

# 有源单颗粒的弹性和相干非弹性散射\*

金 豪

王志良

(上海交通大学,上海 200051) (电子科技大学,成都 610054)

**摘要** 从电介质散射的积分方程出发,应用本征函数展开法获得了有源分子均匀分布的任意形状介质颗粒的弹性和相干非弹性散射计算公式。对于任意形状颗粒的弹性散射问题,本文的计算公式与以前文献中所建立的相应计算公式完全相同,从而说明本文的计算公式不受弱散射条件的限制。此外,本文还给出了旋转椭球形颗粒的相干非弹性散射问题的数值结果。

**关键词** 任意形状介质颗粒;弹性和相干非弹性散射;积分方程法

## 一、引 言

几何尺寸与光波波长可比拟的介质颗粒内的有源分子在入射光波的照射下会产生喇曼(Raman)或荧光效应。利用这种效应的非弹性光散射技术已在细胞生物学和大气物理学等领域内得到了广泛的应用。例如,这种颗粒是一个生物细胞,利用依附在 DNA 或细胞质上的荧光分子所产生的荧光来检测细胞的特定功能或对其进行识别和分类<sup>[1]</sup>。又例如,这种颗粒是大气中由能产生喇曼散射的有源分子所组成的悬浮微粒。于是可应用 LIDAR(Light Detecting and Ranging) 来遥测大气中的分子以及其特殊组成<sup>[2]</sup>。

对于处在颗粒内的有源分子所产生的非弹性散射问题的数值分析,不能简单地认为非弹性散射波的强度与有源分子的浓度成正比<sup>[3]</sup>,而实际上非弹性散射波将受到颗粒的几何形状,介电特性以及有源分子在颗粒内的分布等因素的影响<sup>[4]</sup>。

根据已建立的非弹性散射经典模型<sup>[4,5]</sup>,其物理过程可分为二步:首先,在入射电磁波(频率为  $\omega_0$ ) 的照射下,因颗粒的介电特性不同于其周围媒质而在其内部和外部产生与入射频率相同的透射波和散射波。这一过程称为弹性散射过程。其次,位于颗粒内的有源分子在弹性透射波的激发下辐射出频率为  $\omega_1$  的电磁波。这一过程称为非弹性散射过程。对于相干非弹性散射过程,其机理为有源分子所等效的电流源(此电流源密度与该处的弹性透射电场成正比)在不均匀媒质中辐射电磁波。

基于上述模型,文献[4, 6]已解决了球粒的弹性和非弹性散射问题。文献[5]分析了

1991.09.27 收到,1992.08.05 定稿。

\* 霍英东教育基金会资助课题。

金 豪 男,1962 年出生,助教,现从事相干非弹性光散射技术和通信系统电磁兼容计算机预测的研究。

王志良 男,1965 年出生,讲师,现从事光纤非弹性散射特性的研究。

有源分子均匀分布的任意形状颗粒的弹性和相干非弹性散射问题。但因其忽略了并矢格林函数本征展开的非旋度项以及有源区内非弹性电场强度所满足的非齐次波动方程的特解, 从而使其计算公式仅适用于弱散射的情形(即颗粒的介电常数与其周围媒质的介电常数相近或颗粒的电长度较小)。文献[7]也给出了上述问题的计算公式, 并考虑了文献[5]所忽略的问题。因受篇幅所限, 文献[7]仅以球粒相干非弹性散射问题作为例子来阐明其公式不受弱散射条件的限制, 并且也未能给出非球形颗粒相干非弹性散射问题的数值结果。

本文将从电介质散射的积分方程出发, 应用本征函数展开法建立有源分子均匀分布的任意形状颗粒的弹性和相干非弹性散射计算公式, 并以任意形状颗粒的弹性散射问题作为例子来阐明所建立的计算公式是不受弱散射条件的限制, 同时还将给出旋转椭球形颗粒的相干非弹性散射问题的数值结果。

## 二、电场积分方程

如图 1 所示, 考虑一空间区域为  $V$ , 波数为  $k_1$ , 磁导率为  $\mu_0$  的任意形状介质颗粒处在波数为  $k_0$ , 磁导率与颗粒相同的无限空间内, 并假定其内部已存在源电流密度  $J_s$ 。设频率为  $\omega$  的人射波电场为  $E_i$ , 颗粒内的电场为  $E$ , 颗粒外散射波电场为  $E_s$ , 则它们满足如下方程<sup>[5,6]</sup>

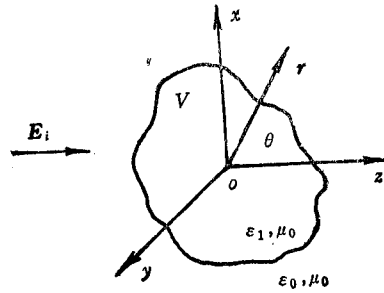


图 1 散射问题的几何示意图

$$E(r) = E_i^q(r) + (k_1^2 - k_0^2) \int_V \bar{G}(r, r') \cdot E(r') dV, \quad r \in V \quad (1a)$$

$$E_i^q(r) = E_i(r) - i\omega\mu_0 \int_V \bar{G}(r, r') \cdot J_s(r') dV \quad (1b)$$

$$E_s(r) = \int_V \bar{G}(r, r') \cdot [(k_1^2 - k_0^2)E(r') - i\omega\mu_0 J_s(r')] dV, \quad r \notin V \quad (2)$$

其中场的时间因子为  $e^{-i\omega t}$ ,  $\bar{G}$  为无限空间内的并矢格林函数。

上述数学模型概括了弹性散射和相干非弹性散射过程。因为有源分子没有辐射频率为  $\omega_0$  的电磁波, 颗粒也没有受到频率为  $\omega_1$  的人射波照射, 所以取  $\omega = \omega_0$ ,  $J_s = 0$  时的(1)、(2)式即为弹性散射过程的数学模型<sup>[5]</sup>, 取  $\omega = \omega_1$ ,  $E_i = 0$  时的(1)、(2)式即为相干非弹性散射过程的数学模型<sup>[6]</sup>。

由上可知,相干非弹性散射的积分方程与弹性散射的积分方程均为(1)式,所以验证本文所建立的弹性散射计算公式不受弱散射条件的限制即能证明用同样方法建立的相干非弹性散射计算公式也不受弱散射条件的限制。

### 三、弹性散射

设颗粒内总的弹性电场为  $E^e$ , 颗粒外弹性散射波电场为  $E^e$  以及入射波电场为  $E_i$ , 则它们有如下的展开式<sup>[9]</sup>

$$E_i(\mathbf{r}) = \sum_i A_i^e M_i^{(1)}(k_0^e \mathbf{r}) + B_i^e N_i^{(1)}(k_0^e \mathbf{r}) \quad (3)$$

$$E^e(\mathbf{r}) = \sum_i A_i^e M_i^{(1)}(k_1^e \mathbf{r}) + B_i^e N_i^{(1)}(k_1^e \mathbf{r}) \quad (4)$$

$$E_i^e(\mathbf{r}) = \sum_i C_i^e M_i^{(3)}(k_0^e \mathbf{r}) + D_i^e N_i^{(3)}(k_0^e \mathbf{r}) \quad (5)$$

这里  $M_i^{(j)}$ 、 $N_i^{(j)}$  为第  $i$  类矢量球波函数,  $i$  为其复合指标(即  $i = \sigma mn$ ,  $\sigma = e$  或  $0$ ,  $m = 0, \dots, n$ ,  $n = 0, 1, \dots$ )<sup>[9]</sup>. 波数的上标  $e$  代表其在入射频率时的值。

将(3)和(4)式代入(1)式,应用迭加原理,  $\bar{G}$  的表达式<sup>[9]</sup>以及由球体散射的严格解<sup>[4]</sup>和其满足的积分方程(1a)式所导出的下列恒等式<sup>[7]</sup>

$$(k_1^e - k_0^e) \int_V \bar{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot M_i^{(1)}(k_1^e \mathbf{r}') dV = M_i^{(1)}(k_1^e \mathbf{r}) - f_i(k_0, k_1, a) M_i^{(1)}(k_0^e \mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in V_a \quad (6a)$$

$$f_i(k_0, k_1, a) = ik_0 a [\xi_n'(k_1 a) h_n^{(1)}(k_0 a) - j_n(k_1 a) \phi_n'(k_0 a)] \quad (6b)$$

$$(k_1^e - k_0^e) \int_V \bar{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot N_i^{(1)}(k_1^e \mathbf{r}') dV = N_i^{(1)}(k_1^e \mathbf{r}) - g_i(k_0, k_1, a) N_i^{(1)}(k_0^e \mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in V_a \quad (7a)$$

$$g_i(k_0, k_1, a) = ik_0 a \left[ \frac{k_0}{k_1} \xi_n'(k_1 a) h_n^{(1)}(k_0 a) - \frac{k_1}{k_0} j_n(k_1 a) \phi_n'(k_0 a) \right] \quad (7b)$$

此处  $a$  为球体  $V_a$  的半径,  $\xi_n(x) = x j_n(x)$ ,  $\phi_n(x) = x h_n^{(1)}(x)$ ,  $j_n(x)$ ,  $h_n^{(1)}(x)$  分别为球贝塞尔函数和第一类球汉克尔函数. 上标“'”代表对函数求导数. 可得如下矩阵方程

$$Z(k_0^e, k_1^e) \cdot X^e = X^e \quad (8a)$$

此处  $X^e = \begin{bmatrix} P^e \\ Q^e \end{bmatrix}$ , 分块列矩阵  $P^e$  和  $Q^e$  的元素分别为  $A_i^e$  和  $B_i^e$ .  $X^e = \begin{bmatrix} F^e \\ G^e \end{bmatrix}$ , 分块

列矩阵  $F^e$  和  $G^e$  的元素分别为  $A_i^e$  和  $B_i^e$ .  $Z(k_0, k_1) = \begin{bmatrix} Z^{MM} & Z^{MN} \\ Z^{NM} & Z^{NN} \end{bmatrix}$ , 其分块矩阵  $Z^{MM}$ ,  $Z^{MN}$ ,  $Z^{NM}$  和  $Z^{NN}$  的元素分别为

$$Z_{ii}^{MM}(k_0, k_1) = f_i(k_0, k_1, a) \delta_{ii} + (k_0^2 - k_1^2) d_i \int_{V-V_a} M_i^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \cdot M_i^{(1)}(k_1 \mathbf{r}) dV \quad (8b)$$

$$Z_{ii}^{NN}(k_0, k_1) = (k_0^2 - k_1^2) d_i \int_{V-V_a} M_i^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \cdot N_i^{(1)}(k_1 \mathbf{r}) dV \quad (8c)$$

$$Z_{ii}^{NM}(k_0, k_1) = (k - k_1^2) d_i \int_{V-V_a} \mathbf{N}_i^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \cdot \mathbf{M}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dV \quad (8d)$$

$$Z_{ii}^{NN}(k_0, k_1) = g_i(k_0, k_1, a) \delta_{ii} + (k_1 - k_1^2) d_i \int_{V-V_a} \mathbf{N}_i^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \cdot \mathbf{N}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dV \quad (8e)$$

$$\delta_{ii} = \begin{cases} 1, & i = s \\ 0, & i \neq s \end{cases}$$

$$d_i = a_m \frac{(2n+1)(n-m)!}{n(n+1)(n+m)!} \frac{i k_0}{4\pi}$$

$$a_m = \begin{cases} 1, & m = 0 \\ 2, & m > 0 \end{cases}$$

式中  $a$  为颗粒内任一球心在坐标原点的球  $V_a$  的半径.

与上类似, 由(2)式得如下矩阵关系式

$$Y^e = T(k_0^e, k_1^e) X^e \quad (9a)$$

式中  $Y^e = \begin{bmatrix} u^e \\ v^e \end{bmatrix}$ , 分块列矩阵  $u^e$  和  $v^e$  的元素分别为  $C_i^e$  和  $D_i^e$ ,

$T(k_0, k_1) = \begin{bmatrix} T^{MM} & T^{MN} \\ T^{NM} & T^{NN} \end{bmatrix}$ , 分块矩阵  $T^{MM}$ ,  $T^{MN}$ ,  $T^{NM}$  和  $T^{NN}$  的元素分别为

$$T_{ii}^{MM}(k_0, k_1) = (k_1^2 - k_0^2) d_i \int_V \mathbf{M}_i^{(2)}(k_0 \mathbf{r}) \cdot \mathbf{M}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dV \quad (9b)$$

$$T_{ii}^{MN}(k_0, k_1) = (k_1^2 - k_0^2) d_i \int_V \mathbf{M}_i^{(2)}(k_0 \mathbf{r}) \cdot \mathbf{N}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dV \quad (9c)$$

$$T_{ii}^{NM}(k_0, k_1) = (k_1^2 - k_0^2) d_i \int_V \mathbf{N}_i^{(2)}(k_0 \mathbf{r}) \cdot \mathbf{M}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dV \quad (9d)$$

$$T_{ii}^{NN}(k_0, k_1) = (k_1^2 - k_0^2) d_i \int_V \mathbf{N}_i^{(2)}(k_0 \mathbf{r}) \cdot \mathbf{N}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dV \quad (9e)$$

利用散度定理, 得如下恒等式<sup>[7]</sup>

$$\begin{aligned} k_0 \int_{S-S_a} \mathbf{n} \cdot \mathbf{N}_i^{(j)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{M}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dS + k_1 \int_{S-S_a} \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}_i^{(j)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{N}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dS \\ = (k_1^2 - k_0^2) \int_{V-V_a} \mathbf{M}_i^{(j)}(k_0 \mathbf{r}) \cdot \mathbf{M}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dV \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} k_2 \int_{S-S_a} \mathbf{n} \cdot \mathbf{N}_i^{(j)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{N}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dS + k_1 \int_{S-S_a} \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}_i^{(j)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{M}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dS \\ = (k_0^2 - k_1^2) \int_{V-V_a} \mathbf{M}_i^{(j)}(k_0 \mathbf{r}) \cdot \mathbf{N}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dV \end{aligned} \quad (10b)$$

$$\begin{aligned} k_0 \int_{S-S_a} \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}_i^{(j)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{N}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dS + k_1 \int_{S-S_a} \mathbf{n} \cdot \mathbf{N}_i^{(j)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{M}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dS \\ = (k_1^2 - k_0^2) \int_{V-V_a} \mathbf{N}_i^{(j)}(k_0 \mathbf{r}) \cdot \mathbf{N}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dV \end{aligned} \quad (10c)$$

此处  $S$  和  $S_a$  分别为  $V$  和  $V_a$  的外表面,  $\mathbf{n}$  代表曲面的外法线方向矢量.

利用矢量球波函数的恒等式<sup>[10]</sup>, 也可得如下恒等式<sup>[7]</sup>

$$k_0 \int_{S_a} \mathbf{n} \cdot \mathbf{N}_i^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{M}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dS + k_1 \int_{S_a} \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}_i^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{N}_i^{(2)}(k_1 \mathbf{r}) dS$$

$$= f_i(k_0, k_1, a) \delta_{ii} / d_i \quad (11a)$$

$$k_0 \int_{S_a} \mathbf{n} \cdot \mathbf{N}_i^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{N}_i^{(1)}(k_1 \mathbf{r}) dS + k_1 \int_{S_a} \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}_i^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{M}_i^{(1)}(k_1 \mathbf{r}) dS \\ = 0 \quad (11b)$$

$$k_0 \int_{S_a} \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}_i^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{N}_i^{(1)}(k_1 \mathbf{r}) dS + k_1 \int_{S_a} \mathbf{n} \cdot \mathbf{N}_i^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{M}_i^{(1)}(k_1 \mathbf{r}) dS \\ = g_i(k_0, k_1, a) \delta_{ii} / d_i \quad (11c)$$

由(10)和(11)式, (8)和(9)式变为

$$Z_{ii}^{MM}(k_0, k_1) = \frac{\pi d_i}{k_0} (K_{ii}^{(3)} + \sqrt{\varepsilon_r} J_{ii}^{(3)}) \quad (12a)$$

$$Z_{ii}^{MN}(k_0, k_1) = \frac{\pi d_i}{k_0} (L_{ii}^{(3)} + \sqrt{\varepsilon_r} I_{ii}^{(3)}) \quad (12b)$$

$$Z_{ii}^{NM}(k_0, k_1) = \frac{\pi d_i}{k_0} (I_{ii}^{(3)} + \sqrt{\varepsilon_r} L_{ii}^{(3)}) \quad (12c)$$

$$Z_{ii}^{NN}(k_0, k_1) = \frac{\pi d_i}{k_0} (J_{ii}^{(3)} + \sqrt{\varepsilon_r} K_{ii}^{(3)}) \quad (12d)$$

$$T_{ii}^{MM}(k_0, k_1) = -\frac{\pi d_i}{k_0} (K_{ii}^{(1)} + \sqrt{\varepsilon_r} J_{ii}^{(1)}) \quad (13a)$$

$$T_{ii}^{MN}(k_0, k_1) = -\frac{\pi d_i}{k_0} (L_{ii}^{(1)} + \sqrt{\varepsilon_r} I_{ii}^{(1)}) \quad (13b)$$

$$T_{ii}^{NM}(k_0, k_1) = -\frac{\pi d_i}{k_0} (I_{ii}^{(1)} + \sqrt{\varepsilon_r} L_{ii}^{(1)}) \quad (13c)$$

$$T_{ii}^{NN}(k_0, k_1) = -\frac{\pi d_i}{k_0} (J_{ii}^{(1)} + \sqrt{\varepsilon_r} K_{ii}^{(1)}) \quad (13d)$$

$$I_{ii}^{(m)}(k_0, k_1) = \frac{k_0^2}{\pi} \int_S \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}_i^{(m)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{M}_i^{(1)}(k_1 \mathbf{r}) dS \quad (14a)$$

$$J_{ii}^{(m)}(k_0, k_1) = \frac{k_0^2}{\pi} \int_S \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}_i^{(m)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{N}_i^{(1)}(k_1 \mathbf{r}) dS \quad (14b)$$

$$K_{ii}^{(m)}(k_0, k_1) = \frac{k_0^2}{\pi} \int_S \mathbf{n} \cdot \mathbf{N}_i^{(m)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{M}_i^{(1)}(k_1 \mathbf{r}) dS \quad (14c)$$

$$L_{ii}^{(m)}(k_0, k_1) = \frac{k_0^2}{\pi} \int_S \mathbf{n} \cdot \mathbf{N}_i^{(m)}(k_0 \mathbf{r}) \times \mathbf{N}_i^{(1)}(k_1 \mathbf{r}) dS \quad (14d)$$

此处  $\sqrt{\varepsilon_r} = k_1/k_0$ .

#### 四、非弹性散射

文献[5,7]已经给出了有源分子所等效的电流密度  $\mathbf{J}_s$  与弹性内场  $\mathbf{E}^e$  之间的关系

$$\mathbf{J}_s(\mathbf{r}) = -i\eta\omega_1\mu_0\mathbf{E}^e(\mathbf{r})$$

式中  $\eta$  为表征有源分子吸收和发射特性的参数. 对于许多实际情况,  $\eta$  是一个标量[4,11]

对于有源分子均匀分布的情况( $\eta$  为一常数), 颗粒内非弹性电场  $\mathbf{E}^{ie}$  和颗粒外非弹

性散射波电场  $E_i^{ie}$  的展开式为<sup>[7]</sup>

$$E_i^{ie}(\mathbf{r}) = \frac{\eta\omega_i^2\mu_0}{(k_i^e)^2 - (k_i^o)^2} E^o(\mathbf{r}) + \sum_i A_i^{ie} \mathbf{M}_i^{(1)}(k_i^{ie}\mathbf{r}) + B_i^{ie} \mathbf{N}_i^{(1)}(k_i^{ie}\mathbf{r}) \quad (15)$$

$$E_i^{ie}(\mathbf{r}) = \sum_i C_i^{ie} \mathbf{M}_i^{(3)}(k_i^{ie}\mathbf{r}) + D_i^{ie} \mathbf{N}_i^{(3)}(k_i^{ie}\mathbf{r}) \quad (16)$$

此处波数的上标  $ie$  代表其在非弹性频率时的值。

与弹性散射公式的推导一样, 最终可得如下方程

$$Z(k_0^{ie}, k_1^{ie}) X^{ie} = \frac{\eta\omega_i^2\mu_0}{(k_1^{ie})^2 - (k_i^o)^2} Z(k_0^{ie}, k_1^o) X^o \quad (17)$$

$$Y^{ie} = T(k_0^{ie}, k_1^{ie}) X^{ie} + \frac{\eta\omega_i^2\mu_0}{(k_i^o)^2 - (k_1^{ie})^2} T(k_0^{ie}, k_1^o) X^o \quad (18)$$

式中列矩阵  $X^{ie}$  和  $Y^{ie}$  与  $X^o$  和  $Y^o$  相类似, 其矩阵元素是  $E^{ie}$  和  $E_i^{ie}$  的展开系数。

将(14)式与文献[5]的(10)–(13)式相比较, 可看出本文的矩阵元素的计算是计算二重积分, 而文献[5]却要计算三重积分, 所以本文公式的计算时间将大为减少。

## 五、 比 较

为了将本文的弹性散射公式与文献[9]所建立的不受弱散射条件限制的公式相比较, 令

$$A_i^e = -\frac{i\pi d_i}{k_0^e} a_i^e, \quad B_i^e = -\frac{i\pi d_i}{k_0^e} b_i^e$$

则 (8a) 式变为

$$\sum_i (K_{ii}^{(2)} + \sqrt{\epsilon_r^e} J_{ii}^{(2)}) A_i^e + (L_{ii}^{(3)} + \sqrt{\epsilon_r^e} I_{ii}^{(3)}) B_i^e = -i a_i^e \quad (19a)$$

$$\sum_i (I_{ii}^{(3)} + \sqrt{\epsilon_r^e} L_{ii}^{(3)}) A_i^e + (J_{ii}^{(2)} + \sqrt{\epsilon_r^e} K_{ii}^{(2)}) B_i^e = -i b_i^e \quad (19b)$$

此处  $\sqrt{\epsilon_r^e} = k_1^e/k_0^e$

将(19)式与文献[9]的 (15) 式相比较, 可发现两者完全相同。所以由前面的讨论可知, 本文所获得的相干非弹性散射计算公式也不受弱散射条件的限制。本文的球粒相干非弹性散射计算公式与其严格解<sup>[6]</sup>完全相同也说明了上述结论<sup>[7]</sup>。

## 六、 数 值 结 果

图 2 和图 3 分别给出了在沿  $+z$  方向传播的平面波照射下, 位于自由空间内的长旋转椭球形颗粒和扁旋转椭球形颗粒的弹性和相干非弹性散射特性。其中散射体的外形为  $x^2/b^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$ , 颗粒的相对介电常数为  $\epsilon_r$ , 入射波长为  $\lambda_0$ , 非弹性散射波长为  $\lambda_1$ ,  $S_1$ 、 $S_2$  和  $SI_1$ 、 $SI_2$  分别为弹性散射和非弹性散射时振幅散射矩阵的元素<sup>[4]</sup>。

上述计算结果表明: (1) 相干非弹性散射的振荡次数不如弹性散射多, 其原因是  $\lambda_1$

大于  $\lambda_0$ , 从而导致在非弹性散射时散射体的电长度比弹性散射时小。(2) 长旋转椭球形颗粒的相干非弹性散射以前向散射为主, 并且前后向散射的差距比弹性散射时增加了(3) 扁旋转椭球形颗粒的相干非弹性散射除了前向散射外, 在散射体的尖端方向 ( $\theta \approx 90^\circ$ ) 的散射也与前向散射相当, 并且前后向散射的差距比弹性散射时减小了。

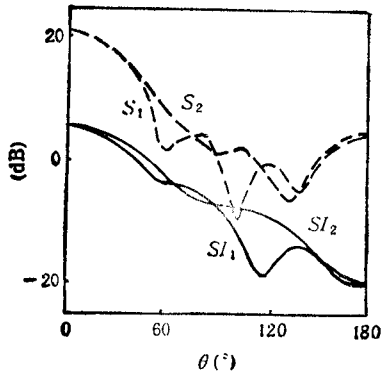


图 2 长旋转椭球形颗粒的弹性和相干非弹性散射  
 $c/b = 2, b = 0.25\mu\text{m}, \epsilon_r = 2.25,$   
 $\lambda_0 = 0.6328\mu\text{m}, \lambda_1 = 1.5\lambda_0$

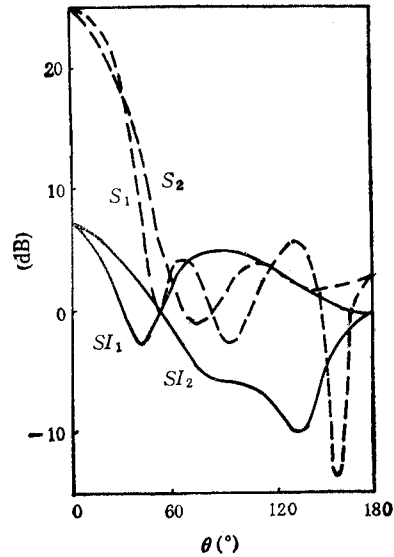


图 3 扁旋转椭球形颗粒的弹性和相干非弹性散射  
 $b/c = 2, b = 0.5\mu\text{m}, \epsilon_r = 2.25, \lambda_0 = 0.6328$   
 $\mu\text{m}, \lambda_1 = 1.5\lambda_0$

## 七、结 论

与文献[5]相比, 本文所建立的有源分子均匀分布的任意形状颗粒的弹性和相干非弹性散射计算公式不仅不受弱散条件的限制, 而且计算效率高。

旋转椭球形颗粒的相干非弹性散射的数值结果表明其散射特性与颗粒的性质密切相关, 从而可以利用相干非弹性散射技术对颗粒的性质进行研究。

对于许多实际情况, 颗粒并不是单一的, 因而必须考虑多散射效应。应用本文的计算公式以及文献[12, 13]所建立的随机球粒媒质的弹性和非弹性多散射理论可以分析随机非球粒媒质的弹性和相干非弹性多散射问题。

作者十分感谢导师林为干教授的热情指导

## 参 考 文 献

- [1] W. A. Bonner et al., *Rev. Sci. Instrum.*, 43(1972)3, 404—409.
- [2] G. J. Rosasoo et al., *Appl. Spectroscopy*, 29(1975)2, 396—399.
- [3] M. Kerker et al., *J. Opt. Soc. Am.*, 66(1979)12, 440—444.
- [4] H. Chew et al., *Phys. Rev.*, A13(1976)1, 396—404.

- [5] Z. Wang et al., *Microwave and Optical Technology Letters*, 2(1989)2, 70—74.  
[6] H. Chew et al., *J. Opt. Soc. Am.*, 68(1978)12, 1686—1689.  
[7] H. Jin et al., *Microwave and Optical Technology Letters*, 5(1992)11, 606—610.  
[8] J. A. Kong, *Research Topics in Electromagnetic Wave Theory*, Wiley, New York, (1981), pp. 281—284.  
[9] P. Barber et al., *Appl. Opt.*, 14(1975)17, 2864—2872.  
[10] J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*, McGraw-Hill, New York, (1941), Chap. 7.  
[11] M. Kerker et al., *J. Opt. Soc. Am.*, 68(1978)12, 1676—1686.  
[12] 王志良, 金 豪, *电子科学学刊*, 12(1990)3, 341—348.  
[13] 王志良, 金 豪, *电子科学学刊*, 12(1990)5, 498—502.

## ELASTIC AND COHERENT INELASTIC SCATTERING BY AN ARBITRARY BODY UNIFORMLY FILLED WITH ACTIVE MOLECULES

Jin Hao

(*Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200051*)

....

Wang Zhiliang

(*University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054*)

**Abstract** Formulas for the elastic and coherent inelastic scattering by an arbitrary body uniformly filled with active molecules are presented with the method of eigenfunction expansion in the integral equation for scattering by dielectric body. Agreement between the formulas obtained for the elastic scattering by an arbitrary body and those in the previous literatures illustrates the formulas here are not restricted to the situation of weak scattering. Some numerical results for the coherent inelastic scattering by an ellipsoid uniformly filled with active molecules are given here.

**Key words** Arbitrary body; Elastic and coherent inelastic scattering; Method of integral equation.