方向图

线长 =  $\lambda/4$ , 高 =  $0.19\lambda$ , 圈数 =  $3/4$

—— 右旋圆极化计算值      - - - - 左旋圆极化计算值  
 ××× 右旋圆极化实验值<sup>[1]</sup>      ····· 左旋圆极化实验值<sup>[1]</sup>

$$G = 2 |E_{\text{RHC}}(\theta)|^2 / \int_0^\pi [ |E_{\text{RHC}}(\theta)|^2 + |E_{\text{LHC}}(\theta)|^2 ] \sin \theta d\theta \quad (22)$$

$G$  仅是仰角  $\theta$  的函数. 这里约定, 右旋圆极化 (RHC) 为主极化, 左旋圆极化 (LHC) 为交叉极化.

图 2 给出了两种螺旋天线典型的方向图并与 Kilgus 的实验结果<sup>[1]</sup>做了比较. 主极化方向图吻合良好, 交叉极化方向图则差异很大. 这是由于交叉极化电场较弱, 天线结构和馈电网络的误差以及测量误差等都会对其产生影响而发生畸变, 而本文的理论模型并未模拟这一影响.

另外应当指正, Kilgus 是按传统定义前后比的, 即

$$F/B = |E_{\text{RHC}}(0^\circ)| / |E_{\text{RHC}}(180^\circ)| \quad (23)$$

然而如前所述, 在理论上四臂螺旋天线在其一轴向上的主极化电场为零 (设  $E_{\text{RHC}}(180^\circ) = 0$ ), 则前后比恒为无穷大. 但由于天线加工精度和测量精度等的限制, 实测的前后比总是有限值 (如 Kilgus 所给出的<sup>[1]</sup>). 鉴于上述情况, 且考虑到这种天线的右旋和左旋方向图是彼此反向的 (见图 2), 本文将前后比定义修改为

$$F/B = |E_{\text{RHC}}(0^\circ)| / |E_{\text{LHC}}(180^\circ)| \quad (24)$$

以更合理地表征该天线的能量集中程度和极化纯度.

在文献 [1] 中, Kilgus 给出了长为  $\lambda/4$ ,  $\lambda/2$ ,  $3\lambda/4$  和  $1\lambda$  等四种谐振式四臂螺旋天线的波束宽度、轴比和前后比等一套实验曲线, 本文有选择地对其进行了验证. 其中波束宽度的结果基本一致; 轴比的计算值却比实验值偏好. 本文认为, 由于测量是在 VHF/UHF 波段进行, 而且被测天线方向性较弱, 轴比测量易受环境等因素的影响, 特别是大角度偏轴轴比的测量精度更难以控制; 而本文的计算数据则是在不考虑上述因素的情况下得到的. 此外, 由于前后比定义不同, 该指标未予验证. 本文还对文献 [1] 中没有或没有定量研究的方向性增益、方向图赋形特性和电流分布等进行了大量的分析计算. 由于篇幅所限, 仅将部分典型数据列于表 2 中. 根据所获得的大量计算数据, 可以进行下面几点讨论:

(1) 这种天线方向图呈心脏型, 电流呈谐振型; 在可用的天线尺寸下, 轴向增益  $G_A$  在 5dB 左右, 前后比可达 15dB 以上.

(2) 当天线高度  $L_{ax}$  高于  $0.4\lambda$  以后, 波束出现锥形赋形. 在可用的天线尺寸下, 赋形角  $\theta_m$  在  $60^\circ$  左右时, 峰值增益  $G_m$  约为 3dB, 峰值轴比  $AR_m$  小于 3dB. 随着天线高度的增加, 赋形角增大, 峰值增益和轴比也随之变差. 天线的这种赋形特性很有实际意义. 例如中、低轨道卫星测控系统可利用这种天线产生的锥形波束来补偿空间路径差带来的信号衰减, 保证在工作区内获得平稳的电平.

(3) 若天线必须安装在电尺寸大的金属板上, 则会造成波束宽度变窄, 偏轴轴比变坏. 减小这一影响的方法是, 设计时应尽量降低天线在不带导电板情况下的后向主极化电平和前向交叉极化电平.

(4) 这种天线的馈电方式比较灵活. 每臂采用电流为  $Ie^{ik\theta_0}$  ( $k = 0, 1, 2, 3$ ) 的转门式 (turnstile) 激励. 不同的馈电相位步进方式和不同的螺旋旋向可以获得不同的圆极化方向图 (见表 3). 在 VHF/UHF 波段的常用馈电方法是, 用裂缝式或折合式巴伦

表 2 增益、前后比、轴比及赋形角

(a)

线长 = $0.25\lambda$ , 圈数 = $3/4$							线长 = $0.25\lambda$ , 圈数 = 1					
$L_{ax}(\lambda)$	0.06	0.10	0.15	0.18	0.20	0.22	0.06	0.10	0.15	0.18	0.20	0.22
(dB)												
$G_A$	5.5	5.6	5.7	5.7	5.7	5.6	5.7	5.0	6.5	6.3	6.8	6.6
$F/B$	11.7	14.7	11.7	18.7	17.2	22.3	9.7	13.7	21.0	11.5	20.2	17.1
$AR_{\text{半球}}$	6.5	6.6	4.1	4.0	2.9	4.0	11.2	17.9	5.8	7.3	3.8	4.9

(b)

线长 = $1.00\lambda$ 圈数 = $1/2$										
$L_{ax}(\lambda)$	0.12	0.22	0.32	0.42	0.52	0.62	0.72	0.82	0.92	
(dB)										
$G_A$	5.2	5.3	4.3	2.7	-1.2	-1.2	-9.2	-3.4	-4.0	
$F/B$	3.1	6.2	7.7	9.2	6.0	5.9	-2.4	2.4	4.4	
$AR_{\text{半球}}$	9.3	4.4	3.4	1.1	1.4	1.4	3.2	4.2	5.2	


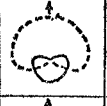
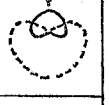

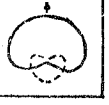
线长 = $1.00\lambda$ 圈数 = $3/4$										
$L_{ax}(\lambda)$	0.12	0.22	0.32	0.42	0.52	0.62	0.72	0.82	0.92	
(dB)										
$G_A$	5.2	5.3	4.7	3.6	1.8	-0.8	-6.2	-14.2	-17.1	
$F/B$	4.0	7.1	9.0	9.7	9.9	7.5	2.7	-5.0	-4.0	
$AR_{\text{半球}}$	9.1	5.2	4.3	2.2	1.5	0.6	1.2	1.7	2.2	

(c)

线长 = $1.00\lambda$ , 圈数 = $1/2$							线长 = $1.00\lambda$ , 圈数 = $3/4$					
$L_{ax}(\lambda)$	0.42	0.52	0.62	0.72	0.82	0.92	0.42	0.52	0.62	0.72	0.82	0.92
(dB)												
$\theta_m(^{\circ})$	33	65	70	90	95	96		50	65	75	80	90
$G_m(\text{dB})$	2.8	2.2	2.2	3.2	3.5	0.6		2.7	2.7	2.8	3.2	0.6
$AR_m(\text{dB})$	0.5	0.4	0.6	3.2	4.2	5.0		0.4	0.9	1.5	2.1	2.2

(balun) 分别给每对双臂螺旋以等幅反相激励,然后将两对螺旋接以  $90^\circ$  相移等功分网

表 3 馈电方式和方向图

		馈电旋向	
		右手	左手
螺旋旋向	右手		
	左手		

络;或将两对双臂螺旋的输入阻抗分别调整成感性和容性,产生自身相移 (selfphasing)  $90^\circ$ ;后者结构紧凑,但频带窄,调整困难.

(5) 由于本文对 Nakano 的积分方程核做了进一步简化,使计算速度大大加快. 在 IBM-PC AT 微机生成 50 阶阻抗矩阵的时间仅需 4 分钟,一般仅有矩阵求逆时间的 1/4. 为了验证求逆精度,本文将阻抗矩阵  $Z$  和求逆获得的导纳矩阵  $Z^{-1}$  相乘产生单位矩阵,非对角线元素可在  $10^{-7}$  数量级以下. 由表 4 可见,方向图收敛很快;鉴于大部分指标均定义为相对

比值,所以计算的方向图、增益、轴比和前后比等都是准确的;然而阻抗和电流却收敛缓慢. 分析发现,馈电点处的等效格林函数  $\Pi_{m_i n_j}(s_{m_i}, s'_{n_j})$  要比其它点处的格林函数大两个数量级,呈现出  $\delta$  函数的特征,匹配点加密不一定导致收敛. 这是因为当分割段长度可以与天线线径相比拟时,馈电点处格林函数的奇点性就突出出来,上节中自由空间格林函数的细线近似表达式 (3) 也已不准确了. 此外与基函数的选择和电压矩阵模型的建立也有关系,有待深入研究.

表 4 点匹配法收敛检验 (同图 2 例)

分割段 ( $\lambda$ )	0.04	0.02	0.01	0.005
(dB)				
$G(45^\circ)$ (dB)	-1.17	-1.75	-1.83	-1.89
$G(90^\circ)$ (dB)	-5.63	-7.72	-8.03	-8.92
$Re(I_0)$ (mA)	0.10	0.23	1.24	4.14
$Im(I_0)$ (mA)	0.83	6.15	15.20	31.00

参 考 文 献

[1] C. C. Kilgus, *Microwave Journal*, 13(1970) 12, 49—54.  
 [2] K. K. Mei, *IEEE Trans. on AP*, AP-13(1965)5, 347—378.  
 [3] H. Nakano, *Trans. IECE Japan*, E65(1982)6, 303—309.  
 [4] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, the Macmillan Company, 1968.

## THE MOMENT METHOD FOR ANALYSIS OF RESONANT QUADRIFILAR HELICAL ANTENNAS

Yi Li

*(Institute of Spacecraft System Engineering, The Chinese Academy of Space Technology, Beijing)*

**Abstract** An efficient measure is taken in simplification of Nakano's kernel of integral equations of arbitrarily bent wires. By means of the moment method, great efforts are made in analysis and computation of the circularly polarized patterns, gain, axial ratio, front to back ratio and beamshaping of the resonant quadrifilar helical antennas as well as the feeding techniques and effect of a conducting plate on the antennas.

**Key words** Helical antennas; Kernel of intergral equations; Moment method

### 微波遥感学术会议(1988)情况简报

中国科学院电子学研究所受中国电子学会遥感、遥控、遥测学会委托,于1988年12月14日至16日在北京召开了“微波遥感学术会议”,参加会议的有28个单位,50名代表。中国电子学会理事、三遥学会顾问罗沛霖同志做了重要讲话,给与会者很大鼓舞。三遥学会委员遥感学组组长陈宗鹭同志主持了开幕式,中科院电子所付所长张澄波同志代表主办单位致欢迎词。在会上宣讲的论文涉及合成孔径雷达、微波辐射计、雷达高度计、测地雷达、地物的散射测量、微波遥感中的电波传播问题以及微波遥感在海洋、农业、石油和工程地质等方面的应用。会议期间还举办了雷达遥感讲座,由中科院电子所的同志讲授了雷达遥感的原理、技术和应用。会议的论文集包括17篇论文和雷达遥感讲义。现尚存部分论文集,若需要者请与北京市2702信箱杨耀增同志联系。

中国电子学会遥感遥测遥控专业学会遥感学组