

一种新的 FSK 最佳相干解调器¹

沈越泓 钱祖平 李兴国*

(通信工程学院 南京 210016)

*(南京理工大学毫米波光波近感技术研究所 南京 210094)

摘 要 本文讨论在信号各频率振幅受到的衰减不一致并存在有色加性高斯噪声 (IGDF-ACGN) 信道条件下, FSK 信号的最佳相干解调问题。基于矢量表示系统模型的方法, 导出了最佳解调器的结构。从理论分析和计算机模拟实验结果都证明了所导得的最佳解调器, 不仅在 IGDF-ACGN 信道条件下是最佳的, 而且在加性高斯白噪声 (AWGN) 信道条件下也是最佳的。文中还导出了相应的误码率公式, 给出了误码率数值计算和计算机模拟曲线。

关键词 数字调制, 数字解调, 最佳接收机, 数字通信

中图分类号 TN914.3, TN911.72

1 引 言

在有色噪声情况下, 研究信号的最佳检测或最佳接收问题是一个传统的研究课题, 如文献 [1-5], 它们都对有色噪声条件下信号的最佳检测问题进行了比较深入的研究与讨论。采用的主要方法有两类: (1) 对有色噪声进行白化处理, 即采用白化滤波器技术; (2) 对观测量, 采用 Karhunen-Loeve (K-L) 方法进行去相关处理, 导出最佳接收机或检测器结构。前者由于需要知道噪声的功率谱密度, 所以在实际实现中有一定的困难, 而后者会遇到 Fredholm 积分方程, 在实际中同样感到不便。本文为了避开上述两方面困难, 发送的信号就取自一个设定的内积空间 (或称有用信号空间), 通过一个仅存在有色加性高斯噪声的信道, 然后在接收端通过内积运算取出信号 (此时信号中已经混有噪声), 本文的核心工作就是对取出的混有噪声的信号进行最佳的处理, 这样做使推导与处理过程相对上述两种方式要简单容易一些。本文讨论的信号是通信系统中常用的 FSK 信号。

对 FSK 研究已经有了几十年的历史, 早在 50 年代就发表了大量的对 FSK 的研究论文, 文献 [6] 就是其中之一, 到 60 年代 FSK 技术已十分成熟。但是, 由于 FSK 的简单性与应用的广泛性, 至今仍然还有许多人对其继续研究, 如文献 [7-9]。在文献 [7] 中, 作者主要讨论的是衰落信道情况下 FSK 信号的最佳非相干解调问题。文献 [8] 讨论的是在卫星通信中, 存在频率偏差条件下 FSK 的最佳解调。文献 [9] 研究了在慢衰落信道条件下, 扩频通信中使用 FSK 的问题。显然, 这些文献讨论的内容都是与实际紧密相关, 本文也是如此, 即研究在 IGDF-ACGN 信道条件下, FSK 信号的最佳相干接收问题。文中依照最大后验概率 (MAP) 准则, 导出了一种新颖的最佳 FSK 相干接收机结构, 给出了误码率公式。文中给出的最佳 FSK 接收机结构的显著特点就是采用了本文提出的初始预处理技术 (对噪声方差、相关系数以及信号幅度进行估计), 这样使接收机能自动适应工作环境, 文中通过理论分析与计算机模拟, 均表明本文设计的相干 FSK 最佳解调器的误码性能在 IGDF-ACGN 信道条件下, 优于传统的相干 FSK 最佳解调器。在 AWGN 信道条件下, 两者误码性能相同。

为了叙述方便, 本文第 2 节说明了文中的信号表示方法与研究的系统模型; 第 3 节阐明新型最佳相干 FSK 解调器的导出过程, 给出了其结构, 说明了解调器中的预处理方法与

¹ 1998-10-16 收到, 1999-06-04 定稿

过程, 并推导了系统的误码率; 第 4 节给出了系统在不同参数下的误码率计算结果与计算机模拟结果, 与传统相干 FSK 解调器进行了比较; 本文最后一部分, 阐述了文中得到的主要结论与需要进一步研究的问题。

2 信号表示与系统模型

设内积空间 S , S 是由基 $\{e_0(t), e_1(t)\}$ 张成的空间, 即

$$S = \text{span}\{e_0(t), e_1(t)\}, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

式中 $e_0(t) = (2/T)^{1/2} \cos(N\omega_0 t)$, $e_1(t) = (2/T)^{1/2} \cos((N+1/2)\omega_0 t)$, $0 \leq t \leq T$, $\omega_0 = 2\pi/T$, N 为正整数, T 为码元区间。内积空间 S 中的内积定义如下:

$$(x(t), y(t)) = \int_0^T x(t)y(t)dt, \quad \forall x(t), y(t) \in S. \quad (2)$$

不难验证 $\{e_0(t), e_1(t)\}$ 为空间 S 的标准正交基。

设发送的 FSK 信号为

$$s(t) = \begin{cases} s_0(t) = Ae_0(t), & \text{发“0”码;} \\ s_1(t) = Ae_1(t), & \text{发“1”码;} \end{cases} \quad 0 \leq t \leq T. \quad (3)$$

假设 0、1 等概率出现。信号的矢量形式表示如下:

$$\mathbf{s} = [x_0, x_1] = \begin{cases} \mathbf{s}_0 = [A, 0], & \text{发“0”码;} \\ \mathbf{s}_1 = [0, A], & \text{发“1”码。} \end{cases} \quad (4)$$

显然, 在发送 0 码时, $x_0 = A, x_1 = 0$; 在发送 1 码时, $x_0 = 0, x_1 = A$ 。

假设 FSK 通信系统中, 信道对不同频率的衰减是不一致的, 但其衰减因子都不随时间变化, 或随时间缓慢变化, 短时间内可视为常数; 信道中存在有色加性高斯噪声。在这些假设条件下, 接收信号可以表示如下:

$$r(t) = \begin{cases} r_0(t) = \beta_0 Ae_0(t) + n(t), & \text{在发端发送“0”码时;} \\ r_1(t) = \beta_1 Ae_1(t) + n(t), & \text{在发端发送“1”码时;} \end{cases} \quad (5)$$

式中 β_0 、 β_1 为信道对信号不同频率振幅的衰减因子, 都为常数; $n(t)$ 为有色加性高斯噪声, 其均值为零。

根据泛函分析中内积空间的性质, 为了从接收信号 $r(t)$ 中取出信号坐标, 我们自然会接收信号 $r(t)$ 投影到内积空间 (有用信号空间) S 上, 即完成如下内积运算:

$$y_0 = (r(t), e_0(t)) = \int_0^T r(t)e_0(t)dt, \quad (6)$$

$$y_1 = (r(t), e_1(t)) = \int_0^T r(t)e_1(t)dt, \quad (7)$$

得到相应的坐标值后, 然后对它们实施最佳处理, 获得发送的数据信息. 在接收端完成内积运算, 实际上就假设了接收端具有理想的同频同相的载波. 由 (5)、(6) 和 (7) 式, 我们可以将接收信号 $r(t)$ 表示成矢量形式, 即

$$r = [y_0, y_1] = \begin{cases} r_0 = [a_0 + n_0, n_1], & \text{发端发送“0”码时;} \\ r_1 = [n_0, a_1 + n_1], & \text{发端发送“1”码时;} \end{cases} \quad (8)$$

式中

$$a_0 = \int_0^T \beta_0 A e_0^2(t) dt = \beta_0 A, \quad (9)$$

$$a_1 = \int_0^T \beta_1 A e_1^2(t) dt = \beta_1 A, \quad (10)$$

$$n_0 = \int_0^T n(t) e_0(t) dt, \quad (11)$$

$$n_1 = \int_0^T n(t) e_1(t) dt. \quad (12)$$

前面已说到 $n(t)$ 为零均值的有色加性高斯噪声, 所以 n_0 、 n_1 的均值也为零, 并服从高斯分布, 其方差、相关系数分别为: $\sigma_0^2 = E(n_0^2)$, $\sigma_1^2 = E(n_1^2)$, $\rho = E(n_0 n_1) / \sigma_0 \sigma_1$.

有了上述假设与各种符号的表示, 可以将图 1 所示的系统方框图简化成如图 2 所示的系统矢量数学模型, 从而突出了研究的问题——最佳接收模块.

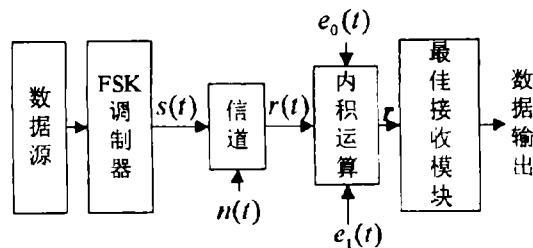


图 1 FSK 系统方框图

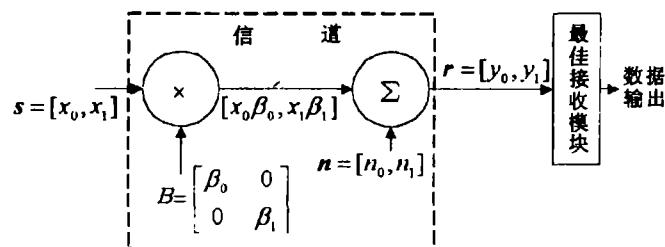


图 2 FSK 系统的矢量数学模型

3 新型最佳相干 FSK 解调器

3.1 最佳结构及其工作过程

现在用 MAP 准则导出新型最佳相干 FSK 解调器结构, 即导出图 2 中最佳接收模块。首先, 计算后验概率

$$P(m/r) = \frac{p(r/m)P(m)}{p(r)} = \frac{p(r/m)P(m)}{p(r/0)P(0) + p(r/1)P(1)}, \quad m = 0, 1, \quad (13)$$

式中先验概率 $P(0) = P(1) = 1/2$ 。由于 r 服从高斯分布, 所以判断 $P(0/r)$ 与 $P(1/r)$ 的大小, 即 MAP 准则就等效为如下判决规则:

$$\begin{aligned} z = y_0 - \alpha_{\text{opt}}y_1 \geq z_{T-\text{opt}} &\Rightarrow \text{判决接收的是“0”码;} \\ z = y_0 - \alpha_{\text{opt}}y_1 < z_{T-\text{opt}} &\Rightarrow \text{判决接收的是“1”码,} \end{aligned} \quad (14)$$

式中 z 为判决变量; 最佳判决门限为

$$z_{T-\text{opt}} = \frac{1}{2} \left(\frac{a_0^2\sigma_1^2 - a_1^2\sigma_0^2}{a_0\sigma_1^2 + \rho a_1\sigma_0\sigma_1} \right) = \frac{1}{2}(a_0 - \alpha_{\text{opt}}a_1). \quad (15)$$

最佳参数 α_{opt} 为

$$\alpha_{\text{opt}} = \frac{a_1\sigma_0^2 + \rho a_0\sigma_0\sigma_1}{a_0\sigma_1^2 + \rho a_1\sigma_0\sigma_1}. \quad (16)$$

根据 (14) 式和图 1 可以构造出新颖的最佳相干 FSK 解调器, 其实现方框图如图 3 所示。此处, 特别要说明的是图 3 中的初始预处理模块, 它的作用就是要分别估计出上下两条支路的信号幅度(有信号时)、噪声方差、相关系数, 计算出最佳参数 α_{opt} 和最佳判决门限 $z_{T-\text{opt}}$, 其具体工作过程如下:

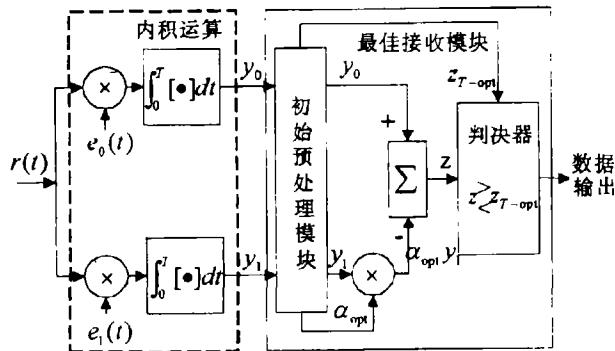


图 3 FSK 新型最佳相干解调器结构

(1) 发送端在没有发送数据前, 此时预处理模块对 y_0 和 y_1 进行处理, 估计出噪声的方差 σ_0^2 、 σ_1^2 和相关系数 ρ (只要数据还没有开始发送, 这些估计值总是在不断被系统更新);

(2) 发送端单独发送 $Ae_0(t)$, 预处理模块对 y_0 进行处理, 得到上支路信号幅度 a_0 的估计值;

(3) 发送端单独发送 $Ae_1(t)$, 预处理模块对 y_0 进行处理, 得到下支路信号幅度 a_1 的估计值;

(4) 由 σ_0^2 、 σ_1^2 、 ρ 、 a_0 和 a_1 的估计值计算出 α_{opt} 和 $z_{T-\text{opt}}$, 完成整个预处理工作。

关于对上述各个参数的具体估计方法在 3.3 节中给予详述。

3.2 系统误码率

根据误码率的定义、数据符号的先验概率 ($P(1) = P(0) = 0.5$)、判决变量 z 的条件概率密度函数, 可以推导出图 3 所示系统的误码率计算公式, 即

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\frac{r_b(a_0 + \alpha_{\text{opt}} a_1)^2 (\sigma_0^2 - 2\rho\sigma_0\sigma_1 + \sigma_1^2)}{4(\sigma_0^2 - 2\rho\alpha_{\text{opt}}\sigma_0\sigma_1 + \alpha_{\text{opt}}^2\sigma_1^2)(a_0^2 + a_1^2)}} \right] \quad (17)$$

式中 α_{opt} 是由 (16) 式决定, 相关系数 $\rho = E(n_0 n_1) / (\sigma_0 \sigma_1)$, 信噪比 r_b 定义为

$$r_b = \frac{a_0^2 + a_1^2}{2(\sigma_0^2 - 2\rho\sigma_0\sigma_1 + \sigma_1^2)} \text{ 或 } \text{SNR} = 10 \lg r_b (\text{dB}). \quad (18)$$

3.3 噪声方差、相关系数和信号幅度的估计方法

为了实际中能够实现图 3 所示的最佳解调器, 本节简要说明参数 a_0 、 a_1 、 σ_0^2 、 σ_1^2 、 ρ 的估计方法。由于假设了 n_0 、 n_1 的均值为零 (实际中易做到), 且都服从高斯分布, 所以可选用文献 [10] 中第二章的方法, 对上述参数进行估计, 实现步骤如下:

(1) 发送端在没有发送任何信号前, 接收端的预处理模块分别对 y_0 、 y_1 取 N 个样值, $y_0(1), \dots, y_0(N)$; $y_1(1), \dots, y_1(N)$; 此时, 样值中仅有噪声存在, 所以 σ_0^2 、 σ_1^2 、 ρ 的估计值为

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N y_0^2(i), \quad (19)$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N y_1^2(i), \quad (20)$$

$$\hat{\rho} = \frac{1}{\sqrt{\hat{\sigma}_0^2 \hat{\sigma}_1^2}} \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N y_0(i) y_1(i). \quad (21)$$

(2) 发端单独发送 $Ae_0(t)$, 在接收端, 预处理模块对 y_0 取 N 个样值, $y_0(1), \dots, y_0(N)$, 用于估计 a_0 , 即

$$\hat{a}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_0(i). \quad (22)$$

(3) 发端单独发送 $Ae_1(t)$, 在接收端, 预处理模块对 y_1 取 N 个样值, $y_1(1), \dots, y_1(N)$, 用于估计 a_1 , 即

$$\hat{a}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_1(i). \quad (23)$$

根据文献 [10], \hat{a}_0 、 \hat{a}_1 、 $\hat{\sigma}_0^2$ 、 $\hat{\sigma}_1^2$ 、 $\hat{\rho}$ 分别是 a_0 、 a_1 、 σ_0^2 、 σ_1^2 、 ρ 的有效估计, 即最优线性无偏估计。

4 讨 论

本节的目的是通过误码率公式及其数值曲线与计算机模拟结果, 对图 3 给出的最佳相干 FSK 解调器的性能进行讨论。

(1) 当信道中噪声是加性高斯白噪声时, 有 $\sigma_0^2 = \sigma_1^2$ 、 $\rho = 0$, 并设 $a_0 = a_1$, 此时 $\alpha_{\text{opt}} = 1$ 、 $z_{T-\text{opt}} = 0$, 图 3 所示的解调器与普通的相干 FSK 解调器结构完全相同, 所以误码率性能相同, 在 MAP 准则下都是最佳的。

(2) 当信道中存在有色加性高斯噪声, 各信号频率幅度不平衡时, 即 $\sigma_0^2 \neq \sigma_1^2$ 、 $\rho \neq 0$ 、 $a_0 \neq a_1$, 此时 $\alpha_{\text{opt}} \neq 1$ 、 $z_{T-\text{opt}} \neq 0$, 图 3 所示解调器的误码性能将优于普通相干 FSK 解调器的误码性能。如图 4 中曲线 (a) 是改进后 FSK 解调器的误码率的理论值, “*” 为其计算机的模拟结果, 图中曲线所对应的参数分别是 $\alpha = \alpha_{\text{opt}}$, $z_T = z_{T-\text{opt}}$, $\sigma_0^2 = 0.4\sigma_1^2$, $\rho = 0$, $a_0 = 1.25a_1$, $\text{SNR} = 10\lg r_b(\text{dB})$, 此时 $P_e = (1/2)\text{erfc}(\sqrt{0.67r_b})$; 曲线 (b) 是普通相干 FSK 解调器的误码性能的理论值。从图中可见, 改进后 FSK 解调器的误码性能明显优于普通相干 FSK 解调器。

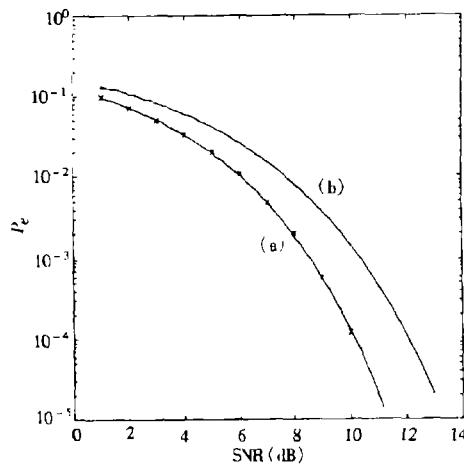


图 4 有色加性高斯噪声信道下相干 FSK 系统性能比较
(a) 改进后的 FSK 系统, (b) 普通 FSK 系统

(3) 图 5 示出了 $\sigma_0^2 = 0.4\sigma_1^2$ 、 $\rho = 0.05$ 、 $z_T = (1/2)(a_0 - \alpha a_1)$ 、 $a_0 = 1.25a_1$ 、 $\text{SNR} = 10\lg r_b = 10\text{dB}$ 时, 误码率 P_e 随 α 的变化曲线, 此时 $P_e = \frac{1}{2}\text{erfc}\left(\frac{1.4275 + 1.142\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - 0.06325\alpha + 0.4}}\right)$, 由曲线可见 $\alpha = \alpha_{\text{opt}} = 0.3429$ 时, P_e 达到最小。所以, 参数 α 的取值直接影响新型 FSK 相干解调器的误码性能, α 是该解调器的关键参数之一。

(4) 图 6 示出了 $\rho = 0$ 、 $\alpha = \alpha_{\text{opt}} = \frac{a_1\sigma_0^2}{a_0\sigma_1^2}$ 、 $\sigma_0^2 = 0.4\sigma_1^2$ 、 $a_0 = a_1 = 1$ 、 $\text{SNR} = 10\text{dB}$ 时, 误码率 P_e 随判决门限 z_T 的变化曲线, 此时 $P_e = (1/4)\{\text{erfc}[(5/\sqrt{2})(1 - z_T)] + 1 - \text{sign}(0.4 + z_T) + \text{sign}(0.4 + z_T)\text{erfc}[(5/\sqrt{2})|0.4 + z_T|]\}$, 由曲线可见 $z_T = z_{T-\text{opt}} = (1/2)(a_0 - \alpha_{\text{opt}}a_1) = 0.3$

时, P_e 达到最小。所以, 判决门限 z_T 也是决定解调器误码性能的关键参数之一, 在有色加性高斯噪声情况下, 依据 (15) 式确定判决门限 z_T , 可以有效地改善系统性能。

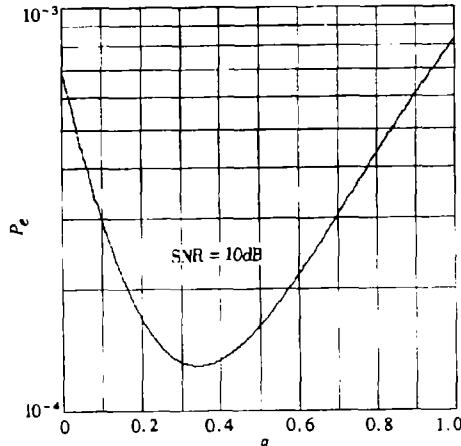


图 5 误码率 P_e 随参数 α 的变化曲线

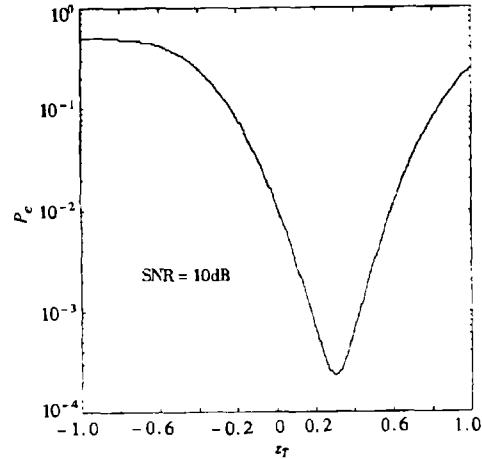


图 6 误码率随判决门限的变化曲线

通过上述对图 3 所示新型的相干 FSK 解调器系统的误码性能的分析与讨论, 可以看出, 在有色加性高斯噪声信道条件下, 决定其误码性能的两个主要参数是 α_{opt} 和 z_{T-opt} , 这两个参数的准确性又决定于估计值 \hat{a}_0 、 \hat{a}_1 、 $\hat{\sigma}_0^2$ 、 $\hat{\sigma}_1^2$ 、 $\hat{\rho}$ 。换言之, 对信号幅度、噪声方差、噪声相关系数的估计的成功与否, 将直接决定系统误码性能的改善以及改善的程度。

5 结 论

实际中真正理想的加性高斯白噪声是不存在的, 实际噪声往往呈现为有色噪声。基于这一背景, 本文讨论了在 IGDF-ACGN 信道条件下, FSK 信号的最佳相干接收问题。在将系统构成成矢量模型的基础上, 根据 MAP 准则, 导出了一种新的最佳相干 FSK 解调器结构, 和相应的误码率公式, 给出了各种误码性能数值曲线, 关键曲线还给出了计算机模拟结果。通过理论分析、计算机模拟和有关的讨论, 可以得到如下主要结论:

(1) 在最佳解调器的设计方法上, 避开了白化滤波技术和 K-L 方法, 而是根据泛函分析理论直接将接收信号投影到有用信号空间上, 然后再根据 MAP 准则, 对有用信号空间上的接收信号矢量进行处理, 最终导出最佳相干 FSK 解调器结构, 使设计过程得到了一定的简化;

(2) 设计出来的最佳解调器不需要知道噪声的功率谱密度, 相对于白化滤波器方法, 具有更强的可实现性;

(3) 理论分析与计算机模拟都证明本文设计的最佳相干 FSK 解调器, 在 IGDF-ACGN 信道条件下, 其误码性能优于传统的相干 FSK 最佳解调器; 在 AWGN 信道条件, 两者误码性能相同。因此, 本文给出的最佳相干 FSK 解调器具有一定的环境适应能力;

(4) 本文提出的解调器的最重要的组成部分是预处理模块, 它要完成对信号幅度、噪声方差、噪声相关系数的估计, 准确与否直接影响解调器的性能。所以, 选用好的估计方法将十分重要。另一方面, 对于慢衰落 (或 Rayleigh fading) 信道, (5) 式中的 β_0 、 β_1 已不是常数, 所以对上述参数的估计方法须修正为自适应的方法即可, 在此不再赘述。

(5) 关于多进制 FSK 在 IGDF-ACGN 信道条件下的最佳接收机结构, 我们将在后续的论文中给予论述。

参 考 文 献

- [1] Van Tress H L. Detection, Estimation, and Modulation Theory (Part I). New York: John Wiley and Sons Inc. 1968, 287-297.
- [2] 许树声. 信号检测与估计. 北京: 国防工业出版社, 1985 年, 第二章.
- [3] Brown J L. Detection of a known signal in colored Gaussian noise— A new coordinate approach. IEEE Trans. on Information Theory, 1987, IT-33(2): 296-298.
- [4] 刘国岁. 随机信号理论与应用. 北京: 兵器工业出版社, 1992 年, 2.4 节.
- [5] Simon M K, Hinedi S M, Lindsey W C. Digital Communication Techniques — Signal Design and Detection. New Jersey: Prentice-Hall, Inc. 1995, 235-260.
- [6] Piece J N. Theoretical diversity improvement in frequency-shift keying. Proc. IRE, 1958, 46(5): 903-910.
- [7] Vitetta G M, *et al.* Optimal noncoherent detection of FSK signals transmitted over linearly time-selective Rayleigh fading channels. IEEE Trans. on Commun., 1997, COM-45(11): 1417-1425.
- [8] Hara S, *et al.* A novel FSK demodulation method using short-time DFT analysis for LEO satellite communication systems. IEEE Trans. on Vehicular Technology, 1997, 46(3): 625-633.
- [9] D'Amours C, *et al.* MFSK-based modulations for Hybrid DS/FH-CDMA systems operating in slowly Rayleigh fading channels. IEEE Trans. on Vehicular Technology, 1997, 46(3): 615-624.
- [10] 张尧庭, 方开泰. 多元统计分析引论. 北京: 科学出版社, 1997 年 8 月, 第二章.

OPTIMAL COHERENT DETECTION OF FSK SIGNALS WITH IMBALANCE AMPLITUDES IN THE PRESENCE OF COLORED GAUSSIAN NOISE

Shen Yuehong Qian Zuping Li Xingguo*

(Nanjing Institute of Communications Engineering, Nanjing 210016)

*(Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

Abstract The problem of optimal coherent detection of frequency-shift keying (FSK) signals transmitted over an additive colored Gaussian noise channel with imbalance gains in different frequencies (IGDF-ACGN channel) is studied. The structure of the optimal coherent detector is derived. Theoretical analysis and computer simulation results show that the detector is optimal in either additive colored Gaussian noise environment or additive white Gaussian noise environment.

Key words Digital modulation, Digital demodulation, Optimal detector, Digital communications

沈越泓: 男, 1959 年生, 副教授, 中国电子学会高级会员, 博士生. 主要从事数字通信、数字调制解调、通信抗干扰、自适应信号处理等方面的教学与科研. 在国际、国内学术会议以及学术刊物发表论文 40 多篇.

钱祖平: 男, 1961 年生, 副教授、东南大学在职博士生, 主要从事计算数学和计算电磁学方面的教学和科研工作.

李兴国: 男, 1940 年生, 教授, 博士生导师, 南京理工大学毫米波光波近感技术研究所所长, 中国电子学会微波分会副主任委员, 中国电子学会毫米波亚毫米波专业委员会主任委员. 长期从事毫米波技术的教学与科研, 在国际、国内学术会议以及学术刊物发表论文 50 多篇, 专著 3 部. 荣获全国光华科技基金一等奖, 获国家级科技奖 2 项、省部级科技奖 3 项, 国家发明专利 6 项.