

三维介质频率选择表面结构的多模网络分析¹

杨 利 徐善驾

(中国科技大学电子工程与信息科学系 合肥 230027)

摘 要 该文采用多模网络与严格模匹配相结合的方法分析了介质周期结构在电磁波斜入射情况下的散射特性。定量地分析了这种三维频率选择表面结构的频率选择特性随入射波的频率、入射角度、周期层和均匀层的厚度与介电常数等结构参数的变化关系,从而为三维介质频率选择表面的设计和应用提供了依据。

关键词 介质周期结构, 频率选择表面结构, 多模网络与严格模匹配方法

中图分类号 TN011

1 引 言

由介质周期结构所组成的耦合器、滤波器和反射器等元器件,因其具有尺寸小、重量轻、损耗小、集成度高和加工方便等优点,在毫米波和光集成电路中有着重要的地位^[1-4]。人们对介质周期结构散射特性的研究已有多年的历史,但以往的分析多数是对二维的情况进行的。近些年来,随着毫米波和光波技术应用的不断发展,要求电路中介质周期结构工作在更加一般的斜入射条件下。分析表明,在这种情况下,介质周期结构的散射问题将成为一个 TE 和 TM 模式同时存在的三维边值问题,并且将产生极化耦合现象以及更为复杂的频率选择特性。在一定条件下,这些新现象可以对电路产生坏的影响,也可以利用它设计出新的元器件,因而在严格求解的基础上,对这些复杂波现象作进一步的研究是非常必要的^[1,2]。

本文将采用多模网络与严格模匹配相结合的方法来求解电磁波斜入射情况下,介质周期结构的散射特性这一复杂的三维边值问题。在此基础上,将定量地分析这种三维频率选择表面结构的频率选择特性随入射波的频率、入射角度、周期层与均匀层的厚度和介电常数等结构参数的变化关系,这将为三维频率选择表面的设计和应用提供依据。

2 理论分析

图 1(a) 给出了电磁波以某立体角斜入射到一介质周期结构的情况,该结构包括周期层,均匀层和衬底等部分,相应结构参数如图 1(b) 所示。图中电磁波由上半空间(自由空间)入射,实际上,也可由媒质填充区域入射。

在图 1 斜入射情况下,平面波的传播常数 k 可表示为

$$\left. \begin{aligned} k_x &= k_0 \sqrt{\epsilon_{inc}} \sin \theta \cos \varphi \\ k_y &= k_0 \sqrt{\epsilon_{inc}} \sin \theta \sin \varphi \\ k_z &= k_0 \sqrt{\epsilon_{inc}} \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

而该平面波幅度可用矩阵形式表示为

$$\mathbf{a}_{inc} = [\mathbf{a}'_{inc} \ \mathbf{a}''_{inc}]^{-1} \quad (2)$$

其中两个子矩阵的元素分别为 TE 和 TM 极化入射波的各次谐波幅度,即 $\mathbf{a}'_{inc} = (a'_{inc,n})$, $\mathbf{a}''_{inc} = (a''_{inc,n})$,

¹ 1999-06-11 收到, 1999-10-27 定稿

国家自然科学基金和博士点基金资助项目,项目批准号分别为 69871026 和 9703823

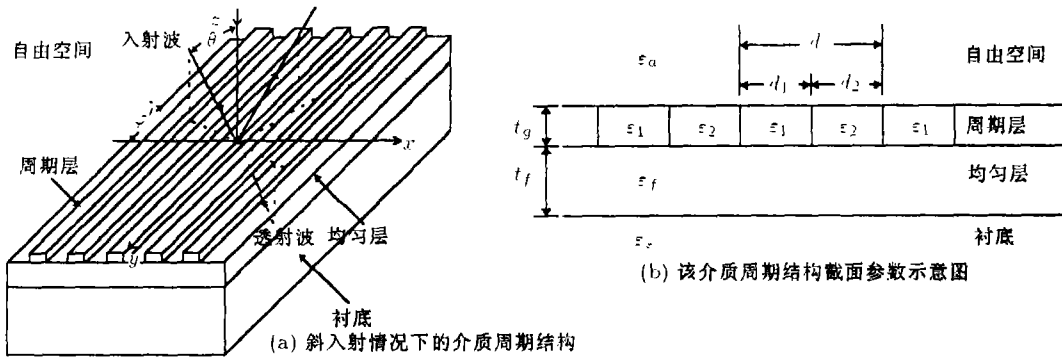


图 1

我们知道，平面波斜入射时，结构中各区域中的场均为其本征坐标系中各 TE 和 TM 本征模式的各次谐波的叠加。因而，通过本征坐标系与结构坐标系之间的转换矩阵，容易得到结构坐标系中各区域中切向电磁场的表达式。

在上半空间有

$$\left. \begin{aligned} E_t^{(a)}(z) &= C_z [\exp(-iK_z^{(a)}z) a_{inc} + \exp(iK_z^{(a)}z) R a_{inc}] \\ H_t^{(a)}(z) &= C_z Y_c^{(a)} [\exp(-iK_z^{(a)}z) a_{inc} - \exp(iK_z^{(a)}z) R a_{inc}] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中

$$E_t^{(a)}(z) = \begin{bmatrix} -E_y^{(a)}(z) \\ E_x^{(a)}(z) \end{bmatrix}, \quad H_t^{(a)}(z) = \begin{bmatrix} H_x^{(a)}(z) \\ H_y^{(a)}(z) \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中各子矩阵元素分别为各次谐波的切向电场或磁场幅度。传播矩阵 $K_z^{(a)}$ 为 TE 和 TM 模式各次谐波的纵向传播常数组成的对角阵。转换矩阵 C_z 可表示为

$$C_z = \begin{bmatrix} k_{xn} & -k_y \\ k_y & k_{xn} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中 k_{xn} 和 k_y 分别为谐波切向传播常数 k_{xn}/k_{tn} 和 k_y/k_{tn} 组成的对角阵， R 为反射系数矩阵。

类似的，在均匀层和衬底中分别有

$$\left. \begin{aligned} E_t^{(f)}(z) &= C_z^{(f)} \{ \exp[-iK_z^{(f)}(z - t_g)] f^{(f)} + \exp[iK_z^{(f)}(z - t_g)] b^{(f)} \} \\ H_t^{(f)}(z) &= C_z^{(f)} Y_c^{(f)} \{ \exp[-iK_z^{(f)}(z - t_g)] f^{(f)} - \exp[iK_z^{(f)}(z - t_g)] b^{(f)} \} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} E_t^{(s)}(z) &= C_z^{(s)} \exp[-iK_z^{(s)}(z - t_g - t_f)] T a_{inc} \\ H_t^{(s)}(z) &= C_z^{(s)} Y_c^{(s)} \exp[-iK_z^{(s)}(z - t_g - t_f)] T a_{inc} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中 $f^{(f)}$ 和 $b^{(f)}$ 分别为均匀层中各次谐波前向和后向波幅度矩阵， $K_z^{(f)}$ 和 $Y_c^{(f)}$ 分别为均匀层中的传播常数和特性导纳矩阵， $K_z^{(s)}$ 和 $Y_c^{(s)}$ 则分别为衬底中的传播常数和特性导纳矩阵， T 为透射矩阵。

而周期层中的电磁场可表示为

$$\left. \begin{aligned} E_t^{(g)}(z) &= P [\exp(-iK_z^{(g)}z) f^{(g)} + \exp(iK_z^{(g)}z) b^{(g)}] \\ H_t^{(g)}(z) &= Q [\exp(-iK_z^{(g)}z) f^{(g)} - \exp(iK_z^{(g)}z) b^{(g)}] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中, $E_t^{(g)}(z)$ 和 $H_t^{(g)}(z)$, $f^{(g)}$ 和 $b^{(g)}$, $K_z^{(g)}$ 的定义与前述均匀区域类似。 P 和 Q 的定义分别如下:

$$\left. \begin{aligned} P &= \begin{pmatrix} V' & G'' \\ \mathbf{0} & V'' \end{pmatrix}, & Q &= \begin{pmatrix} I' & \mathbf{0} \\ -G' & I'' \end{pmatrix} \\ V' &= (V'_{nm} u'_{ym}), & V'' &= (V''_{nm}) \\ I' &= (I'_{nm}), & I'' &= (I''_{nm} u''_{ym}) \\ G' &= (G'_{nm} v'_{ym}), & G'' &= (G''_{nm} v''_{ym}) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

u'_{ym}'' 和 v'_{ym}'' 分别为与模式 m 对应的本征坐标系中的切向分量 u_m'' 和 v_m'' 在结构坐标系中 y 分量上的投影, 可由下式确定:

$$\begin{bmatrix} u_m'' \\ v_m'' \end{bmatrix} = C'_{xm} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} \quad (10a)$$

其中

$$C'_{xm} = \frac{1}{k'_{tm}''} \begin{bmatrix} k'_{zm}''(g) & -k_y \\ k_y & k'_{zm}''(g) \end{bmatrix} \quad (10b)$$

根据交界面上电磁场切向分量连续的边界条件, 在交界面 $z = t_g + t_f$ 上, 可得到

$$\left. \begin{aligned} b^{(f)} &= c^{(f)} R_{f,s} c^{(f)} f^{(f)}, & T &= (1 + R_{f,s}) c^{(f)} f^{(f)} a^{-1} \\ c^{(f)} &= \exp(-iK_z^{(f)} t_f), & R_{f,s} &= (Y_c^{(f)} + Y_c^{(s)})^{-1} (Y_c^{(f)} - Y_c^{(s)}) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

在其余各交界面上, 可将后向波与前向波的关系用传输散射矩阵的形式表示。在交界面 $z = 0$ 上, 可得到

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} Ra \\ a \end{bmatrix} &= T_{a,g} \begin{bmatrix} b^{(g)} \\ f^{(g)} \end{bmatrix} \\ T_{a,g} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} C_z^{-1} P + [Y_c^{(a)}]^{-1} C_z^{-1} Q & C_z^{-1} P - [Y_c^{(a)}]^{-1} C_z^{-1} Q \\ C_z^{-1} P - [Y_c^{(a)}]^{-1} C_z^{-1} Q & C_z^{-1} P + [Y_c^{(a)}]^{-1} C_z^{-1} Q \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

将在各边界上的传输散射矩阵级联, 可得到

$$\begin{bmatrix} Ra \\ a \end{bmatrix} = T_{a,g} T_{g,f} \begin{bmatrix} b^{(f)} \\ f^{(f)} \end{bmatrix} = T_{a,f} \begin{bmatrix} b^{(f)} \\ f^{(f)} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} b^{(f)} \\ f^{(f)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

联立 (11) 和 (13) 式, 可得到反射系数矩阵 R 和透射矩阵 T , 从而完成了三维电磁散射问题的求解。

3 数值结果

为验证本方法的有效性, 首先计算结构参数为 $\varepsilon_a = \varepsilon_1 = 1.0$, $\varepsilon_f = \varepsilon_s = \varepsilon_2 = 3.0$,

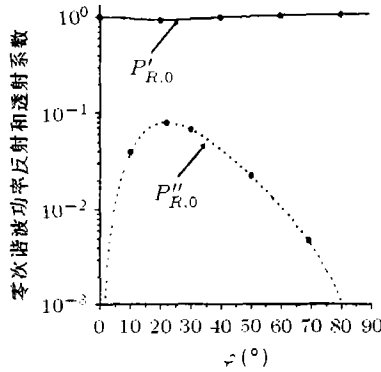
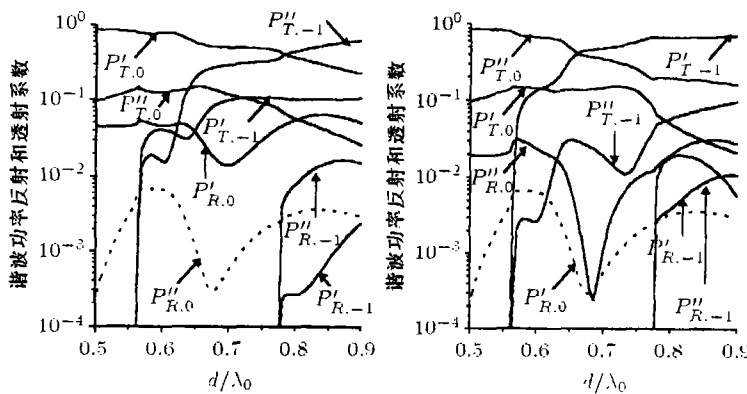


图2 零次空间谐波功率反射系数随水平入射角度的变化曲线

$t_g/d = 1.0, t_f/d = 0.0, d_1/d = d_2/d = 0.5$ 时矩形栅介质周期结构在频率为 $d/\lambda_0 = 1/3$ 的 TE 平面波以 45° 的垂直入射角从衬底斜入射下, TE 和 TM 模式的零次谐波功率反射系数随水平入射角度 φ 的变化关系。图 2 中实线和虚线为本文方法计算结果, 圆点代表文献 [2] 中的结果。由图 2 可见, 两方法得到的结果吻合得很好。

图 3(a), 3(b) 分别是结构参数为 $\epsilon_a = \epsilon_1 = 1.0, \epsilon_f = \epsilon_2 = 3.0, \epsilon_s = 2.1316, t_g/d = 1.0, t_f/d = 0.0, d_1/d = d_2/d = 0.5$ 时矩形栅介质周期结构在水平和垂直入射角度分别为 $\varphi = 45^\circ, \theta = 30^\circ$ 时 TE, TM 平面波斜入射下, 所产生的各次谐波反射和透射功率随 d/λ_0 的变化关系曲线。在图 3 中, 上标为一撇的量代表 TE 模, 两撇的量代表 TM 模, 下同。由图 3(a) 可见, 当 TE 波斜入射时, 同时激励起 TE 和 TM 模式的反射和透射波。在较低频率时, 仅 TE 和 TM 模式的零次空间谐波传输, 除 TM 零次谐波反射外, 其余三种谐波功率随频率的变化不明显; 且由于衬底介电常数较大, 透射功率占较大比例。当频率增大至 $d/\lambda_0 = 0.5649$ 时, -1 次空间谐波的透射波由截止转为传输, 并随频率的进一步增大, 通过耦合而得到较大比例的功率。频率增大至 $d/\lambda_0 = 0.7758$ 时, -1 次反射波由截止转为传输。当 d/λ_0 大于 0.7850 , TM 模式的 -1 次透射波将取代 TE 模式的零次透射波, 具有最大的功率。图 3(b) 中, 当 TM 波入射时, 具有类似的性质。计算中, 我们发现 TE 波入射所产生的 TM 反射波的零次空间谐波的特性与 TM 波入射所产生的 TE 反射波的零次空间谐波的特性相一致, 如图 3(a), 3(b) 中的虚线所示; 实际上, 这是由互易定理所决定的。这不仅验证了本文方法的有效性和准确性; 而且由此特性, 在一定的结构参数和入射条件下可以得到 TE 和 TM 模式完全对偶的散射特性, 如图 4 所示。当 d/λ_0 小于 0.51 时, 结构中仅有 TE 和 TM 模式的零次谐波处于传输状态, 而 4(a) 中 $P''_{R,0}$ 与 4(b) 中 $P'_{R,0}$ 的一致性使得 TE 和 TM 分别入射时得到完全对偶的散射特性。



(a) TE 波入射

(b) TM 波入射

图3 各次空间谐波反射和透射特性随频率的变化曲线

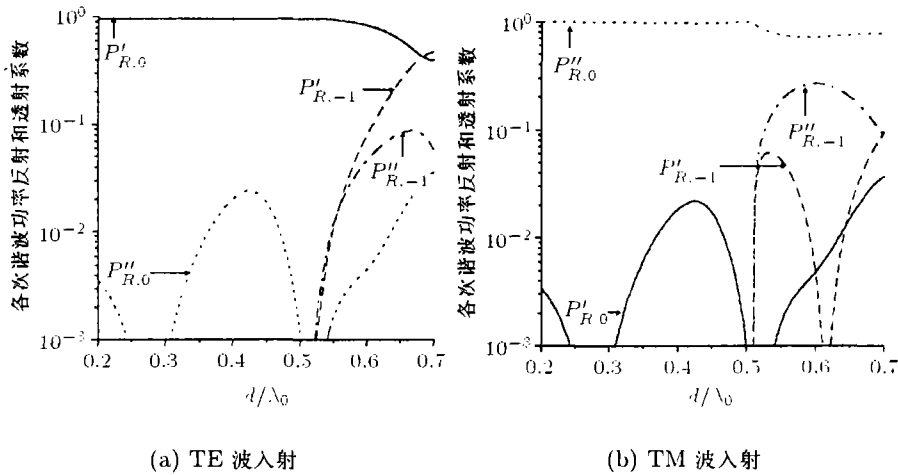


图 4 各次空间谐波反射和透射特性随频率的变化曲线

($\varepsilon_n = \varepsilon_f = \varepsilon_s = \varepsilon_2 = 1.0$, $\varepsilon_1 = 4.0$, $t_g/d = 1.0$, $t_f/d = 0.0$, $d_1/d = d_2/d = 0.5$, $\theta = 35^\circ$, $\varphi = 75^\circ$)

图 5(a), 5(b) 分别为 TE, TM 平面波斜入射下, 所产生的各次谐波反射和透射功率随 d/λ_0 的变化关系曲线。与图 3 不同的是衬底的介电常数较小, 为 $\varepsilon_s = 1.0$, 其余结构参数和入射条件与图 3 相同。图 5 中不仅如虚线所示的 TE 波入射所产生的 TM 模的零次空间谐波的反射波与 TM 波入射所产生的 TE 模的零次空间谐波的反射波特性和一致; 而且由于该结构关于 z 轴对称, TE 波入射所产生的 TM 模零次空间谐波的透射波与 TM 波入射所产生的 TE 模零次空间谐波的透射波的特性一致, 如划线所示。图 5(a) 中, 在频率 d/λ_0 分别为 0.6499 和 0.7586 时, 入射的 TE 波将产生峰值分别约为 0.8400 和 0.9729 的 TE 模式零次反射波的谐振峰; 而在 5(b) 中, 在相对略低的频率 0.6435 和 0.7580, 入射的 TM 波将产生峰值分别约为 0.8840 和 0.7842 的 TM 模式零次反射波的谐振峰。

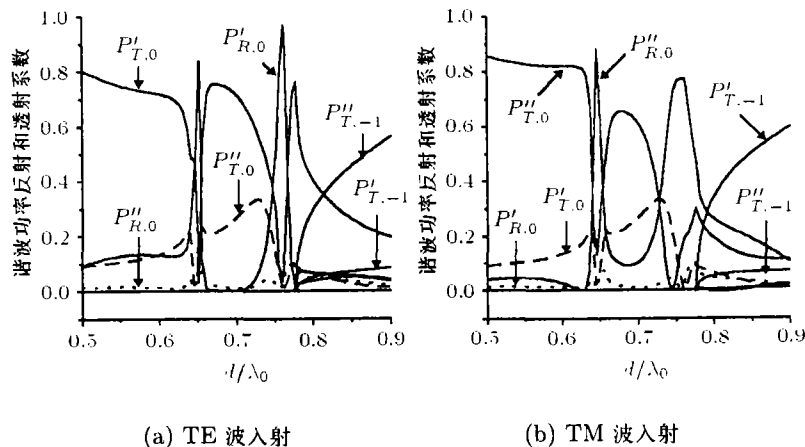


图 5 各次空间谐波反射和透射特性随频率的变化曲线

($\varepsilon_n = \varepsilon_s = \varepsilon_1 = 1.0$, $\varepsilon_f = \varepsilon_2 = 3.0$, $t_g/d = 1.0$, $t_f/d = 0.0$, $d_1/d = d_2/d = 0.5$, $\varphi = 45^\circ$, $\theta = 30^\circ$)

我们知道, 在分析二维小扰动介质周期结构的散射特性时, 可以采用多层平板介质波导理论估测和解释其中的导模谐振现象^[3]。众所周知, 在多层平板介质波导中, 存在着一系列 TE 和 TM 本征模式(导模), 它们沿切向的传播常数 $\beta_g^{(g)} > k_0$ ($g = 0, 1, 2, \dots, g = 0$ 为主模), 无法满足 $\beta_g^{(g)} = k_0 \sin \theta$ 的相位匹配条件而由垂直入射角为 θ 的自由空间中的平面

波直接激励, 但当 x 方向出现周期扰动时, 导模的场将包含一系列的空间谐波, 它们沿 x 方向的传播常数满足 Floquet 条件, 如果导模的 -1 次空间谐波的 x 方向传播常数 $\beta'_{gx,-1}''$ 满足与入射波的相位匹配条件, 入射波与导模强烈耦合而产生的导模谐振现象可能使入射波发生全反射。根据这种解释, 在相应的三维问题中, 当 x 方向出现周期扰动时, 导模的场中包含的一系列空间谐波沿 x 方向的传播常数满足 Floquet 条件, 沿 y 方向的传播常数与入射波一致。当导模的 -1 次空间谐波的 x 方向传播常数 $\beta'_{gx,-1}''$ 满足与入射波的相位匹配条件, 即 $|\beta'_{gx,-1}''| = |\sqrt{\beta_g''^2 - k_y^2} - 2\pi/d| = k_x = k_0\sqrt{\epsilon_{inc}} \sin\theta \cos\varphi$ 时, 将产生导模谐振现象而出现与入射模式相同的模式的强烈反射。由于极化耦合的存在, 这种导模谐振往往较难达到全反射, 但调节结构参数, 可使归一化的反射功率接近于 1.0; 因此, 可以由多层平板波导理论估测某些结构在一定的入射条件下的强烈反射点, 这对工程中频率选择表面的设计和应用将是十分重要的。图 6(a), 6(b) 分别为 TE, TM 波入射时计算得到的 TE, TM 波第一次强烈反射频率与估测值的比较, 结构参数见图注。由图 6 可见, TM 模入射时, 估测值的近似程度较好。值得注意的是, 由于均匀平板波导中主模为 TE 模, 因而对任意水平入射角度, 估测得到的 TE 波的谐振频率总小于 TM 波; 而实际上, 在介质周期结构中, 随着水平入射角度的增大, TM 波入射时得到的 TM 波强烈反射频率将大于 TE 入射时的情况。这是因为均匀平板波导在斜入射时不会象介质周期结构那样产生极化耦合现象, 因而, 这种估测仅在水平入射角度较小的前提下与平板波导主模的概念相符。

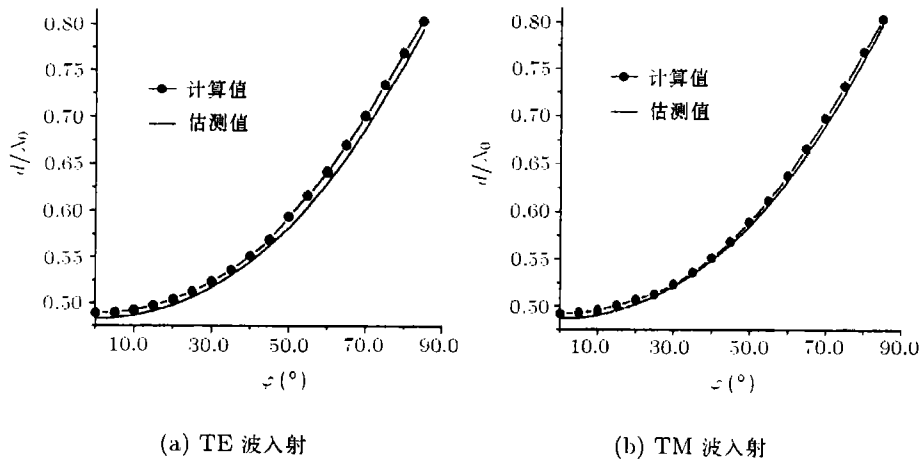
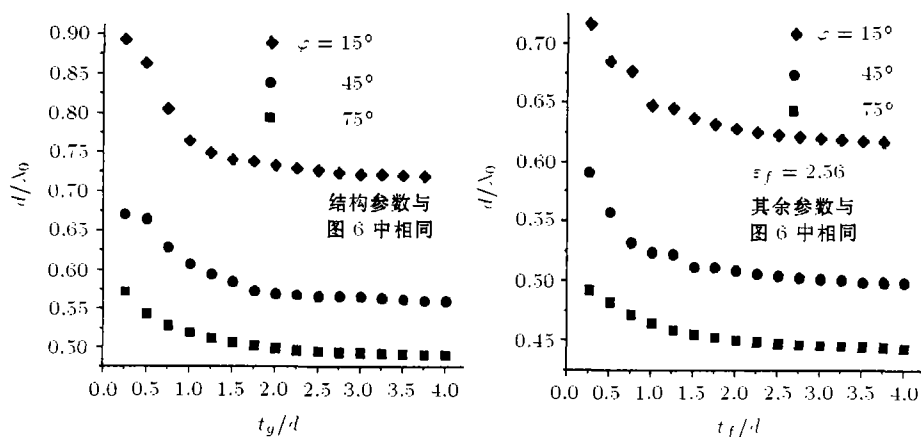
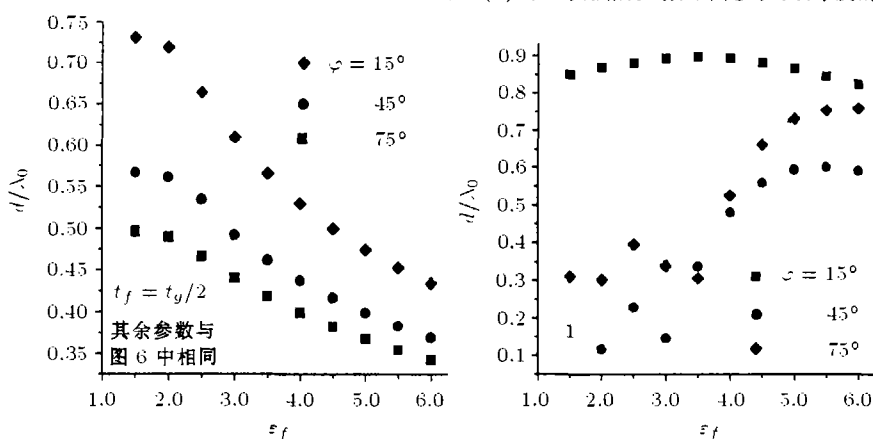


图 6 第一次强烈反射频率随水平入射角度的变化曲线
 $(\epsilon_u = \epsilon_f = \epsilon_s = 1.0, \epsilon_1 = 1.44, \epsilon_2 = 2.56, t_g/d = 2.037, t_f/d = 0.0, d_1/d = d_2/d = 0.5, \theta = 45^\circ)$

在二维频率选择表面的研究中, 我们计算了第一次全反射频率随周期层厚度、均匀层厚度和均匀层的介电常数的变化关系。图 7(a), 7(b) 和 7(c) 为相应的三维问题中, TE 波入射得到的 TE 波的第一次强烈反射频率随周期层厚度、均匀层厚度和均匀层的介电常数的变化关系。图 7 中, 正方形、圆形和菱形黑点表示水平入射角分别为较小角度 $\varphi = 15^\circ$ 、中间角度 $\varphi = 45^\circ$ 和较大角度 $\varphi = 75^\circ$ 时的情况。由图可见, 随着周期层厚度、均匀层厚度和均匀层的介电常数的增加, 与入射波同模式的第一次强烈反射频率减小, 这个规律与二维情况相同。同时, 由于斜入射时极化耦合的产生, 反射的峰值往往无法达到 1.0。在水平入射角较小时, 极化耦合较弱, 反射峰值较接近于 1.0, 且变化不大; 而水平入射角较大时则不然。图 7(d) 以第一次强烈反射峰值随均匀层的介电常数的变化关系为例示之。



(a) 第一次强烈反射频率随周期层厚度的变化曲线 (b) 第一次强烈反射频率随均匀层厚度的变化曲线



(c) 第一次强烈反射频率随均匀层介电常数的变化曲线 (d) 第一次强烈反射峰值随均匀层介电常数的变化曲线

图 7

4 结束语

本文采用多模网络与严格模匹配相结合的方法, 得到了电磁波斜入射时介质周期结构散射特性的严格求解。在此基础上, 对介质周期结构在斜入射这种三维边界条件下的频率选择特性作了定量的分析, 并给出了一系列相关的曲线、数据和结论, 从而为三维介质频率选择表面的设计和分析提供了理论依据和原则。

参 考 文 献

- [1] S. T. Peng, Rigorous formulation of scattering and guidance by dielectric grating waveguide, general case of oblique incidence, *J. Opt. Soc. Am. A*, 1989, 6(12), 1869-1883.
- [2] M. J. Shian, The scattering and guidance of electromagnetic wave by a periodic structure, [Doctor thesis], Polytechnic Institute of New York, 1983.
- [3] S. J. Xu, L. Yang, Frequency selective characteristics of dielectric periodic structures for millimeter wave application, *Int. J. of Infrared and Millimeter Waves*, 1998, 19(3), 475-491.

- [4] S. J. Xu, L. Yang, Systematic investigation on diffraction characteristics of dielectric periodic structure with arbitrary grating profiles, *Int. J. of Infrared and Millimeter Waves*, 1998, 19(10), 1411-1424.

MULTIMODE NETWORK ANALYSIS FOR 3-DIMENSION DIELECTRIC FSS STRUCTURES

Yang Li Xu Shanjia

(University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract In this paper the scattering characteristics of dielectric periodic structures by an oblique incidence are analyzed by a method which combines the multimode network approach with rigorous mode matching method. The dependence of frequency selective characteristics of the 3-D frequency selective surface(FSS) structures on frequency and angle of the incident wave and the structure parameters is quantitatively studied. Therefore, some guidelines for design and application of the 3-D FSS structures are given.

Key words Dielectric periodic structure, FSS structure, Multimode network approach, Rigorous mode matching method

杨 利: 女, 1973 年生, 博士生, 从事介质周期结构理论和应用方面的研究工作.

徐善驾: 男, 1939 年生, 教授, 博士生导师, 从事毫米波与光波理论及技术等方面的教学和研究工作.