

基于 9/7 双正交小波的一种高效矢量量化算法¹

潘建寿 孙宏伟

(西北大学电子科学系 西安 710069)

摘 要 该文提出一种用于图像压缩的矢量量化算法,该算法用 9/7 双正交小波对图像进行分解,利用三个方向上各自小波系数之间的相关性,构造符合其特征的跨频带矢量,提高了图像的编码效率和重构质量,同时采用了新的矢量量化技术——渐进构造聚类(PCC)。实验结果证明,该算法在未熵编码的条件下,获得 PSNR>32dB 的重构图像,比特率高达 0.141 bpp,而且实现方法十分简单。

关键词 9/7 双正交小波,小波变换,跨频带矢量构造,矢量量化,渐进构造聚类

中图分类号 TN911.73, O177.6

1 引言

图像压缩在图像的传输和存储中起着至关重要的作用。小波变换由于具有良好的空间频率局部特性^[1],特别适合应用于非平稳信号的分析。子带编码和二进制小波快速算法^[2]的提出导致了研究基于小波变换的静止图像压缩算法的热潮,并获得了较好的压缩性能。较成功的有 EZW 编码^[3], SPIHT 编码^[4]等。

传统的矢量量化能获得高的压缩比,在图像压缩领域获得广泛应用。为了进一步提高小波图像变换编码的性能,近年来提出了一些将小波变换与矢量量化相结合的编码方案^[5,6],但这些方案有的只限于对同一尺度内子带进行矢量量化,没有充分利用小波系数间的相关性,使得编码效率降低;有的方案对高频信息作零比特编码,从而导致了重构图像质量无法进一步提高;有的方案将低频小波系数和高频小波系数按树形结构,不考虑方向,统一构造成一个矢量,这样未进一步充分利用各方向上高频小波系数的内部相关性,无法使编码效率进一步提高。本文提出一种新的矢量量化算法。此算法首先用 Daubechies 9/7 双正交小波^[1]对图像进行四级分解,得到三个方向上四级高频子带,然后,根据三个方向不同频带系数之间的树形同构特征构造三个方向跨频带矢量(目的是减少矢量之间的关联和保持矢量内部的关联),并对其进行基于渐进构造聚类的矢量量化,最后再对矢量量化结果进行熵编码(为获得最大限度的压缩,本文采用传统的可变长 Huffman 编码),其原理框图如图 1 所示。

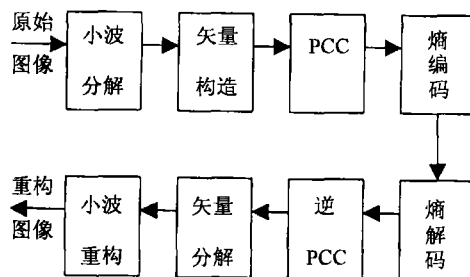


图 1 矢量量化流程

¹ 2000-09-12 收到, 2001-04-05 定稿

2 双正交小波变换

在图像分解与重构中相位的保持是十分重要的. 对于小波分解而言, 则要求在每一级分解中保持平滑图像, (即低频图像) 的相位. 但是, 对于正交小波变换来说, 不存在线性相位的 FIR 滤波器. 为了克服这一缺点, Daubechies 等^[1] 通过放宽小波基的规范正交性要求而构造出了双正交小波基. 他们使用两组函数 Φ_{ij} 和 Ψ_{ij} 与 $\tilde{\Phi}_{ij}$ 和 $\tilde{\Psi}_{ij}$ 来构造双正交小波基. 小波函数 Ψ_{ij} 和 $\tilde{\Psi}_{ij}$ 本身不构成正交基, 但他们一起构成 $L^2(R)$ 的对偶基, 即 $\langle \Psi_{ij}, \tilde{\Psi}_{ij} \rangle = \delta_{im}\delta_{jn}$, 在此情况下有两组对偶的多分辨率空间序列, 即 $\{V_i\}$ 和 $\{\tilde{V}_j\}$ 以及他们的补空间 $\{W_i\}$ 和 $\{\tilde{W}_j\}$, 值得注意的是此 V_i, W_i 不必正交, 但要满足 $V_i \perp \tilde{W}_i$ 和 $\tilde{V}_i \perp W_i$.

在用 Mallat 算法实现双正交小波变换时, 仍然需要用到两组滤波器 h 和 g 与 \tilde{h} 和 \tilde{g} . 这两组滤波器必须满足下列条件:

$$g(n) = (-1)^n \tilde{h}(1-n) \quad (1)$$

$$\tilde{g}(n) = (-1)^n h(1-n) \quad (2)$$

$$\sum_k h_k h_{k+2n} = \delta_{0n} \quad (3)$$

离散信号的双正交小波分解公式为

$$y_i = \sum_k h_k x_{2i-k} \quad (4)$$

$$z_i = \sum_k g_k x_{2i-k}, \quad i, k \in Z \quad (5)$$

x_i 为原始信号, y_i, z_i 分别为分解得到的低频和高频信号. 重构公式为

$$x_i = \sum_k (\tilde{h}_{i-2k} y_k + \tilde{g}_{i-2k} z_k) \quad (6)$$

双正交小波变换由于具有线性相位而被广泛应用在图像处理领域. 不同的双正交小波具有不同的重构精度和计算复杂度. 本文选用 9/7 双正交小波, 用于本算法的实现, 其滤波器系数如表 1 所示.

表 1 双正交小波的滤波器系数

n	$h(n)$	$g(n)$	$\tilde{h}(n)$	$\tilde{g}(n)$
-4	0.0378	0.0	0.0	-0.0378
-3	-0.0238	-0.0645	-0.0645	-0.0238
-2	-0.1106	0.0407	-0.0407	0.1106
-1	0.3774	0.4181	0.4181	0.3774
0	0.8527	-0.7885	0.7885	-0.8527
1	0.3774	0.4181	0.4181	0.3774
2	-0.1106	0.0407	-0.0407	0.1106
3	-0.0238	-0.0645	-0.0645	-0.0238
4	0.0378	0.0	0.0	-0.0378

3 三方向小波系数的跨频带矢量构造

图像经过小波变换以后, 所得到的系数具有其特殊的性质. 仔细观察图像的四级小波分解

结果(图 2), 不难发现在高频子带图像之间存在同构特性, 特别是存在于不同尺度的频带之间. 同时, 不同尺度下, 三个方向上的小波系数能量大小不同, 各方向的侧重不同, 在同一方向上, 有更强的同构性和相似性. 事实上, 各方向不同尺度下对应频带之间的相关性是最强的. 为了提高矢量量化的编码效率, 必须在构造矢量时, 充分利用这些相关性^[7,8].

为了证实同方向的小波系数具有更强的同构性和相似性, 我们将一幅仅有一条水平直线的图像和仅有一条垂线的图像进行三级小波分解. 分析结果表明: 水平线三级小波系数在垂直方向分量几乎为零; 垂直线三级小波系数在水平方向的分量也几乎为零.

根据上述指导思想及实验结果, 本文提出一种三方向跨频带矢量构造方法如图 3 所示. 双正交小波变换将图像分解成四级, 共 13 个子带的塔形结构, 各方向以树形关系从各子图中取大小为 4^{4-m} ($m=1, 2, 3, 4$) 的系数块, 按图 3 所示的方法构成 85 维矢量, 这样构造出的矢量, 充分利用了不同尺度下小波系数的上述相关性, 但是同时也带来计算量过大的问题. 在图像的多分辨率分解中, 分辨率越低的频带, 小波系数所包含的图像信息越多, 即低分辨率小波系数对图像重构更为重要; 同时大的小波系数比小的小波系数对重构图像质量的影响大. 因此, 本文将每个 85 维矢量的前 21 个小波系数及后 64 个系数的均值提取出来进行量化(后 64 个系数虽然能量很小, 但考虑到它仍包含有一部分图像信息, 故取其平均值给予反应), 有效地降低了计算的复杂度.

上述矢量构造方法还有以下两个优点: 一是在基于渐进构造聚类的矢量量化时, 根据三个方向小波系数能量不同, 各自选用不同的阈值; 计算欧氏距离选用不同的加权. 这样对图像重构质量有很大的提高, 并大大加快了量化速度. 其二是量化以后形成三组相同长度的码序, 在经过传统的 Huffman 编码以后, 有更高的编码效率.

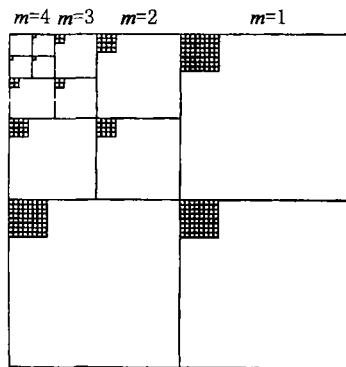


图 2 四级小波分解系数

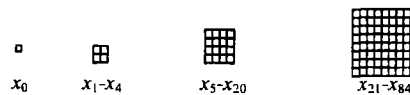


图 3 矢量构造

4 矢量量化及编码

传统的码书生成 LBG 算法是一种迭代算法, 在每次迭代中都要对每个训练矢量计算与所有码字的距离, 故计算复杂度相当大, 训练速度很慢, 本文选用一种非迭代型码书生成算法 - 渐进构造聚类 (PCC)^[9] 算法, 它只对训练序列进行一次扫描, 只需很少时间就能完成码书生成. 为了体现 PCC 算法的速度快的优势, 本文用 PCC 算法和 LBG 算法对 Lenna 图像分别进行矢量量化, 在同一条件下 (PII 266CPU, 64M 内存, Matlab 语言), PCC 算法所用的时间比 LBG 算法减小了 90%.

PCC 算法的步骤为

- (1) 将训练序列中第一个矢量作为码书, 设置矢量之间距离的阈值 T .

(2) 将输入矢量 V_m 映像到一个最近相邻码字 W_i 中, 使得距离 $E = d(W_i, V_m)$ 为最小。

(3) 比较 E 和阈值 T , 若 $E \leq T$, 则将 V_m 放入 W_i 的聚类中, 重新计算其形心, 调整其码字; 若 $E > T$ 且码书大小还不够, 则将其作为新码字; 若 $E > T$ 且码书大小已够, 仍将 V_m 放入最近的聚类中, 并重新计算其形心, 调整其码字。

(4) 若训练序列扫描完毕, 算法结束; 否则, 取下一个训练矢量作为输入, 转至 (2)。

在 PCC 算法中, 对矢量间距离的阈值 T 的选择是至关重要的, 它直接关系到所生成的码书的质量和运行速度。由于 T 的最优值随训练序列的改变而改变, 因此无法通过计算得到, 而只能通过反复实验获得。在本文的实验中采用了以下的 T 值选取方法: 取能量最大和最小两个矢量计算其欧氏距离, 再除以 8, 得到一个值 G , 将 G 作为阈值向大 (向小) 方向递增 (递减) 反复实验, 最终得到最优值 T 。

对量化后的码序, 采用可变长 Huffman 编码方式进行熵编码, 对低频亮度子图, 进一步去除其相关性。我们先对其进行 8×8 分块, 再进行一次 DCT, 对直流系数因其数据量很小, 可直接保存; 对交流系数采用可变长 Huffman 编码方式进行熵编码。

5 实验结果及讨论

为了检验本算法的性能, 本文用三幅标准图像 (512×512 8bpp) 进行测试。实验中所用码书大小为 512×3 , 训练序列大小为 1024×3 , 码字 22 维, 码书生成算法为 PCC 算法。实验结果表明 (见表 2), 本算法在未对量化结果进行熵编码的情况下, 三幅图像的编码效率已达到 0.141 bpp, 在 Huffman 编码后, Lenna 编码效率可高达 0.108 bpp, 所得重构图像的峰值信噪比均大于 32dB, 为进一步说明重构图像的主观质量, 图 4 给出三幅测试图像和相应的重构图像以作比较。

表 2 算法性能统计

原始图像	量化结果 (bpp)	熵编码结果 (bpp)	重构质量 (dB)
Lenna	0.141	0.108	34.189
Goldhill	0.141	0.124	32.002
Tank	0.141	0.112	32.846

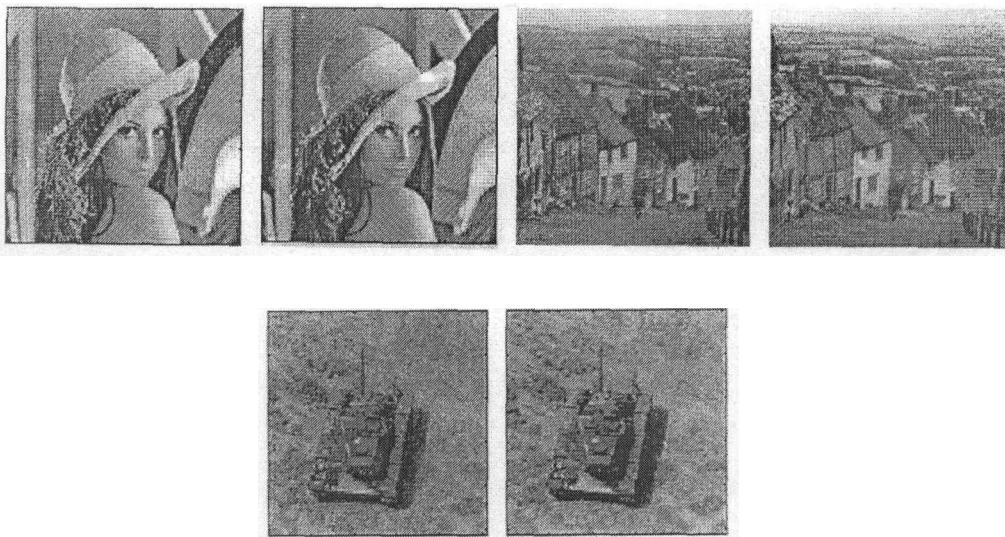


图 4 重构图像与原始图像的主观质量对比

本文从分析图像小波变换后的系数入手, 通过构造三方向跨频带矢量和渐进构造聚类的码书生成, 设计出一个适合小波系数特征的矢量量化器。虽然本算法使压缩效率有较大提高, 但要使其进入实用, 仍要在改善码书结构上作进一步的研究。

参 考 文 献

- [1] I. Daubechies, A. Cohen, *et al.*, Biorthonormal bases of compactly supported wavelets, *Comm. Pure Appl. Math.*, 1992, (45), 485-560.
- [2] S. Mallat, A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, PAMI-11(7), 674-693.
- [3] J. M. Shapiro, Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients, *IEEE Trans. on SP*, 1993, SP-41(12), 3445-3462.
- [4] A. Said, W. Pearlman, A new fast and efficient image code based on set partitioning in hierarchical trees, *IEEE Trans. on Circuits and System Video Tech.*, 1996, CAS VT-6(3), 243-249.
- [5] M. Antonini, M. Barland, P. Mathieu, *et al.*, Image coding using wavelet transform, *IEEE Trans. on IP*, 1992, IP-1(4), 205-220.
- [6] 王磊, 戚飞虎, 基于双正交小波的快速矢量量化算法, *上海交大学报*, 1998, 6(32), 4-8.
- [7] 王光学, 赵文革, 董长修, 一种基于小波及低复杂度矢量量化的视频编码算法, *重庆大学学报*, 2000.
- [8] A. Bran, R. Thomas, Quantization performance in SPIHT and related wavelet image compression algorithms, *IEEE SP Letters.*, 1999, 5(6), 97-99.
- [9] N. Akrouf, R. Prost, Goutter. Image compress by vector quantization: a review focused on codebook generation, *Image and Vision Computing*, 1994, 12(10), 627-637.

AN EFFICIENT VECTOR QUANTIZATION ALGORITHM BASED ON 9/7 BIORTHOGONAL WAVELET

Pan Jianshou Sun Hongwei

(Dept. of Electronic Science, Northwest University, Xi'an 710069, China)

Abstract A novel wavelet-based vector quantization (VQ) algorithm is presented in this paper. In this algorithm, first, 9/7 biorthogonal wavelet transform decomposes the original image, then the correlation of the three direction's wavelet coefficients is used to construct the band-cross vector. Therefore, the high coding efficiency is obtained. In addition, a new VQ technology is used in this algorithm to improve the coding efficiency and the quality of the code-book. The experimental results show that this coding scheme, no entropy-coding, can get a reconstruction quality(PSNR>32dB) at a very low bit rate(0.142 bpp) with high feasibility.

Key words 9/7 biorthogonal wavelet, Wavelet transformation, Band-cross vector construction, Vector Quantization(VQ), Progressive Constructive Clustering(PCC)

潘建寿: 男, 1953年生, 副教授, 研究方向: 图像处理与模式识别。
孙宏伟: 男, 1966年生, 工程师, 研究方向: 小波应用与图像处理。