

# 电磁聚焦移象系统中静电聚焦场的逆设计\*

倪国强 周立伟 金伟其

(北京理工大学)

方二伦

(西安近代化学研究所)

**摘要** 本文对电磁聚焦移象系统中静电聚焦场的逆设计进行了研究,利用多电极系统静电场的电位迭加原理,建立了数学模型,用最优化方法对系统的静电聚焦场进行了设计计算。

**关键词** 光电成象;电子光学;电磁复合聚焦;电子光学逆设计;阴极透镜。

## 一、引言

电磁复合聚焦移象系统广泛地应用于近代光电成象器件中,文献[1—3]对放大率  $M=1$  或  $M \neq 1$  且图象无旋转的电磁聚焦移象系统的理论与设计进行了研究,导出了图象无旋转的两个条件:

$$\frac{3(V + \epsilon_{z1}^*)}{G^2} \left( \frac{dG}{dz} \right)^2 - \frac{2(V + \epsilon_{z1}^*)}{G} \frac{d^2G}{dz^2} - \frac{1}{G} \frac{dV}{dz} \frac{dG}{dz} + \frac{d^2V}{dz^2} = 0, \quad (1)$$

$$\lambda_n = \frac{e}{8m_0} \frac{B_0^2 l^2}{\phi_{ac}} = \frac{n^2 \pi^2}{\left[ \int_0^1 \frac{G(z)}{\sqrt{V(z) + \epsilon_{z1}^*}} dz \right]^2} \quad (2)$$

式中,  $e/m_0$  是电子荷质比,  $e$  取绝对值;  $z$  是以阴极面到荧光屏的距离  $l$  为单位的轴向无量纲坐标;  $V(z)$  是以象面电位  $\phi_{ac}$  为单位的无量纲轴上电位分布;  $G(z)$  是以阴极面中心处磁感应强度值  $B_0$  为单位的无量纲轴上磁感应强度分布;  $\epsilon_{z1}^* = \epsilon_{z1}/\phi_a$ ,  $e\epsilon_{z1}$  是在象面上理想聚焦的电子所具有的轴向发射初能量;  $\lambda_n$  为电子  $n$  圈聚焦的特征值。

由此出发进行系统的设计是一种逆设计方法,即从满足图象无旋转的条件的场分布出发,反过来设计计算电极系统和磁聚焦线圈的结构和确定电参数。

文献[4]在上述研究的基础上,先假定系统的轴上电位为线性分布,然后对相应于若干个不同放大率的轴上磁感应强度分布进行逆设计,并研制了实验样管及其无铁介质的聚焦线圈,获得了放大率分别为 0.8, 0.9, 1.0, 1.2 的无旋转图象。

根据文献[2, 3],对于线性分布的轴上电位,可求得对应于各种放大率的轴上磁感应强度分布。从原则上讲,可以利用文献[4]中的方法,用同一线圈实现所有这些磁场分

\* 1987年4月29日收到,1988年1月3日修改定稿。

布。

但计算表明,当放大率偏离 1 较远时,由该线圈产生的磁场分布难于逼近所要求的分布,或者计算所得的线圈电流大到不合理的地步。另外,我们知道,为了减少球差,轴上磁感应强度分布的二阶微商应在整个透镜内都保持为正<sup>[5]</sup>,正是从这一点出发,导致了  $\beta$ -谱仪的实质性改进<sup>[6]</sup>。而对应于线性的轴上电位分布,当  $M < 1$  时,磁场分布并不满足这个要求<sup>[2,3]</sup>。

这表明,对于这样的系统,应对电场和磁场同时进行逆设计,以获得较佳、以至最佳的实际系统。因此,如何实现对系统的聚焦静电场的逆设计,成为一个急需解决的问题。

电子光学逆设计(或称反算法)的理论基础是由 Г. А. Гринберг 等人奠定的<sup>[7]</sup>。文献[8]对静电聚焦成象系统逆设计的方法和途径进行了深入的探讨。七十年代以来,电子光学系统最优化设计的研究深入开展,一些逆设计的设想和方法应运而生。1974年, P. W. Hawkes<sup>[9]</sup> 论述了从场的轴上分布出发来构造轴对称系统的设想: 可由表面电荷法来寻求电极和不饱和磁极系统,以产生给定的轴上电、磁场分布。M. Szilagui<sup>[10,11]</sup> 提出的动态规划法和 H. Rose<sup>[12]</sup> 提出的变分法可搜索球差系数最小时的轴上电/磁场分布,但不能直接得出实际结构。文献[10]利用分段三次样条函数局部逼近给定的轴上电位分布,然后从轴对称系统的 Scherzer 级数展开式出发,求空间电位分布,选取某些等位面作为电极表面,再经过修正,以求得可实现的电极形状。结果表明,从轴上场分布出发来重构电极/磁极靴,比之从给定的电子光学特性来寻求一个场分布要复杂和困难得多。

本文所研究的图象无旋转的变倍电磁聚焦移象系统中电场的逆设计提出了一个新的课题。它要求在同一系统中能获得不同的场分布,即要求在系统的结构已经固定的情况下,通过改变电参量来获得不同的场分布。显然,以上各种电场的设计方法并不适用。

实际上,静电变倍象管的设计已经涉及这样的问题。但迄今为止,这类象管的设计仍主要依靠正设计以及设计人员的经验,通过试凑法来进行的。

为此,本文对电磁聚焦移象系统中静电聚焦场的逆设计进行探讨,用最优化方法来设计能实现给定电场分布的实际系统。

## 二、数学模型

电磁聚焦移象系统静电场的设计,可以从轴上电位出发考虑。我们希望能找到一种电极系统,使其在轴上产生的、以象面电位  $\phi_{ac}$  为单位的无量纲电位分布  $\bar{V}(z)$ , 尽可能地与所要求的无量纲轴上电位分布  $V(z)$  相吻合,即使得以下从方差出发所构造的泛函

$$L = \int_0^1 [\bar{V}(z) - V(z)]^2 dz \quad (3)$$

取极值。

由静电场的电位迭加原理可知,一个多电极系统所产生的电位分布恒可由数目等于电极数  $\bar{n}$  的基本电位分布  $\varphi_1^*, \varphi_2^*, \dots, \varphi_{\bar{n}}^*$  进行线性迭加而得,即

$$\varphi(r, z) = \sum_{k=1}^{\bar{n}} V_k \cdot \varphi_k^*(r, z), \quad (4)$$

这里  $\varphi(r, z)$  为轴对称系统中子午面  $(r, z)$  内的空间电位分布;  $V_k$  为第  $k$  个电极上所加的电位值 ( $k = 1, 2, \dots, \bar{n}$ ); 而第  $k$  个电极的空间基本电位分布  $\varphi_k^*(r, z)$  定义为: 在由  $\bar{n}$  个电极构成的系统中, 令第  $k$  个电极的电位为 1, 其他电极的电位为 0 所得的空间电位分布. 显然,  $\varphi_k^*$  只取决于电极形状及其相互位置.

对轴上电位分布, 同样也有

$$\bar{V}(z) = \sum_{k=1}^{\bar{n}} V_k^* \phi_k^*(z) \quad (5)$$

这里  $\phi_k^*(z)$  为第  $k$  个电极的基本电位的轴上分布,  $\phi_k^*(z) = \varphi_k^*(0, z)$ ,  $V_k^* = V_k / \phi_{ac}$ . 为简略起见, 以下一概省去  $V_k^*$  和  $\phi_k^*(z)$  中的星号\*, 简记为  $V_k$  和  $\phi_k(z)$ .

在电极形状和相互位置确定以后, 由计算机计算所得的电位分布总是离散的. 同时, 为了节省机时, 我们将 (3) 式对  $z$  的积分离散为求和的形式; 另外, 对阴极透镜, 由于阴极面电位恒为零, 所以不将其计入电极数; 我们还知道, 对电极数为  $\bar{n}$  (不包括阴极面, 但包括象面) 的系统, 只有  $(\bar{n} - 1)$  个基本电位分布是相互独立的, 而象面电位值恒为  $\phi_{ac}$ , 即  $V_i = 1$ ; 同时考虑到, 对离散的轴上各个抽样点的要求不尽相同, 如在移象系统中, 由于阴极面附近电子速度较低, 而在荧光屏处对电子上靶有一定要求, 希望电场设计误差尽可能小; 而在远离阴极和荧光屏的中间部分, 这种要求相对要弱些, 所以, 应根据具体情况, 对每个抽样点加权; 于是, 对阴极透镜, (3) 式可化为

$$L = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m A_i \left[ \sum_{k=1}^n V_k \phi_k(z_i) + \phi_i(z_i) - V(z_i) \right]^2 \quad (6)$$

其中  $z_i (i = 1, 2, \dots, m)$  为轴上抽样点的坐标,  $z_i \in (0, 1)$ ;  $\phi_k(z_i) (k = 1, 2, \dots, n)$ ,  $\phi_i(z_i)$ ,  $V(z_i)$  分别为  $z_i$  处第  $k$  个中间电极的基本电位值、 $z_i$  处象面的基本电位值和  $z_i$  处所要求的电位值; 这里  $n = \bar{n} - 1$ , 为中间电极数, 不包括阴极面和象面;  $A_i$  为  $z_i$  处的加权因子,  $\sum_{i=1}^m A_i = m$ ,  $A_i > 0$ .

在电极结构参数确定之后,  $L$  为各中间电极电位  $V_k$  的函数. 于是, 求解泛函的极值问题转化为多元函数的极值问题, 即寻求一组  $V_k$  值, 使 (6) 式的  $L$  值趋于最小. 显然, 这可归结为以下非线性规划问题:

$$\min_{\mathbf{V} \in R^n} L(\mathbf{V}) \quad (7)$$

式中  $\mathbf{V} = [V_1, V_2, \dots, V_n]^T$  为  $n$  维线性空间  $R^n$  中一独立变量向量, 上标  $T$  表示向量转置. 目标函数取 (6) 式, 其梯度向量为

$$\nabla L = \left[ \frac{\partial L}{\partial V_1}, \frac{\partial L}{\partial V_2}, \dots, \frac{\partial L}{\partial V_n} \right]^T \quad (8)$$

其中

$$\frac{\partial L}{\partial V_l} = \frac{2}{m} \sum_{i=1}^m A_i \left[ \sum_{k=1}^n V_k \phi_k(z_i) + \phi_i(z_i) - V(z_i) \right] \phi_l(z_i), \quad (l = 1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

(6), (9) 式中的  $\phi_k(z_i)$ ,  $\phi_i(z_i)$  值均由正设计的象管电场计算程序提供.

我们用最优化方法——变尺度法中的 BFGS (Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno)

法对目标函数寻优。该方法的计算思想与迭代步骤,请参见有关文献和书籍,文献[4]中也已引述,这里不再叙述。

我们用 FORTRAN 语言编制了电磁聚焦移象系统中聚焦电场逆设计的计算程序。程序通用、方便,功能较强。其流程框图如图 1 所示。

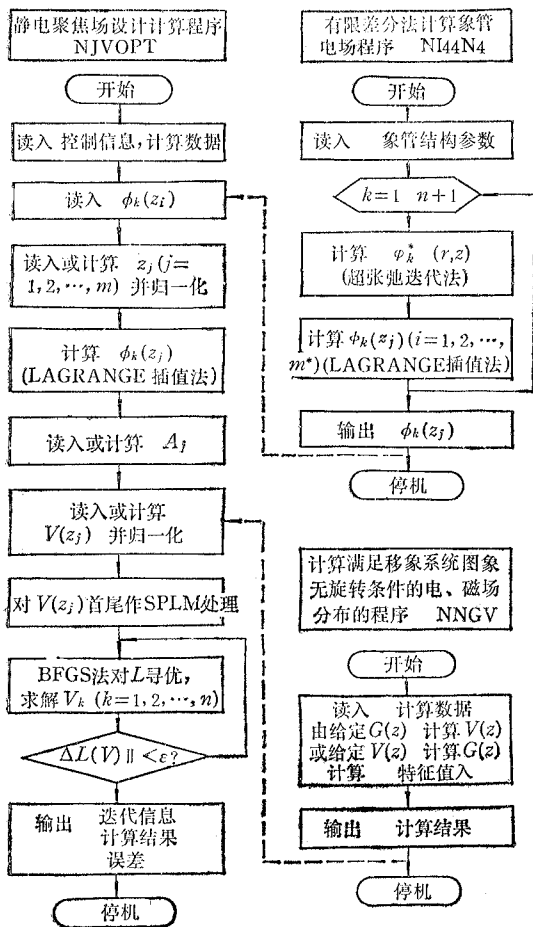


图 1 静电聚焦场逆设计程序流程框图

### 三、计算实例

文献[4]所研制的移象系统实验样管的电极结构如图 2 所示。该样管除平面阴极和平面荧光屏外,有 5 个中间平面电极,结构十分简单。

我们采用上述方法,对该样管为实现下述轴上电位分布

$$V(z) = \gamma z / [1 - (1 - \gamma)z] \quad (10)$$

进行计算。该式实际上是典型的同心球电场轴上电位分布表达式<sup>[13]</sup>,该电场与轴上磁感应强度分布表达式

$$G(z) = 1/[1 - (1 - \gamma)z]^2 \quad (11)$$

所表示的同心球磁场<sup>[13]</sup>相结合所组成的电磁聚焦移象系统,能得到理想聚焦的

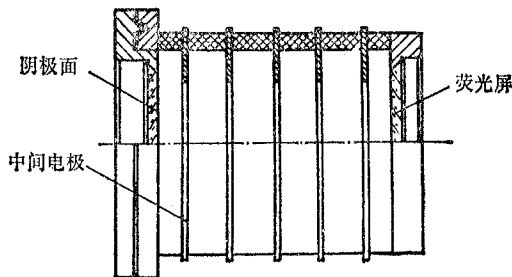


图 2 移象系统实验样管电极结构示意图

无旋转图象<sup>[2,3]</sup>。不难证明,这时式中参数  $\gamma$  正是系统的横向放大率  $M$ 。 $\gamma = 1.0$  时,(10),(11)式表示均匀平行复合电磁场。

图 3 给出了该样管各中间电极和象面的轴上基本电位分布曲线。图 4 为对应于参数  $\gamma$  不同值时(10)式所表示的轴上电位分布曲线。

计算表明,逼近精度误差的主要来源在于象管采用平的输入输出窗。在该两处的实际轴上电位分布的二阶微商为零,即  $\bar{V}''(0) = 0, \bar{V}''(1) = 0$ 。所有基本电位的轴上分布都同样如此。这使得样管所产生的实际场分布与所要求的同心球场分布在阴极面和象面附近不尽吻合。 $\gamma$  越偏离 1.0,则误差越大。

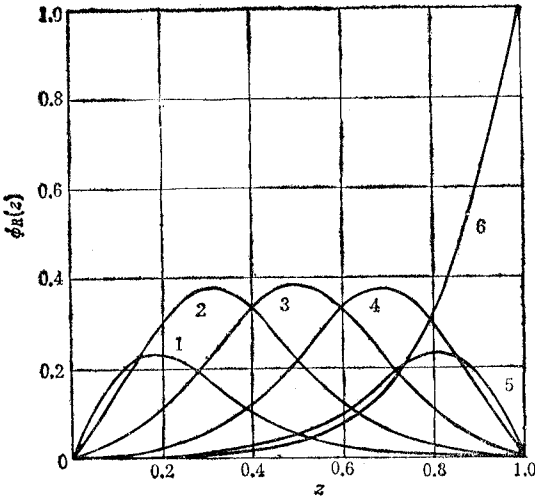


图3 实验样管各电极的轴上基本电位分布曲线  
(1—5: 各中间电极; 6: 象面)

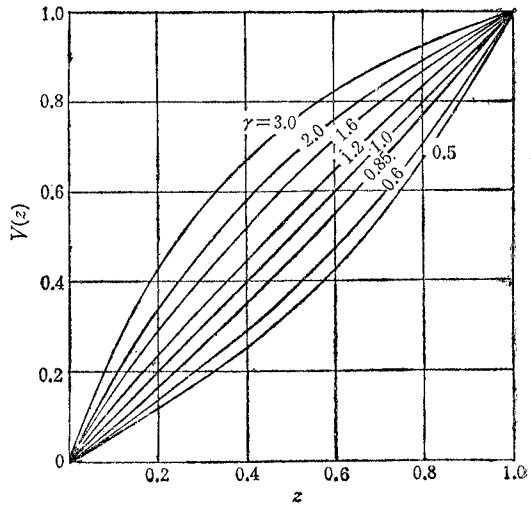


图4 (10)式所表示的轴上电位分布曲线

若对所要求的轴上电位分布在近阴极区和近象面区先行作三次自然样条函数插值处理 (SPLM——Spline Method) 并满足自然边界条件 ( $V''(0) = 0, V''(1) = 0$ ), 然后再进行计算, 则迭代收敛加快, 逼近精度提高。

表 1、表 2 给出了对 (10) 式中当  $\gamma$  从 0.5 至 3.0 时轴上电位分布进行计算的部分结果。结果表明, 计算所得的值与所要求的值之间, 在如图 4 所示的曲线绘制时已几乎无法区分开来。

表 1 对 (10) 式的部分计算结果: SPLM 法对迭代次数和精度的影响

参 数 $\gamma$	首尾未用 SPLM 修正			首尾用 SPLM 修正		
	迭代次数	目标函数值	平均相对误差	迭代次数	目标函数值	平均相对误差
0.5	12	6.8473E-7	1.9162E-3	5	4.1598E-7	1.1896E-3
0.6	31	2.1444E-7	1.3347E-3	5	1.2634E-7	7.3806E-4
0.85	19	1.0321E-8	4.6107E-4	5	5.0027E-9	2.7085E-4
1.0	16	1.1967E-10	3.1808E-5	5	2.9856E-11	2.3325E-5
1.2	22	1.7371E-8	5.8150E-4	5	6.8946E-9	3.3310E-4
1.6	34	2.6204E-7	1.8474E-3	5	1.0523E-7	1.1069E-3
2.0	28	1.1404E-6	3.2181E-3	5	4.6800E-7	1.9743E-3
3.0	17	9.7531E-6	6.9677E-3	5	4.0424E-6	4.4080E-3

理论和计算都表明, 若增加中间电极数目, 逼近精度明显提高。例如对于上述样管, 当中间电极数从 5 增为 7, 9, 11 而其他结构参数不变时, 对 (10) 式的场分布逼近精度, 分别可提高一个、两个和三个数量级。实际上电极数不必取得很多, 就能达到相当好的精度, 满足工程设计需要。

另外, 双曲场是一种能使宽电子束理想聚焦的场分布, 它是一种基本的、简单的、但又具有一些理想特性的场分布。早期文献(例如文献[14])曾对其作为细电子束聚焦系统的

表 2 对 (10) 式的部分计算结果: 电极电位值

参 数 $r$	中 间 电 极 电 位					象面电位
	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$
0.5	0.02807	0.17442	0.28547	0.51874	0.65453	1.00000
0.6	0.04324	0.20126	0.34007	0.56234	0.73969	1.00000
0.85	0.08390	0.26932	0.44754	0.65364	0.85147	1.00000
1.0	0.11150	0.30724	0.49919	0.69431	0.88713	1.00000
1.2	0.15252	0.35272	0.55734	0.73647	0.91768	1.00000
1.6	0.24592	0.42604	0.64799	0.79200	0.95250	1.00000
2.0	0.34977	0.47808	0.71661	0.82418	0.97291	1.00000
3.0	0.63281	0.53572	0.84182	0.85500	1.00628	1.00000

特性进行过研究。近年来,文献[15]等又对其作为宽电子束聚焦系统作了进一步的研究。对移象系统,双曲场的轴上电位分布可用

$$V(z) = (1 - \beta)z^2 + \beta z \quad (12)$$

来表示。参数  $\beta$  取不同值,可以模拟不同的双曲场;  $\beta = 1.0$ , 表示均匀平行场。对该式在  $0.3 \leq \beta \leq 2.0$  时所表示的场分布所作的计算表明,逼近精度都相当良好(部分计算结果列于表 3)。这就为进一步研究和实现双曲场提供切实可行的途径。

表 3 对 (12) 式的部分计算结果

参 数 $\beta$	迭代次数	平均相对 误差	中 间 电 极 电 位					象面单位
			$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$
0.3	5	3.0312E-3	-0.02262	0.13648	0.27696	0.52343	0.75327	1.00000
0.6	5	1.0644E-3	0.03519	0.20930	0.37254	0.59637	0.81088	1.00000
0.8	5	4.3883E-4	0.07374	0.25785	0.43627	0.64499	0.84929	1.00000
1.0	5	2.4464E-5	0.11228	0.30640	0.49999	0.69361	0.88770	1.00000
1.2	5	2.8634E-4	0.15082	0.35495	0.56372	0.74224	0.92611	1.00000
1.5	5	6.1878E-4	0.20863	0.42778	0.65931	0.81517	0.98373	1.00000
1.8	5	8.6157E-4	0.26645	0.50061	0.75489	0.88811	1.04135	1.00000
2.0	5	9.9137E-4	0.30499	0.54916	0.81862	0.93674	1.07976	1.00000

## 四、讨 论

对于轴对称系统,确定了所要求的轴上电位分布以后,一般可根据网格法、Scherzer 级数法、Scherzer 积分法等方法,由轴上电位分布重构空间电位分布<sup>[8]</sup>,并扫描等位线,选取其中若干条,作为电极形状来考虑电极的配置。

但实际情况要复杂得多。首先,只能选择有限的几条等位线作为电极,加上相应的工作电位。其次,只有用理想的透明栅网,才能真正逼近原等位线形状。显然,这是做不到的。用少数几个带孔阑的电极,加上电位,则根据静电场的最小能量原理,等位线必定会通过孔阑,从比较密集的区域向比较稀疏的区域扩张而弯曲变形,偏离原来要求的场分布。另外,按等位线形状来考虑的电极形状,一般总要做适当的修正,以保证合理的结构

工艺性。这种修正会带来新的误差。而且,即使这样,电极也不一定具有简单的几何形状。此外,这种方法的计算结果只能满足一种场分布要求;当要求的场分布改变时,又得重新计算,重新制作。这对变倍电磁聚焦移象系统来说,显然是不适用的。

实际上,金属电极表面有自由面电荷分布。这是静电场中的奇点。因此,根据等位线形状配置电极系统,一定会破坏由轴上电位所计算重构的空间电位分布,因为这实际上已经违反了这种计算所依据的前提:空间没有自由电荷分布。由轴上电位分布来确定唯一的空间电位分布,对轴对称系统中轴上某点,其有效半径不会超过该点与最邻近的电极点之间的距离。根据上述计算实例的结果所描绘的等位线清楚地显示,在中间电极的内孔边缘附近,等位线变形,甚至严重变形,只有均匀平行场例外。因此,与由轴上电位分布重构空间电位分布,然后选取某些等位线(面)来配置电极这样一种传统的设计方法完全不同,本文提出了电场设计的新方法,这无疑是十分有益的。

## 五、结 论

(1) 本文对电磁聚焦移象系统中静电聚焦场逆设计进行了探讨和研究。根据多电极系统静电场的电位迭加原理,建立了最小二乘泛函的数学模型。根据正设计方法的计算数据,用非线性规划的最优化方法进行计算,对电极系统进行了切实有效的设计。

(2) 在广泛范围内的计算结果表明,对符合电磁聚焦移象系统一般要求的轴上电位分布来说,计算是稳定的,收敛的,精度足以满足工程设计的需要。

(3) 本文给出的方法表明,可以用尽可能简单的电极结构系统来实现电磁聚焦移象系统中各种不同的电场分布。其突出的优点在于,对电极系统的结构参数要求比较宽松,而对结构已经确定的电极系统,可以通过改变每个中间电极的电位值来得到不同的电场分布。这为设计图象无旋转的变倍电磁聚焦移象系统提供了切实可行的方法,并为设计计算其他类型的电场系统提供了一条新的途径。

## 参 考 文 献

- [1] 周立伟,北京工业学院学报,1983年,第3期,第12—24页。
- [2] Zhou Liwei, Ni Guoqiang, Fang Erlun, Electrostatic and Magnetic Imaging without Image Rotation, *Electron Optical Systems*, SEM, Inc., 1984, pp. 37—43.
- [3] 周立伟,倪国强,方二伦,电子学报,1984年,第3期,第33—44页。
- [4] Zhou Liwei, Qiu Baicang, Ni Guoqiang, 将发表于 *Optik* **78**(1988)2, 54—58.
- [5] W. Glaser, *Z. Phys.*, **116** (1946), 19—33.
- [6] K. Siegbahn, *Phil. Mag.*, **37** (1946), 162—184.
- [7] Г. А. Гринберг, *Избранные Вопросы Математической Теории Электрических и Магнитных Явлений*, Изд. АН. СССР., 1948, pp. 507—535.
- [8] 周立伟,潘顺臣,艾克聪,北京工业学院学报,1983年,第1期,第1—18页。
- [9] P. W. Hawkes, *Optik*, **38** (1973), 589—591.
- [10] M. Szilagy, *Optik*, **50** (1978), 35—51.
- [11] M. Szilagy, *Synthesis of Electron Lenses*, *Electron Optical Systems*, SEM, Inc., 1984, pp. 75—84.
- [12] H. Rose, R. W. Moses, *Optik*, **37** (1978), 316—336.
- [13] 周立伟,兵工学报,1979年,第1期,第66—79页。
- [14] О. И. 谢曼著,楼格译,电子光学理论基础,高等教育出版社,1958年,第125—127页。

- [15] 周立伟, 史万宏等, 两电极双曲场作为静电聚焦成像系统的电子光学, 第三次全国电子光学学术讨论会, (咸阳), 1984 年.

## AN INVERSE DESIGN OF ELECTROSTATIC FOCUSING FIELD FOR ELECTROSTATIC AND MAGNETIC IMAGING

Li Guoqiang    Zhou Liwei    Jin Weiqi

*(Beijing Institute of Technology, Beijing)*

Fang Erlun

*(Xi'an Institute of Modern Chemistry, Xi'an)*

**Abstract** An inverse design of electrostatic focusing field for electrostatic and magnetic imaging is investigated. Using the potential superimposition theorem of electrostatic field in multi-electrode system, a mathematical model has been developed and an optimization method has been introduced into computation for designing the electrostatic focusing field of the imaging system.

**Key words** Photoelectric imaging; Electron optics; Electrostatic and magnetic combined focusing; Inverse design of electron optical system; Cathode lenses