

一层随机分布的异向材料小椭球粒子的极化散射特征

叶红霞 金亚秋

(复旦大学波散射和遥感信息教育部重点实验室 上海 200433)

摘要 该文推导了异向材料(Metamaterial)小椭球粒子的复散射振幅函数。构造了一层随机取向的异向材料小椭球粒子全极化散射的 Mueller 矩阵解。计算和比较了异向材料粒子和通常介质粒子的散射特性、同极化后向散射系数 σ_{hh} , σ_{vv} 以及 $\sigma_{hh} - \sigma_{vv}$ 随频率的变化。计算了任一椭圆极化入射下一层非均匀取向的随机分布异向材料粒子的同极化和交叉极化后向散射系数, 以及随机粒子产生散射场去极化的极化度。解释了异向材料的媒质参数对粒子散射特性的影响和一层粒子的散射机理。结果表明: 与通常介质粒子比较, 异向材料粒子的散射产生了特征方向性的增强, 全极化散射呈现非对称模式, 并且由于异向材料的 ϵ 和 μ 与频率的特殊关系, 一层异向材料粒子的 $\sigma_{hh} - \sigma_{vv}$ 随频率有显著的复杂变化。

关键词 异向材料, 极化散射, Mueller 矩阵, 色散

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)01-0172-05

Polarimetric Scattering from a Layer of Random Metamaterial Small Spheroids

Ye Hong-xia Jin Ya-qi

(The Key Laboratory of Wave Scattering and Remote Sensing Information of the Ministry of Education, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract In this paper the complex scattering amplitude functions of a small metamaterial spheroid particle is derived. The Mueller matrix for polarimetric bistatic scattering from a layer of random metamaterial small spheroids, such as dishes or needles, is constructed. Bistatic scattering of metamaterial and dielectric spheroids are numerically calculated. Linearly co-polarized backscattering coefficients σ_{hh} , σ_{vv} and $\sigma_{hh} - \sigma_{vv}$ are presented to show the dependence upon frequency. The co-polarized and cross-polarized backscattering coefficients and polarizability of a layer of non-uniformly oriented metamaterial spheroids under illumination of an elliptic polarized plane wave are numerically simulated. Effects of metamaterial parameters on scattering pattern and scattering mechanism are interpreted. Numerical results indicate that scattering of metamaterial particles is enhanced largely and appears apparent directivity. Meanwhile, polarized difference of $\sigma_{hh} - \sigma_{vv}$ strongly varies with frequency due to constitutive dispersion of $\epsilon(\omega)$ and $\mu(\omega)$.

Key words Metamaterial, Polarimetric scattering, Mueller matrix, Dispersion

1 引言

约 30 多年前, Vesalago^[1]首次在理论上探讨了 ϵ 和 μ 同时具有负值的媒质中均匀单色平面波的传播研究。与通常媒质相反, 具有负 ϵ 和负 μ 的媒质中电场 E 、磁场 H 和波矢量 \hat{k} 形成左旋关系, 其相速度方向为逆 Poynting 矢量方向。比如, 低于等离子体频率的电离层就会呈现负 $\epsilon(\omega)$ 的特性^[2]。直至近年来, Pendry 等^[3,4]分别用细导线阵列和金属谐

振环阵列构造了负 ϵ 和负 μ 的人工媒质。Smith^[5]等沿用 Pendry 的方法, 间隔组合这两种微结构, 构造出微波频段内 ϵ 和 μ 同时为负值的人工媒质, 并实验观察了电磁波在这种媒质和空气交界面上的“负折射”现象。至此之后, 这种媒质引起了电磁学、材料科学、电子学等诸多领域的广泛关注, 并开始进行应用性的研究, 如高指向天线、完美透镜^[6]、相位补偿器^[7]等。

Vesalago 最初称这种媒质为“左手材料”(LHM)^[1], 后来有很多英文名称: 负折射率材料(Negative refractive index

2004-07-08 收到, 2004-11-17 改回
国家重点基础研究项目(2001CB309401)和国家自然科学基金(60171009)资助课题

material)、后向传播介质(Backward wave medium)、双负材料(Double negative material)等。对 Metamaterial 目前尚无统一的中文翻译, 有人认为这种媒质由金属颗粒构成, 故称其为金属介质。这里我们采用“异向材料”^[8], 以突出该媒质中电磁波传播的逆向或反向效应。

然而, 现有的研究仅限于讨论无界异性材料有效传播常数和传播特性及其可能的应用^[6,7], 尚无这种材料的颗粒层的散射特性研究。全极化散射测量技术(如合成孔径雷达成像技术)能测量全部的 2×2 维的复散射振幅函数和 4 个 Stokes 参数的 4×4 维的 Mueller 矩阵。Jin 发展的一层随机分布非球形粒子的全极化散射的 Mueller 矩阵解^[9,10], 能数值地求解同极化和交叉极化后向散射系数和极化度, 通过各个方位角上双站散射的测量, 来讨论粒子层的特征参数对散射特性的影响^[11]。

本文用 Mueller 矩阵研究由异向材料组成的非均匀取向的小椭球粒子的全极化散射和传输。首先推导空间随机取向的异向材料小椭球粒子在 Rayleigh 近似条件下的复散射振幅函数, 由此构造矢量辐射传输(VRT)的 Mueller 矩阵解。计算有下垫金属面的一层随机取向的异向材料粒子的双站散射系数, 以及水平和垂直同极化的后向散射系数 σ_{hh} 、 σ_{vv} 及其 $\sigma_{hh} - \sigma_{vv}$ 随频率变化的关系。计算了任一椭圆极化波入射下一层非均匀取向的随机异向材料粒子的同极化 σ_c 和交叉极化 σ_x 后向散射系数及极化度 m_s 。

2 双各向异性粒子的极化矩阵

一般地, 电磁本构关系可写成

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{E} + \boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{H} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}_e \\ \mathbf{B} = \boldsymbol{\zeta} \cdot \mathbf{E} + \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H} = \boldsymbol{\mu}_0 \mathbf{H} + \mathbf{P}_m \end{cases} \quad (1)$$

其中 \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{D} , \mathbf{B} , \mathbf{P}_e 和 \mathbf{P}_m 分别为媒质中的电场强度、磁场强度、位移移矢量、磁感应强度、极化强度和磁化强度, $\boldsymbol{\xi}$ 和 $\boldsymbol{\zeta}$ 表示电场与磁场之间的耦合系数。由式(1)可得到

$$\begin{cases} \mathbf{P}_e = (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0 \mathbf{I}) \cdot \mathbf{E} + \boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{H} \\ \mathbf{P}_m = \boldsymbol{\zeta} \cdot \mathbf{E} + (\boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\mu}_0 \mathbf{I}) \cdot \mathbf{H} \end{cases} \quad (2)$$

其中 \mathbf{I} 为单位对角矩阵。

在 Rayleigh 近似条件下, 用准静态场法获得小椭球粒子(其半轴长分别为 a , b , c)内部的场与入射外场的关系^[12]

$$\begin{cases} \mathbf{E} = \mathbf{E}_i - (L/\boldsymbol{\varepsilon}_0) \cdot \mathbf{P}_e \\ \mathbf{H} = \mathbf{H}_i - (L/\boldsymbol{\mu}_0) \cdot \mathbf{P}_m \end{cases} \quad (3)$$

其中 \mathbf{E}_i , \mathbf{H}_i 为入射外场, L 为椭球粒子的形状引起的极化并矢

$$\mathbf{L} = \sum_{n=1}^3 g_n \hat{x}_{bn} \hat{x}_{bn} \quad (4)$$

g_i 与粒子的几何大小有关^[10]。空间随机取向的椭球的局部坐

标系 \hat{x}_{bj} ($j=1,2,3$) 能通过 Euler 角 (α , β , γ) 转换到主坐标系 \hat{x}_j ($j=1,2,3$) 中。

由式(2)和式(3)可推导得到

$$\begin{aligned} & [I + (\boldsymbol{\varepsilon}_r - I) \cdot L - \boldsymbol{\xi}_r \cdot L \cdot (I + \boldsymbol{\mu}_r \cdot L - L)^{-1} \cdot \boldsymbol{\zeta}_r \cdot L] \cdot \mathbf{P}_e \\ & = \boldsymbol{\varepsilon}_0 [\boldsymbol{\varepsilon}_r - I - \boldsymbol{\xi}_r \cdot L \cdot (I + \boldsymbol{\mu}_r \cdot L - L)^{-1} \cdot \boldsymbol{\zeta}_r \cdot L] \cdot \mathbf{E}_i \\ & \quad + \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}_0 \boldsymbol{\mu}_0} \boldsymbol{\xi}_r \cdot [I - L \cdot (I + \boldsymbol{\mu}_r \cdot L - L)^{-1} \cdot (\boldsymbol{\mu}_r - I)] \cdot \mathbf{H}_i \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & [I + (\boldsymbol{\mu}_r - I) \cdot L - \boldsymbol{\zeta}_r \cdot L \cdot (I + \boldsymbol{\varepsilon}_r \cdot L - L)^{-1} \cdot \boldsymbol{\xi}_r \cdot L] \cdot \mathbf{P}_m \\ & = \boldsymbol{\mu}_0 [\boldsymbol{\mu}_r - I - \boldsymbol{\zeta}_r \cdot L \cdot (I + \boldsymbol{\varepsilon}_r \cdot L - L)^{-1} \cdot \boldsymbol{\xi}_r \cdot L] \cdot \mathbf{H}_i \\ & \quad + \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}_0 \boldsymbol{\mu}_0} \boldsymbol{\zeta}_r \cdot [I - L \cdot (I + \boldsymbol{\varepsilon}_r \cdot L - L)^{-1} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_r - I)] \cdot \mathbf{E}_i \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\boldsymbol{\varepsilon}_r = \boldsymbol{\varepsilon}/\boldsymbol{\varepsilon}_0$, $\boldsymbol{\mu}_r = \boldsymbol{\mu}/\boldsymbol{\mu}_0$, $\boldsymbol{\xi}_r = \boldsymbol{\xi}/\sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}_0 \boldsymbol{\mu}_0}$, $\boldsymbol{\zeta}_r = \boldsymbol{\zeta}/\sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}_0 \boldsymbol{\mu}_0}$ 。

假设小粒子内部 \mathbf{P}_e 和 \mathbf{P}_m 均匀分布, 则电偶极矩 \mathbf{p} 和磁偶极矩 \mathbf{m} 可由入射场表示为

$$\begin{cases} \mathbf{p} = V \mathbf{P}_e = \boldsymbol{\alpha}_{ee} \cdot \mathbf{E}_i + \boldsymbol{\alpha}_{em} \cdot \mathbf{H}_i \\ \mathbf{m} = V \mathbf{P}_m = \boldsymbol{\alpha}_{em} \cdot \mathbf{E}_i + \boldsymbol{\alpha}_{mm} \cdot \mathbf{H}_i \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\boldsymbol{\alpha}_{ee}$, $\boldsymbol{\alpha}_{em}$, $\boldsymbol{\alpha}_{me}$, $\boldsymbol{\alpha}_{mm}$ 为极化矩阵, $V = (4\pi/3)abc$ 为小椭球粒子的体积。对人工合成的异向材料, 由于 $\boldsymbol{\varepsilon}_r = \boldsymbol{\varepsilon}_r^T$, $\boldsymbol{\mu}_r = \boldsymbol{\mu}_r^T$, $\boldsymbol{\xi}_r = -\boldsymbol{\zeta}_r^T$ ^[12,13] 及粒子形状的对称性, 极化矩阵也出现相应的对称关系, 即 $\boldsymbol{\alpha}_{ee} = \boldsymbol{\alpha}_{ee}^T$, $\boldsymbol{\alpha}_{mm} = \boldsymbol{\alpha}_{mm}^T$, $\boldsymbol{\alpha}_{em} = -\boldsymbol{\alpha}_{me}^T$, 上标 T 表示矩阵转置。

电场与磁场之间耦合的 $\boldsymbol{\xi}_r$, $\boldsymbol{\zeta}_r$ 产生的手征问题在文献[9]中曾有过讨论。本文考虑 $\boldsymbol{\varepsilon}_r$ 和 $\boldsymbol{\mu}_r$ 为对角矩阵的情况, 忽略电场和磁场之间的耦合(即 $\boldsymbol{\xi}_r = \boldsymbol{\zeta}_r = 0$)。此时, 极化矩阵变成对角矩阵, 其对角线元素为(其中, $n=1,2,3$)

$$\alpha_{een} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{rn} - 1}{1 + (\boldsymbol{\varepsilon}_{rn} - 1)g_n} \frac{4\pi}{3} abc \quad (8)$$

$$\alpha_{mmn} = \boldsymbol{\mu}_0 \frac{\boldsymbol{\mu}_{rn} - 1}{1 + (\boldsymbol{\mu}_{rn} - 1)g_n} \frac{4\pi}{3} abc \quad (9)$$

$$\alpha_{emn} = \alpha_{men} = 0 \quad (10)$$

3 一层随机取向的异向材料小椭球粒子的 Mueller 矩阵

假设电磁波 \mathbf{E}_{inc} 入射到一个异向材料小椭球粒子上, 粒子的散射场可以表示为

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} E_{vs} \\ E_{hs} \end{bmatrix} = \frac{e^{ik_0 r}}{r} \begin{bmatrix} f_{vv} & f_{vh} \\ f_{hv} & f_{hh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{vi} \\ E_{hi} \end{bmatrix} = \frac{e^{ik_0 r}}{r} \mathbf{f} \cdot \mathbf{E}_{inc} \quad (11)$$

其中 \mathbf{f} 为复散射振幅函数。对 Rayleigh 低频近似条件下的小椭球粒子, 其散射场可用一个电偶极子和一个磁偶极子的场的叠加表示如下^[13]:

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}) = \frac{e^{ik_0 r}}{4\pi r} \left[\omega^2 \boldsymbol{\mu}_0 (\mathbf{I} - \hat{k}_s \hat{k}_s) \cdot \mathbf{p} - \omega k_0 \hat{k}_s \times \mathbf{m} \right] \quad (12)$$

其中 \hat{k}_s 为单位散射矢量, ω 为角频率。

对于盘状 ($a=b \gg c$) 或针状 ($a=b \ll c$) 粒子, 由式(7)和式(12), 我们推导出散射振幅函数如下:

$$f_{vv} = \frac{3}{2k_0} \{ [t_{e1}(\hat{v}_s \cdot \hat{v}_i) + (t_{e0} - t_{e1})(\hat{v}_s \cdot \hat{z}_b)(\hat{z}_b \cdot \hat{v}_i)] + [t_{m1}(\hat{h}_s \cdot \hat{h}_i) + (t_{m0} - t_{m1})(\hat{h}_s \cdot \hat{z}_b)(\hat{z}_b \cdot \hat{h}_i)] \} \quad (13)$$

$$f_{vh} = \frac{3}{2k_0} \{ [t_{e1}(\hat{v}_s \cdot \hat{h}_i) + (t_{e0} - t_{e1})(\hat{v}_s \cdot \hat{z}_b)(\hat{z}_b \cdot \hat{h}_i)] - [t_{m1}(\hat{h}_s \cdot \hat{v}_i) + (t_{m0} - t_{m1})(\hat{h}_s \cdot \hat{z}_b)(\hat{z}_b \cdot \hat{v}_i)] \} \quad (14)$$

$$f_{hv} = \frac{3}{2k_0} \{ [t_{e1}(\hat{h}_s \cdot \hat{v}_i) + (t_{e0} - t_{e1})(\hat{h}_s \cdot \hat{z}_b)(\hat{z}_b \cdot \hat{v}_i)] - [t_{m1}(\hat{v}_s \cdot \hat{h}_i) + (t_{m0} - t_{m1})(\hat{v}_s \cdot \hat{z}_b)(\hat{z}_b \cdot \hat{h}_i)] \} \quad (15)$$

$$f_{hh} = \frac{3}{2k_0} \{ [t_{e1}(\hat{h}_s \cdot \hat{h}_i) + (t_{e0} - t_{e1})(\hat{h}_s \cdot \hat{z}_b)(\hat{z}_b \cdot \hat{h}_i)] + [t_{m1}(\hat{v}_s \cdot \hat{v}_i) + (t_{m0} - t_{m1})(\hat{v}_s \cdot \hat{z}_b)(\hat{z}_b \cdot \hat{v}_i)] \} \quad (16)$$

其中 $(\hat{p}_s \cdot \hat{z}_b)$ 和 $(\hat{z}_b \cdot \hat{q}_i)$ 中的 \hat{z}_b 包含了粒子的空间取向 Euler 角^[10]。

$$t_{e0} = \frac{2k_0^3 a^2 c}{9} \frac{\epsilon_{r3} - 1}{1 + (\epsilon_{r3} - 1)g_3}, \quad t_{e1} = \frac{2k_0^3 a^2 c}{9} \frac{\epsilon_{r1} - 1}{1 + (\epsilon_{r1} - 1)g_1} \quad (17)$$

$$t_{m0} = \frac{2k_0^3 a^2 c}{9} \frac{\mu_{r3} - 1}{1 + (\mu_{r3} - 1)g_3}, \quad t_{m1} = \frac{2k_0^3 a^2 c}{9} \frac{\mu_{r1} - 1}{1 + (\mu_{r1} - 1)g_1} \quad (18)$$

为用光学定理精确地计算消光矩阵, t_{e0} , t_{e1} , t_{m0} 和 t_{m1} 需纳入高阶虚数项^[10]:

$$T = t(1 + it) \quad (19)$$

这里 t 分别指 t_{e0} , t_{e1} , t_{m0} 或 t_{m1} 。

根据 Jin 发展的一层随机分布非球形粒子全极化散射的 Mueller 矩阵解的方法^[10], 可得到一次散射的 Mueller 矩阵解为

$$[I_{vs}, I_{hs}, U_s, V_s]^T = \mathbf{M}(\theta_s, \varphi_s; \theta_i, \varphi_i) \cdot [I_{vi}, I_{hi}, U_i, V_i]^T \quad (20)$$

其中 Mueller 矩阵 \mathbf{M} 考虑了粒子的散射及粒子与下垫面的相互作用, 可由特征矩阵 \mathbf{E} 、粒子散射的相矩阵 \mathbf{P} 、对角化矩阵 \mathbf{D} 以及下垫面的反射率矩阵 \mathbf{R} 获得, 其中 \mathbf{E} 和 \mathbf{D} 由前向散射振幅函数 $f(\theta, \varphi; \theta, \varphi)$ 用光学定理求解, $\mathbf{P}(\theta', \varphi'; \theta, \varphi)$ 由散射振幅函数 $f(\theta', \varphi'; \theta, \varphi)$ 构造^[10]。一旦求得 Mueller 矩阵 \mathbf{M} , 即可计算各个方向的同极化和交叉极化散射系数。

4 数值结果

人工合成的异向材料通常是色散媒质, 在某些频率点上会出现 ϵ 和 μ 同时为负值的特性。本文引用文献[14]计算的异向材料的媒质参数(如图 1 所示: $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon' + i\epsilon''$, $\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu' + i\mu''$, $\epsilon_{zz} = 1.5$ 和 $\mu_{zz} = 1.0$ 不随频率变化)。

首先计算针状 ($c \gg a = b$) 的异向材料和通常介质粒子的散射振幅函数。电磁波的入射方向如图 2 所示, 粒子尺寸

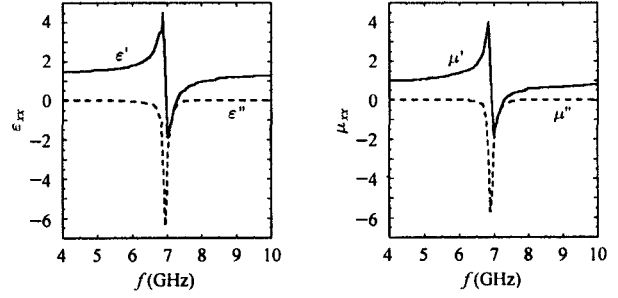


图 1 异向材料的 ϵ_{xx} 和 μ_{xx}

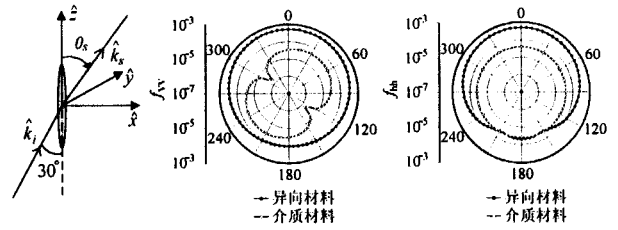


图 2 异向材料粒子和通常介质粒子的散射振幅函数

$a = 0.1\text{cm}$, $c = 1.5\text{cm}$, 频率 $f = 7\text{GHz}$ 的媒质参数由图 1 取为

$$\text{异向: } \epsilon = \epsilon_0 \begin{bmatrix} -1.4 - j4.8 & 0 & 0 \\ 0 & -1.4 - j4.8 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 \end{bmatrix}$$

$$\mu = \mu_0 \begin{bmatrix} -1.8 - j2.5 & 0 & 0 \\ 0 & -1.8 - j2.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{通常: } \epsilon = \epsilon_0 \begin{bmatrix} 1.45 & 0 & 0 \\ 0 & 1.45 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 \end{bmatrix}, \quad \mu = \mu_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

图 2 给出了入射平面内 ($\varphi_s - \varphi_i = 0, \pi$) 的异向材料粒子(实心点)和通常介质粒子(空心点)的 $|f_{vv}|$ 和 $|f_{hh}|$ (f_{vh} 和 f_{hv} 几乎为零)。可见: 通常介质粒子的 $|f_{vv}|$ 在前向 $\theta_s = 30^\circ$ 和后向 $\theta_s = 210^\circ$ 的散射较强, $|f_{hh}|$ 在各个方向相同, 沿入射方向对称。而异向材料粒子的散射在偏离入射方向的 $\theta_s = 0^\circ$ 附近 $|f_{vv}|$ 和 $|f_{hh}|$ 相对较强, 而在 $\theta_s = 180^\circ$ 附近要小一个量级, 且关于粒子轴向 \hat{z} 轴对称。这是因为通常介质粒子只产生介质极化, 并且极化强度方向与外加场 \bar{E}_i 同向; 而异向粒子由于 ϵ' 和 μ' 都是负值, 在外加电磁场作用下同时产生介质极化和磁化, 并且其方向分别与外加场 \bar{E}_i 和 \bar{H}_i 反向, 粒子内部的电偶极矩和磁偶极矩共同产生的散射场在 $\theta_s = 0^\circ$ 附近较强, 而 $\theta_s = 180^\circ$ 附近较弱。

现计算金属下垫面上的一层水平一致取向 ($\beta = 90^\circ$) 和垂直一致取向 ($\beta = 0^\circ$) 的针状小椭球粒子的散射, 水平方位角 $\gamma \in (0^\circ, 360^\circ)$ 均匀分布, (如图 4 所示), 粒子尺寸同上,

占空比 $f_s = 0.1$, 入射波频率 $f = 7\text{GHz}$, 层厚 $d = 30\text{cm}$, 入射角 $\theta_0 = 30^\circ (\theta_i = \pi - \theta_0)$ 。入射平面内异向材料粒子和通常的介质粒子的同极化双站散射系数 $\sigma_c(\theta_s, \theta_0 = 30^\circ)$ 如图 3 所示。可以看出: 在粒子水平和垂直一致取向的情况下, 异向材料粒子的同极化散射(实心点)明显比通常介质(空心点)强很多, 特别地, 水平取向的异向材料粒子的双站散射出现向前方向($\theta_s > 0$)散射明显增强的现象(图 3(a)、3(c))。

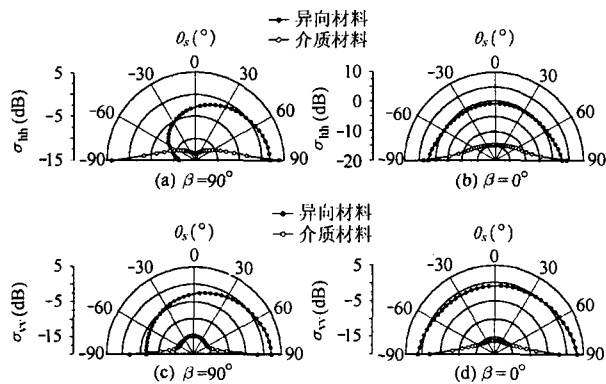


图 3 一层水平和垂直排列的针状粒子的 σ_{vv} 和 σ_{hh} 随散射角 θ_s 的变化

图 4(a)解释了水平一致取向的一层异向材料粒子的散射过程。若电磁波首先入射到粒子上, 粒子的两个主要散射方向中(图中实线), 向上散射的电磁波对向前散射($\theta_s > 0$)有贡献, 向下散射的电磁波经下垫面的反射后也是对向前散射贡献; 若电磁波先经下垫面反射后入射到粒子上, 其散射过程(图中虚线)主要也是向前方向散射。因而出现如图 3(a)和 3(c)所示的向前散射增强的特性。类似地, 图 4(b)解释了垂直一致取向的情况, 粒子的主散射方向在向前和向后方向成对出现, 因而在 θ_s 和 $-\theta_s$ 两个方向的散射对称相等(如图 3(b)和 3(d)所示)。

\hat{z} 轴取向的单个通常介质粒子, 由于在沿入射方向和逆入射方向两个方向散射较强, 且关于入射方向对称, 因而无论粒子水平还是垂直排列, Mueller 矩阵中的 4 个散射过程在向前和向后各方向的散射对应相等。

图 5 给出了一层垂直和水平一致取向的异向材料粒子的同极化后向散射系数随频率变化的曲线。可见当媒质参数

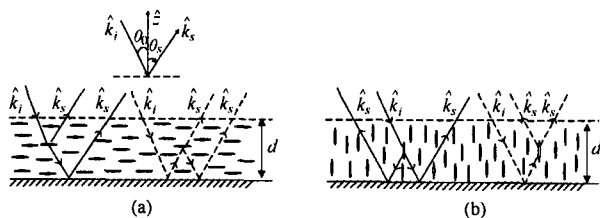


图 4 射线法描述随机粒子层的散射过程

出现双负(ϵ_r 和 μ_r 同时为负值)特性时, σ_{hh} 和 σ_{vv} 明显增强, 特别是垂直取向的情况($\beta = 0^\circ$, 圆黑点), 并在 $f = 7\text{GHz}$ 附近出现峰值, 这是由于图 1 给出的 ϵ 和 μ 随频率变化的关系。

图 6 比较了 3 种不同取向($\beta = 0^\circ, \beta = 90^\circ, \beta \in (0^\circ, 90^\circ)$) 的一层异向材料粒子和通常介质粒子的 σ_{hh} 和 σ_{vv} 与频率的关系。可见, 非色散的通常材料粒子的 σ_{hh} 和 σ_{vv} 不随频率变化, 而异向材料粒子的 σ_{hh} 和 σ_{vv} 随频率有显著的复杂变化, 并在频率 $f = 7.1\text{GHz}$ 时出现一个尖峰, 而该频率点正好是组成异向材料的小颗粒的谐振频率。

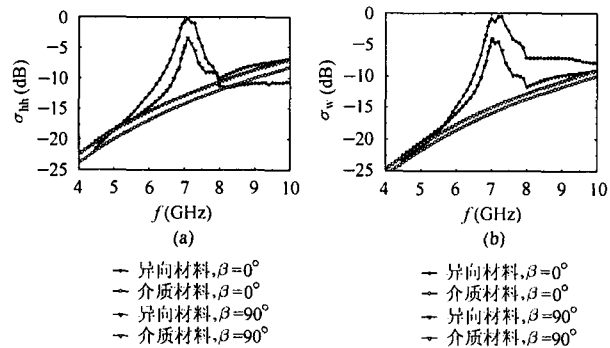


图 5 同极化后向散射系数 σ_{hh} 和 σ_{vv} 随频率的变化

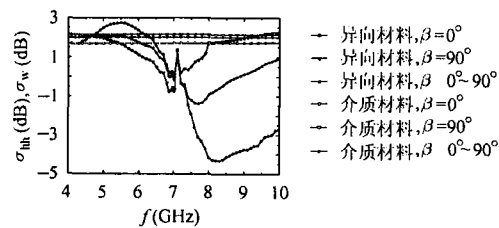
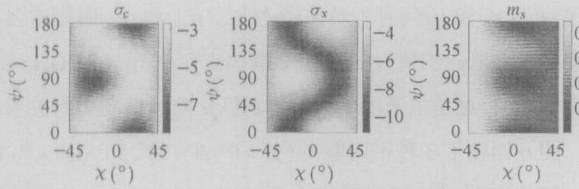
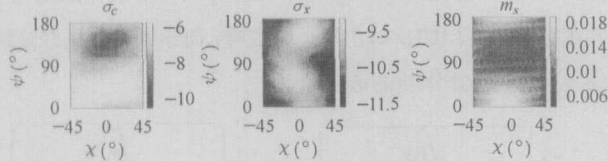


图 6 一层粒子的同极化后向散射系数 σ_{hh} 和 σ_{vv} 随频率的变化

图 7 和图 8 分别给出了水平方位角 γ 非均匀分布($\gamma \in [0^\circ, 90^\circ]$) 的一层无耗($\epsilon_r = -1.4, \mu_r = -1.8$)和有耗($\epsilon_r = -1.4 - j4.8, \mu_r = -1.8 - j2.5$)的异向材料粒子的 σ_c, σ_x, m_s 随入射极化波的椭圆角 χ 和方位角 ψ 变化的关系。与通常介质粒子的全极化散射^[9]比较可以发现: 异向材料的负 ϵ 、负 μ 以及它们的虚部使得粒子层的全极化散射呈现了非对称模式。无耗的异向材料粒子的散射图 7 中, 同极化 σ_c 的极大值向椭圆极化偏移, 交叉极化 σ_x 的极大值呈现与 σ_c 相反的偏移, 极化度 m_s 标志去极化的程度, 右旋圆极化($\chi = -45^\circ$)的极化度较高。这些变化均与 γ 的非均匀分布有关。

有耗的异向材料粒子的散射图 8 中, 同极化 σ_c 的极大值偏离水平和垂直线极化, 交叉极化 σ_x 的极大值向椭圆极化偏移, 极化度 m_s 也出现类似 σ_c 的偏移。

无论有耗或无耗, 全极化散射模式对于 χ 和 ψ 均表现了非对称。

图7 一层 γ 非均匀分布的无耗异向材料粒子的 σ_c , σ_x , m_s 随 (χ, ψ) 的变化图8 一层 γ 非均匀分布的有耗异向材料粒子的 σ_c , σ_x , m_s 随 (χ, ψ) 的变化

5 结束语

本文推导了异向材料的小椭球粒子的极化矩阵和散射振幅函数, 分析比较了异向材料和通常的非色散介质的针状小椭球粒子的散射特性。用一层随机分布的异向材料小椭球粒子的 Mueller 矩阵解, 数值地计算了线极化的双站散射系数、不同空间取向的粒子的同极化后向散射系数 σ_{hh} , σ_{vv} 及 $\sigma_{hh} - \sigma_{vv}$ 随频率的变化曲线, 本文还计算了任意极化入射下一层非均匀取向的异向材料小椭球粒子同极化和交叉极化后向散射系数及极化度。结果表明: 异向材料粒子的散射强度比普通介质粒子强很多, 散射方向性有明显差别; 在异向材料的 ϵ 和 μ 出现异向特性时, 一层异向材料粒子的 σ_{hh} 和 σ_{vv} 明显比普通介质粒子强得多, 而且 σ_{hh} 和 σ_{vv} 随频率有明显变化, 而通常介质粒子的 σ_{hh} 和 σ_{vv} 几乎不随频率变化; 异向材料的负 ϵ 和负 μ 使全极化散射的 σ_c , σ_x 和 m_s 的峰值发生迁移, 使全极化散射对 (χ, ψ) 呈现不对称模式。

参考文献

- [1] Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ . *Soviet Physics USPEKI*, 1968, 10(4): 509 – 514.
- [2] Rotman W. Plasma simulation by artificial dielectrics and parallel-plate media. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1962, 10(1): 82 – 95.
- [3] Pendry J B. Garcia Vidal F J. Computational studies of photonic band gaps in metals. IEE Colloquium on Semiconductor Optical Microcavity Devices and Photonic Bandgaps (Digest No. 1996/267) Dec. 1996: 5/1 – 5/6.
- [4] Pendry J B, *et al.* Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, 1999, 47(11): 2075 – 2084.
- [5] Smith D R. Padilla W J. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 84(18): 4184 – 4187.
- [6] Pendry J B., Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 85: 3966 – 3969.
- [7] Engheta N. An idea for thin subwavelength cavity resonators using metamaterials with negative permittivity and permeability. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2002, 1(1): 10 – 13.
- [8] 冉立新, 张献民等. 异向媒质及其实验验证. *科学通报*, 2003, 48(12): 1271 – 1273.
- [9] 常梅, 金亚秋. 一层随机小椭球手征粒子的 Stokes 矢量的极化散射与传输. *中国科学*, 2002, 32(3): 362 – 372.
- [10] Jin Y Q. *Electromagnetic Scattering Modelling for Quantitative Remote Sensing*, Singapore: World Scientific, 1993: 32 – 64.
- [11] 梁子长, 金亚秋. 一层非球形粒子散射的标量辐射传输迭代解的求逆. *物理学报*, 2002, 51(10): 2239 – 2244.
- [12] Ishimaru A, *et al.* Generalized constitutive relations for metamaterials based on the quasi-static Lorentz theory. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2003, 51(10): 2550 – 2557.
- [13] Lindell I V. Sihvola A H. Tretyakov S A., *et al.* 1994, *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*, London, Boston: Artech House 1994: 194 – 230.
- [14] Yao H Y. Li L W. Performance analysis of metamaterials with two-dimensional isotropy. *Proceedings of Annual Symposium of Singapore-MIT* (<http://hdl.handle.net/1721.1/3889/>).

叶红霞: 女, 1976 年生, 博士生, 从事电磁波散射、计算电磁学方面的研究。

金亚秋: 男, 1947 年生, 教授, 波散射与遥感信息教育部重点实验室主任。研究方向为复杂系统中电磁场与波、空间遥感信息总理论、计算电磁学等。