

## 转换测量卡尔曼滤波算法在导弹起爆控制技术中的应用研究

刘剑锋 庄志洪 刘中

(南京理工大学电子工程与光电技术学院 南京 210094)

**摘要:** 利用导引头测量信息构建最佳起爆控制算法以实现最佳起爆是导弹战斗部起爆控制技术的一个重要方向。最佳起爆算法包括剩余飞行时间、脱靶量及脱靶方位的估计。为提高估计精度和满足实际应用要求,对导引头测量信息进行滤波至关重要。该文研究了转换测量卡尔曼滤波算法在起爆控制参数估计中的应用,该算法将球坐标系中导弹导引头的测量信息转换到直角坐标系下进行滤波,同时消除了由于坐标转换而引起的偏差。仿真结果表明,该算法的应用有效地提高了起爆控制参数的估计精度。

**关键词:** 引信,起爆控制算法,转换测量卡尔曼滤波算法

**中图分类号:** TN911.72, TJ431

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2005)09-1388-05

## Application Research of Converted Measuring Kalman Filter Used in Burst Control Technology of Missile

Liu Jian-feng Zhuang Zhi-hong Liu Zhong

(Electronic Engineering Department, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract** People can use measuring information provided by guider to establish optimal burst control algorithm in order to realize optimal burst. It is an important direction of burst control technology of missile. The optimal burst algorithm includes the estimation of time-to-go, miss distance and miss angle. In order to improve estimation accuracy and satisfy application request, it is important to filter measuring information provided by guider. The paper studied the application of converted measuring Kalman filter in parameters estimation of burst control. The algorithm filtered the information which was converted from polar coordinates to rectangle coordinates. At the same time, it eliminated the divergence caused by coordinate transform. Simulation results indicate that the application of this algorithm improved the estimation accuracy of burst control.

**Key words** Fuze, Burst control, Converted measuring Kalman filter

### 1 引言

现代技术使得各种空袭兵器在性能、种类和数量上都得到了很大的发展。要对付如此强大的空袭力量,需要一支能与之抗衡的防空部队,其中防空导弹是地面防空部队的重要装备。要实现导弹对目标的有效拦截,引战系统是关键,它决定了导弹拦截目标的终端效能。引战系统的研究主要包括 3 方面内容:(1)提高引信探测器的目标探测识别能力。(2)研究新型战斗部,或优化现有战斗部结构参数。(3)研究先进的起爆控制算法,保证战斗部在实际弹道上最佳位置处引爆。而引爆问题一直是引战系统的核心问题。

导弹引信拦截目标起爆控制算法的复杂性在于三维空间交会,主要体现在以下两个方面:(1)遭遇段交会条件复杂;(2)引信对目标独立定位能力差<sup>[1]</sup>。引信只能探测有限的参

数,而对于一个复杂的起爆控制算法所需要的参数,引信是不能满足需要的。目前一个重要的研究方向是在遭遇段利用导引头测量信息开发出有效的起爆控制算法,以实现对目标的有效拦截,此技术称为 GIF(Guidance Integrated Fusing),它利用导引头测量数据估计起爆控制算法所需要的参数,根据估算参数,控制战斗部的起爆时刻,对定向战斗部还需要估计起爆方位或目标的脱靶方位,使战斗部破片命中目标的易损部位,以求对来袭目标实现最大毁伤。GIF 技术在反弹道导弹中的应用是成功的<sup>[2]</sup>。该技术获得的目标信息相对独立引信更多,持续时间更长,因而可以期望有更高的炸点控制精度,并对机动目标具有较好的适应性<sup>[3]</sup>。参考图 1,有

$$\tau = t_{go} - \rho / V_f \quad (1)$$

其中  $t_{go}$  是剩余飞行时间,  $\rho$  是脱靶量,  $V_f$  是战斗部破片静态势飞散速度,  $\tau$  为战斗部起爆延时。从上式可以看出,剩余



$$X = [R_x \ R_y \ R_z \ \dot{R}_x \ \dot{R}_y \ \dot{R}_z \ \ddot{R}_x \ \ddot{R}_y \ \ddot{R}_z]^T$$

$$Z' = [R \ \theta \ \phi]$$

可以看到, 状态方程是线性的, 由于  $Z$  是在球坐标系下得到的, 因而测量方程是非线性的, 不能满足卡尔曼滤波算法的要求。将测量值转换到直角坐标系下, 得到新的测量方程, 与式(8a)组成新的模型方程。

$$Z(k) = HX(k) + v(k) \tag{8c}$$

其中

$$Z(k) = \begin{bmatrix} R \cos \theta \\ R \sin \theta \cos \phi \\ R \sin \theta \sin \phi \end{bmatrix} - \mu = \begin{bmatrix} R_x^m \\ R_y^m \\ R_z^m \end{bmatrix}$$

$$\mu = \begin{bmatrix} R \cos \theta (e^{-\sigma_\theta^2} - e^{-0.5\sigma_\theta^2}) \\ R \sin \theta \cos \phi (e^{-\sigma_\theta^2 - \sigma_\phi^2} - e^{-0.5\sigma_\theta^2 - 0.5\sigma_\phi^2}) \\ R \sin \theta \sin \phi (e^{-\sigma_\theta^2 - \sigma_\phi^2} - e^{-0.5\sigma_\theta^2 - 0.5\sigma_\phi^2}) \end{bmatrix}$$

$R, \theta$  和  $\phi$  是球坐标系下存在测量噪声的测量值,  $\mu$  为坐标转化后观测误差均值, 亦即去偏值, 其中  $\sigma_\theta$  和  $\sigma_\phi$  分别是高低角和方位角测量方差。

$$A = \begin{bmatrix} I & TI & (T^2/2)I \\ 0 & I & TI \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} T^3 I & T^2 I & TI \end{bmatrix}^T$$

$$H = [I \ 0I \ 0I]$$

公式中,  $I$  为  $(3 \times 3)$  的单位矩阵,  $T$  为采样时间。

状态噪声为  $W = [w_x \ w_y \ w_z]^T$ 。

由于状态噪声各个分量之间是相互独立的, 且为零均值高斯白噪声, 则

$$E[WW^T] = Q = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2 \end{bmatrix}$$

测量噪声  $V = [v_x \ v_y \ v_z]^T$  为零均值高斯白噪声。

将导引头测量值  $R, \theta, \phi$  转换为沿坐标轴的距离分量, 并将其 Taylor 展开, 只取一阶导数, 其中一阶导数为

$$\partial R_x = \cos \theta \partial R - R \sin \theta \partial \theta$$

$$\partial R_y = \sin \theta \cos \phi \partial R + R \cos \theta \cos \phi \partial \theta - R \sin \theta \sin \phi \partial \phi$$

$$\partial R_z = \sin \theta \sin \phi \partial R + R \cos \theta \sin \phi \partial \theta + R \sin \theta \cos \phi \partial \phi$$

若将  $\partial R_x, \partial R_y, \partial R_z$  视作  $R_x, R_y, R_z$  的测量误差, 即  $v_x(k) = \partial R_x, v_y(k) = \partial R_y, v_z(k) = \partial R_z$ , 很显然噪声数学期望为零, 则测量误差的协方差矩阵为

$$R_c(k) = \text{cov}(v(k), v(j))$$

$$= \begin{bmatrix} E[v_x(k)v_x(j)] & E[v_x(k)v_y(j)] & E[v_x(k)v_z(j)] \\ E[v_y(k)v_x(j)] & E[v_y(k)v_y(j)] & E[v_y(k)v_z(j)] \\ E[v_z(k)v_x(j)] & E[v_z(k)v_y(j)] & E[v_z(k)v_z(j)] \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} r_{xx}(k) & r_{xy}(k) & r_{xz}(k) \\ r_{yx}(k) & r_{yy}(k) & r_{yz}(k) \\ r_{zx}(k) & r_{zy}(k) & r_{zz}(k) \end{bmatrix} \delta(k-j)$$

其中

$$r_{xx}(k) = \sigma_R^2 \cos^2 \theta_k + \sigma_\theta^2 R_k^2 \sin^2 \theta_k$$

$$r_{yy}(k) = \sigma_R^2 \sin^2 \theta_k \cos^2 \phi_k + \sigma_\theta^2 R_k^2 \cos^2 \theta_k \cos^2 \phi_k + \sigma_\phi^2 R_k^2 \sin^2 \theta_k \sin^2 \phi_k$$

$$r_{zz}(k) = \sigma_R^2 \sin^2 \theta_k \sin^2 \phi_k + \sigma_\theta^2 R_k^2 \cos^2 \theta_k \sin^2 \phi_k + \sigma_\phi^2 R_k^2 \sin^2 \theta_k \cos^2 \phi_k$$

$$r_{xy}(k) = r_{yx}(k) = (\sigma_R^2 - \sigma_\theta^2 R_k^2) \sin \theta_k \cos \theta_k \cos \phi_k$$

$$r_{xz}(k) = r_{zx}(k) = (\sigma_R^2 - \sigma_\theta^2 R_k^2) \sin \theta_k \cos \theta_k \sin \phi_k$$

$$r_{yz}(k) = r_{zy}(k) = (\sigma_R^2 \sin^2 \theta_k + \sigma_\theta^2 R_k^2 \cos^2 \theta_k - \sigma_\phi^2 R_k^2 \sin^2 \theta_k) \cdot \sin \phi_k \cos \phi_k$$

由于实际中无法得知目标实际初始状态, 所以可以利用前面几个观测值建立起始估计。下面利用前 3 点估计误差协方差矩阵:

$$\tilde{X}(3) = X(3) - \hat{X}(3)$$

$$= \begin{bmatrix} R_x(3) \\ R_y(3) \\ R_z(3) \\ \dot{R}_x(3) \\ \dot{R}_y(3) \\ \dot{R}_z(3) \\ \ddot{R}_x(3) \\ \ddot{R}_y(3) \\ \ddot{R}_z(3) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_x(3) + v_x(3) \\ R_y(3) + v_y(3) \\ R_z(3) + v_z(3) \\ \frac{R_x(3) + v_x(3) - R_x(2) - v_x(2)}{T} \\ \frac{R_y(3) + v_y(3) - R_y(2) - v_y(2)}{T} \\ \frac{R_z(3) + v_z(3) - R_z(2) - v_z(2)}{T} \\ T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -v_x(3) \\ -v_y(3) \\ -v_z(3) \\ \frac{T}{2} \ddot{R}_x(2) + \frac{T^2}{3} w_x(2) - \frac{v_x(3) - v_x(2)}{T} \\ \frac{T}{2} \ddot{R}_y(2) + \frac{T^2}{3} w_y(2) - \frac{v_y(3) - v_y(2)}{T} \\ \frac{T}{2} \ddot{R}_z(2) + \frac{T^2}{3} w_z(2) - \frac{v_z(3) - v_z(2)}{T} \\ \ddot{R}_x(2) + T w_x(2) \\ \ddot{R}_y(2) + T w_y(2) \\ \ddot{R}_z(2) + T w_z(2) \end{bmatrix}$$

则误差协方差矩阵为

$$P = E \left[ (X(3) - \hat{X}(3))(X(3) - \hat{X}(3))^T \right]$$

是一个  $(9 \times 9)$  的矩阵。其中

$$P_{11} = r_{xx}(3), \quad P_{22} = r_{yy}(3), \quad P_{33} = r_{zz}(3)$$

$$P_{44} = \frac{T^2}{4} \ddot{R}_x^2(2) + \frac{T^4}{9} \sigma_x^2 + \frac{r_{xx}(3) + r_{xx}(2)}{T^2}$$

$$P_{55} = \frac{T^2}{4} \ddot{R}_y^2(2) + \frac{T^4}{9} \sigma_y^2 + \frac{r_{yy}(3) + r_{yy}(2)}{T^2}$$

$$\begin{aligned}
P_{66} &= \frac{T^2}{4} \ddot{R}_x^2(2) + \frac{T^4}{9} \sigma_x^2 + \frac{r_{xz}(3) + r_{zz}(2)}{T^2} \\
P_{77} &= \ddot{R}_x^2(2) + T^2 \sigma_x^2, \quad P_{88} = \ddot{R}_y^2(2) + T^2 \sigma_y^2 \\
P_{99} &= \ddot{R}_z^2(2) + T^2 \sigma_z^2, \quad P_{12} = P_{21} = r_{xy}(3) \\
P_{13} &= P_{31} = r_{xz}(3), \quad P_{14} = P_{41} = r_{yx}(3)/T \\
P_{15} &= P_{51} = r_{yy}(3)/T, \quad P_{16} = P_{61} = r_{zz}(3)/T \\
P_{17} &= P_{71} = 0, \quad P_{18} = P_{81} = 0, \quad P_{19} = P_{91} = 0 \\
P_{23} &= P_{32} = r_{yz}(3), \quad P_{24} = P_{42} = r_{xy}(3)/T \\
P_{25} &= P_{52} = r_{yy}(3)/T, \quad P_{26} = P_{62} = r_{yz}(3)/T \\
P_{27} &= P_{72} = 0, \quad P_{28} = P_{82} = 0, \quad P_{29} = P_{92} = 0 \\
P_{34} &= P_{43} = r_{xz}(3)/T, \quad P_{35} = P_{53} = r_{yz}(3)/T \\
P_{36} &= P_{63} = r_{zz}(3)/T, \quad P_{37} = P_{73} = 0, \quad P_{38} = P_{83} = 0 \\
P_{39} &= P_{93} = 0, \quad P_{45} = P_{54} = \frac{T^2}{4} \ddot{R}_x(2) \ddot{R}_y(2) + \frac{r_{xy}(3) + r_{yx}(2)}{T^2} \\
P_{46} &= P_{64} = \frac{T^2}{4} \ddot{R}_x(2) \ddot{R}_z(2) + \frac{r_{xz}(3) + r_{zx}(2)}{T^2} \\
P_{47} &= P_{74} = \frac{T}{2} \ddot{R}_x^2(2) + \frac{T^3}{3} \sigma_x^2, \quad P_{48} = P_{84} = \frac{T}{2} \ddot{R}_x(2) \ddot{R}_y(2) \\
P_{49} &= P_{94} = \frac{T}{2} \ddot{R}_x(2) \ddot{R}_z(2) \\
P_{56} &= P_{65} = \frac{T^2}{4} \ddot{R}_y(2) \ddot{R}_z(2) + \frac{r_{yz}(3) + r_{zy}(2)}{T^2} \\
P_{57} &= P_{75} = \frac{T}{2} \ddot{R}_x(2) \ddot{R}_y(2), \quad P_{58} = P_{85} = \frac{T}{2} \ddot{R}_y^2(2) + \frac{T^3}{3} \sigma_y^2 \\
P_{59} &= P_{95} = \frac{T}{2} \ddot{R}_y(2) \ddot{R}_z(2), \quad P_{67} = P_{76} = \frac{T}{2} \ddot{R}_x(2) \ddot{R}_z(2) \\
P_{68} &= P_{86} = \frac{T}{2} \ddot{R}_y(2) \ddot{R}_z(2), \quad P_{69} = P_{96} = \frac{T}{2} \ddot{R}_z^2(2) + \frac{T^3}{3} \sigma_z^2 \\
P_{78} &= P_{87} = \ddot{R}_x(2) \ddot{R}_y(2), \quad P_{79} = P_{97} = \ddot{R}_x(2) \ddot{R}_z(2) \\
P_{89} &= P_{98} = \ddot{R}_y(2) \ddot{R}_z(2)
\end{aligned}$$

则相应的 Kalman 滤波方程组为

$$X(k+1, k) = AX(k, k) \tag{9a}$$

$$P(k+1, k) = AP(k, k)A^T + FQF^T \tag{9b}$$

$$R_e = HP(K+1, k)H^T + R_c(k) \tag{9c}$$

$$K(k+1) = P(k+1, k)H^T R_e^{-1} \tag{9d}$$

$$P(k+1, k+1) = P(k+1, k) - K(k+1)HP(k+1, k) \tag{9e}$$

$$X(k+1, k+1) = X(k+1, k) + K(k+1)[Z(k+1) - HX(k+1, k)] \tag{9f}$$

### 4 仿真分析

利用上述算法对弹目遭遇过程中所要利用的参数进行仿真分析。起始估计值是利用最初 3 个测量值得到的, 如果只考虑目标的位置和速度的状态估计, 则可以只利用前两个点建立起始估计。

测量信息是在球坐标系下得到的, 仿真初始条件转换为直角坐标系中的初值。目标的初始位置为 (300,50,50)(m), 初始速度  $V_R = -973.33i - 162.22j - 162.22k$  (m/s), 初始加速

度为  $a = 10i + 2j + 2k$  (m<sup>2</sup>/s)。令状态噪声方差为  $\sigma_{wx}^2 = 1m^2$ ,  $\sigma_{wy}^2 = 1m^2$ ,  $\sigma_{wz}^2 = 1.5m^2$ ; 测量噪声方差为  $\sigma_r^2 = 5m^2$ ,  $\sigma_\theta^2 = 3e-5rad^2$ ,  $\sigma_\phi^2 = 3e-5rad^2$ 。采样时间为  $T = 5ms$ 。

图 2~图 4 分别是弹目遭遇段剩余飞行时间、脱靶方位和脱靶距离的估计值和估计均方差曲线。

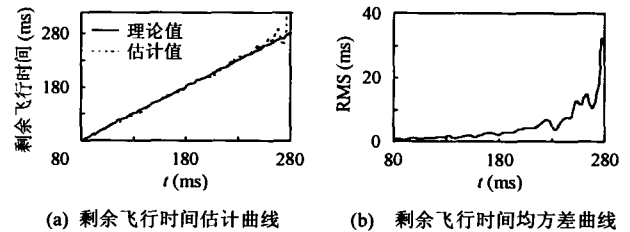


图 2

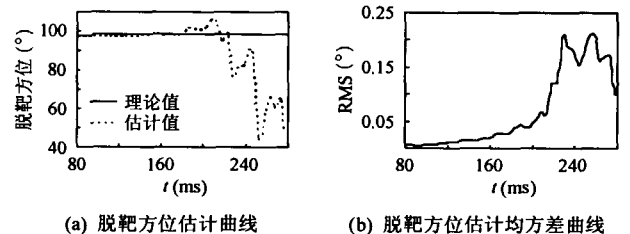


图 3

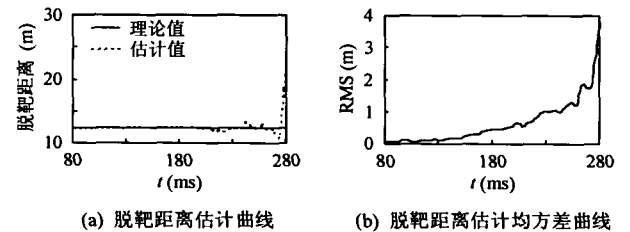


图 4

从上面的仿真结果可以看到, 随着弹目相对距离的减小, 各项估计参数(剩余飞行时间、脱靶方位和脱靶距离)都越来越接近于理论值, 估计参数的均方差也越来越趋近于零。当剩余飞行时间小于 100ms 后, 各项参数的估计误差几乎可以忽略不记。因此, 在遭遇段, 可以利用最后几十个滤波数据计算延时, 控制战斗部起爆方位, 提高炸点精度。

研究表明此算法中角度测量误差是影响算法估计精度的主要参数, 距离测量误差可以较大, 当距离测量方差达到 30m<sup>2</sup> 时, 估计精度仍然较高, 仍可满足实际需要。而当角度测量误差方差达到 3e-3rad<sup>2</sup> 时, 虽然剩余飞行时间和脱靶距离仍有很好的估计性能, 但目标脱靶方位已不能正确估计, 这对于配备了定向战斗部的导弹来说是不可用的。

### 5 结束语

在球坐标系中, 探测器得到的是目标的距离和角度信息, 存在着测距和测角误差。我们认为测距和测角噪声都是均值为零的高斯白噪声, 且相互之间是独立的。转换到直角

坐标系后,在3个通道上的噪声分布就是相关的,而不是相互独立的。通过去除有偏的观测值,建立新的观测方程,计算出测量误差协方差矩阵和估计误差协方差矩阵。从仿真结果可以看到,此 Kalman 滤波方法在剩余飞行时间的估计中效果明显。需要指出的是,在将  $\partial R_x$ ,  $\partial R_y$ ,  $\partial R_z$  视作  $R_x$ ,  $R_y$ ,  $R_z$  的测量误差时,实际上就暗示了角度测量误差要小(此误差在实际中可被接受)、弹目相对距离要小(在遭遇段,弹目接近,距离较小,可以满足),才能如此近似。如果角度噪声太大,需要使用其他方法。

### 参 考 文 献

- [1] 庄志洪等. 防空导弹引爆技术探讨. 引信年会, 昆明, 2001.8: 177 - 185.
- [2] Liloyd Richard M. Conventional Warhead Systems Physics and Engineering Design. AIAA, Inc. 1998: 417 - 466.
- [3] Zhuang Zhihong, Tu Jianping, Wang Hongbo. Prediction of Time-to-go During Missile-Target Encounter. 宇航学报, 2002, 23(5): 32 - 37.
- [4] 周宏仁等. 机动目标跟踪. 北京: 国防工业出版社, 1991, 第七章.
- [5] 刘丹等. 基于去偏转换测量卡尔曼滤波建立状态初始估计的方法. 雷达与对抗, 2000, 4: 352 - 356.
- [6] Don Lerro, Yaakov Bar-Shalom. Tracking with debiased consistent converted measurements versus EKF. *IEEE Trans. on AES*, 1993: 1015 - 1022.
- 刘剑锋: 男, 1977年生, 博士生, 研究方向为数字信号处理、引信反导能力研究
- 庄志洪: 男, 1969年生, 副教授, 研究方向为制导引信一体化、数字信号处理
- 刘中: 男, 1963年生, 教授, 研究方向为混沌信号处理、数字信号处理.