

# 相关高斯噪声自适应非参量检测器

陆林根

(北京无线电测量研究所)

## 提 要

本文讨论了相关高斯噪声自适应非参量检测器。当输入噪声的采样满足独立、同分布(IID)条件时,不管分布是什么形式,非参量检测器均能保持虚警概率恒定(CFAR)。但是,许多类噪声并不能保持IID条件,检测器也就无法保持CFAR。本文提出一种简单、可行的自适应非参量检测器,能自动调节门限,使虚警概率( $P_{fa}$ )趋于恒定。这种方法的关键在于用递归滤波器的输出值来测量噪声的相关系数( $\rho$ ),并由此改变秩值检测器的检测单元的权,使其 $P_{fa}$ 趋于恒定。从而使在一定信噪比条件下发现概率( $P_d$ )也趋于恒定。本文给出检测单元加权的非参量检测器的检测性能和渐近性能,然后还给出自适应非参量检测器的近似计算方法和计算机模拟结果。

## 一、引 言

在各种复杂条件下,非参量检测器是一种非常有效的雷达信号检测器。当输入噪声的采样满足独立、同分布(IID)条件时,不管输入噪声的分布是什么形式,检测器输出都能保持虚警概率恒定(CFAR)。但是,当输入噪声采样不满足IID条件时,(即相邻距离单元采样并不完全独立时)就不能保持CFAR<sup>[1]</sup>。数字模拟结果表明:在这种条件下,虚警概率( $P_{fa}$ )是随着相邻两个单元采样值的相关系数( $\rho$ )增加而降低<sup>[1]</sup>。与此同时,目标信号的发现概率( $P_d$ )也会随之而降低。这样的结果相当于检测器提高门限后所得的结果。自适应非参量检测器就是要根据噪声的特性,自动调节门限使 $P_{fa}$ 趋于恒定。

本文将讨论实现调节门限的简单方法。文中首先介绍秩值检测器检测单元加权的 $P_{fa}$ 和 $P_d$ 。用计算机计算加权秩值检测器的性能。得出最佳加权和最佳门限时的渐近性能。最后将给出确定噪声相关模型条件下门限调节关系式,方法是用递归滤波器的输出值来测量噪声的 $\rho$ 再通过一定关系式改变检测器检测单元的权,使 $P_{fa}$ 趋于恒定。最后给出这种检测器数字模拟性能的结果。

## 二、检测单元加权的非参量检测器

这里用的非参量检测器是在秩值检测器后进行二进积累的一种检测器<sup>[2]</sup>。为了调节

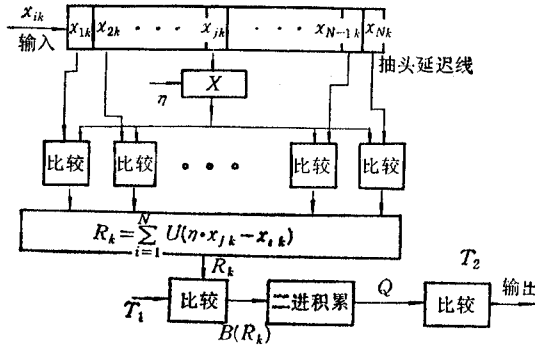


图 1 检测单元加权的非参量检测器

秩值检测器的  $P_{fa}$  和  $P_d$ , 可以对其检测单元进行加权. 实现它的方框图如图 1 所示. 输入观察量  $x_{ik}$  与经加权(权系数为  $\eta$ ) 的检测单元  $x_{jk}$  逐个进行比较. 如加权后的  $x_{jk}$  大于  $x_{ik}$ , 则比较器输出为 1, 否则为 0. 然后对每个单元求和, 得秩值  $R_k$ . 将  $R_k$  与第一门限  $T_1$  作比较, 如  $R_k \geq T_1$ , 则  $B(R_k) = 1$ , 否则为 0. 再将  $B(R_k)$  进行重复周期之间的积累, 得  $Q$ , 如果  $Q \geq T_2$  (第二门限), 则输出判为有目标, 反之则判为无目标. 因而,  $R_k$  可表示为:

$$R_k = \sum_{i=1}^N U(\eta \cdot x_{jk} - x_{ik}), \tag{1}$$

式中  $N$  为参考单元数,  $U(\cdot)$  为单位阶跃函数. 而  $Q$  可表示为:

$$Q = \sum_{k=1}^M B(R_k) = \sum_{k=1}^M U(R_k - T_1), \tag{2}$$

式中  $M$  为二进制积累数. 如  $\eta = 1$ , 则图 1 所表示的是普通的不加权的非参量检测器.

当目标起伏特性为  $\chi^2$  (Chi-Square) 起伏分布时<sup>[5]</sup>(这种分布的参量为  $k$ ), 目标信号的  $P_d$  可表示为<sup>[2]</sup>:

$$P_d = \sum_{r=T_1}^N \binom{N}{r} \cdot \sum_{i=0}^r (-1)^i \cdot \binom{r}{i} \cdot \frac{1}{1 + N - r + i} \times \left[ k / \left( k + \frac{(N - r + i) \cdot S}{1 + N - r + i} \right) \right]^k, \tag{3}$$

式中  $S$  为归一化的信噪比,  $(\cdot)$  为二项式系数. 把  $S \rightarrow 0$  代入上式可得  $P_{fa}$  为<sup>[4]</sup>:

$$P_{fa} = \sum_{r=T_1}^N \binom{N}{r} \cdot \sum_{i=0}^r (-1)^i \cdot \binom{r}{i} \cdot \frac{1}{1 + N - r + i} = 1 - T_1 / (1 + N). \tag{4}$$

由上式可见,  $P_{fa}$  只与  $(T_1, N)$  有关, 而与输入噪声的形式与强弱无关. 因而, 秩值检测器能保持 CFAR. 另一方面也可以看出, 如  $N$  为已知, 则  $P_{fa}$  只与  $T_1$  有关.  $T_1$  在秩值检测器中只能取正整数. 因而  $P_{fa}$  的值只能是离散的有限个数. 例如  $N$  取 8, 那么  $P_{fa}$  可能是 0.111, 0.222, 0.333,  $\dots$ .  $P_{fa}$  的最小值为 0.111. 经过二进制积累后的系统虚警概率  $P_{fa0}$  和发现概率  $P_{d0}$  分别为:

$$P_{fa0} = \sum_{i=T_1}^M \binom{M}{i} P_{fa}^i (1 - P_{fa})^{M-i}, \quad (5)$$

$$P_{d0} = \sum_{i=T_2}^M \binom{M}{i} P_d^i (1 - P_d)^{M-i}. \quad (6)$$

设检测单元的采样值为  $x_{jk}$ , 经  $\eta$  加权后的值为  $z$ , 则  $z = \eta \cdot x_{jk}$ . 用  $z$  的分布代替  $P_{fa}$  和  $P_d$  中的  $x_{jk}$  的分布, 可得加权后的虚警概率  $P_{fa1}$  和发现概率  $P_{d1}$  为:

$$P_{d1} = \sum_{r=T_1}^N \binom{N}{r} \cdot \sum_{i=0}^r (-1)^i \cdot \binom{r}{i} \cdot [1 + \eta^2(N - r + i)]^{-1} \cdot \left[ 1 + \frac{\eta^2(N - r + i) \cdot S}{k(1 + \eta^2(N - r + i))} \right]^{-k}. \quad (7)$$

$$P_{fa1} = \sum_{r=T_1}^N \binom{N}{r} \cdot \sum_{i=0}^r (-1)^i \binom{r}{i} \frac{1}{1 + \eta^2(N - r + i)}. \quad (8)$$

如将  $k \rightarrow \infty$  代入(7)式, 则可得加权后非起伏目标信号的发现概率为:

$$P_{d1|k \rightarrow \infty} = \sum_{r=T_1}^N \binom{N}{r} \sum_{i=0}^r (-1)^i \binom{r}{i} \cdot \frac{1}{1 + \eta^2(N - r + i)} \cdot \exp \left[ -\frac{\eta^2 \cdot S \cdot (N - r + i)}{1 + \eta^2(N - r + i)} \right]. \quad (9)$$

也可将  $k = 1$  代入(7)式, 则得加权后斯韦林 II (Swering II) 起伏时的发现概率为:

$$P_{d1|k=1} = \sum_{r=T_1}^N \binom{N}{r} \cdot \sum_{i=0}^r (-1)^i \binom{r}{i} \frac{1}{1 + (1 + S)\eta^2(N - r + i)} \quad (10)$$

(7)式与(8)式的计算结果分别如图2和图3所示。由图2和图3可见, 当  $\eta = 1$  时,  $P_{fa1} = P_{fa}$ ,  $P_{d1} = P_d$ 。但是, 当  $\eta < 1$  时,  $P_{fa1} < P_{fa}$ ,  $P_{d1} < P_d$ ; 反之, 当  $\eta > 1$  时, 则相反。系统的虚警概率和发现概率仍可按(5)式和(6)式来计算, 只需把这些式中的  $P_{fa}$  换成  $P_{fa1}$ ,  $P_d$  换成  $P_{d1}$ 。从(8)式可以看出, 只要  $\eta$  作连续变化,  $P_{fa1}$  也会随之发生连续变化。

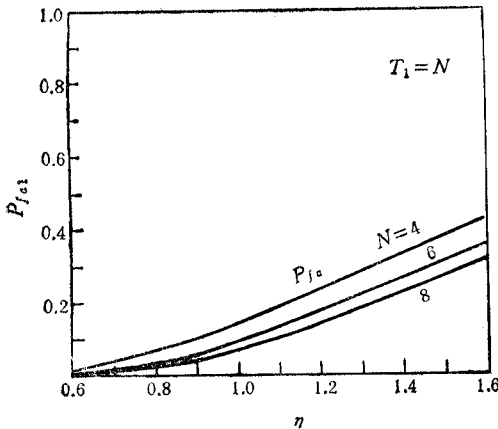


图2  $P_{fa1}$  与  $\eta$  的关系图

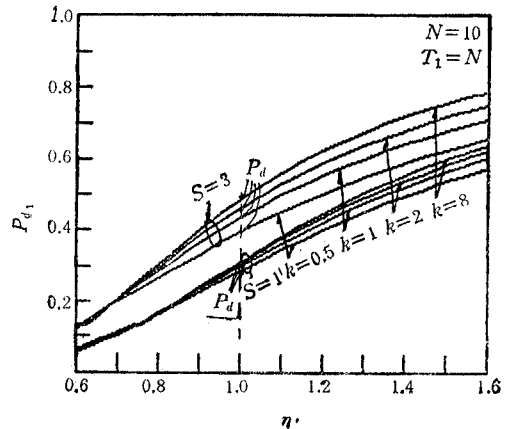


图3  $P_{d1}$  与  $\eta$  的关系图

下面将讨论加权的非参量检测器的渐近性能和自适应处理的原理和方法。

### 三、加权非参量检测器的渐近性能

众所周知, 衡量检测器性能优劣的一种方法是计算此检测器的渐近性能<sup>[3]</sup>。并可将计算结果与其他检测器的渐近性能作比较, 据此, 来确定此检测器性能的优劣。为此, 必须计算检测器的功效 ( $e$ )<sup>[4]</sup>。

$$e(W) = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \cdot \frac{\left[ \frac{\partial E(W/S)}{\partial S} \Big|_{S=0} \right]^2}{\sigma_0^2(W)}, \quad (11)$$

式中  $W$  为经二进积累器后的统计检验量,  $E(W/S)$  表示信噪比为  $S$  时  $W$  的均值。  $\sigma_0^2(W)$  是无信号时  $W$  的方差。当  $\eta = 1$  时,  $e_0(W)$  为<sup>[4]</sup>:

$$e_0(W) = \frac{N-1-T_1}{T_1} \cdot \left( \sum_{i=N+2-1}^{N+1} \frac{1}{i} \right)^2. \quad (12)$$

由于  $W = m$  的概率为:

$$P(W = m) = \binom{M}{m} P^m (1-P)^{M-m}, \quad (13)$$

因而对于加权非参量检测器的功效经过计算可得:

$$e_1(W) = \left\{ \sum_{r=T_1}^N \binom{N}{r} \cdot \sum_{i=0}^r (-1)^i \binom{r}{i} \cdot \frac{\eta^2(N-r+i)}{[1+\eta^2(N-r+i)]^2} \right\} /$$

$$\left\{ \left[ \sum_{r=T_1}^N \binom{N}{r} \cdot \sum_{i=0}^r (-1)^i \binom{r}{i} \frac{1}{1+\eta^2(N-r+i)} \right] \right.$$

$$\left. \cdot \left[ 1 - \sum_{r=T_1}^N \binom{N}{r} \cdot \sum_{i=0}^r (-1)^i \binom{r}{i} \cdot \frac{1}{1+\eta^2(N-r+i)} \right] \right\}. \quad (14)$$

要把(14)式化简成封闭公式 (closed formula) 不很容易, 但是用计算机计算是很容易的。除此之外, 上式所得结果  $e_1(W)$  与参数  $S$ 、 $k$  无关, 在  $N$  给定的条件下,  $e_1(W)$  是  $T_1$  和  $\eta$  的函数。计算表明,  $e_1(W)$  存在一个极大值, 它所对应的  $\eta$  和  $T_1$  则称为最佳的  $\eta$  和  $T_1$ 。对不同  $N$  值,  $e_1(W)$  和  $e_0(W)$  的计算值的比较如表 1 所示。在  $N = 8$  时, 不同门限下的  $e_1(W)$  和  $\eta$  的关系如图 4 所示。表 1 和图 4 表明: 不但可由改变  $T_1$ , 而且可由改变

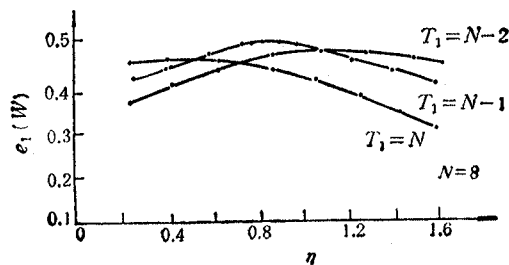


图 4  $e_1(W)$  随  $\eta$  的变化图

表 1 不同  $N$  时的  $e_1(W)$  和  $e_0(W)$  值

$N$	2	4	6	8	10	12	16
$e_0(W)$	.347	.412	.478	.505	.528	.544	.566
$\eta = 1$ 时 最佳 $T_1$	2	4	5	7	8	10	13
$e_1(W)$	.356	.441	.498	.524	.543	.568	.665
$\eta$	.9	.8	.9	.9	.9	1.1	1.1
最佳 $T_1$	2	4	5	7	9	10	11

加权系数来使加权检测器的渐近功效  $e_1(W)$  达到最大。下面将讨论在相关噪声条件下检测器自适应的原理和方法。

#### 四、相关噪声自适应非参量检测器

当各距离单元噪声采样并不独立时，其  $P_{fa}$  也就不能保持恒定<sup>[1]</sup>。这时，一般算法将遇到许多复杂问题，因此用蒙特卡罗 (Monte Carlo) 方法得出一些数字解是很适用的。与此同时，不但能得出  $P_{fa}$  而且能得到  $P_{da}$ 。  $P_{fa}$  与  $\rho$  的关系图见文献 [1]。再利用调整  $\eta$ ，使  $P_{fa}$  保持一定。实现自适应方法的方框图如图 5 所示。输入采样的信号经过加权的检测器，与此同时也加到递归滤波器的输入端，其输出为  $X_0$ 。如输入采样为相关高斯噪声，则其输出  $X_0$  要比采样独立时的大。这时，只要使  $\eta$  值随输出的  $X_0$  值大小而变化，便可使  $P_{fa}$  保持恒定。

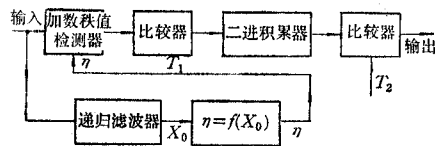


图 5 相关高斯噪声自适应非参量检测器框图

如相关高斯噪声的特性为一阶马尔可夫 (Markov) 过程， $\rho$  可以表示为：

$$\rho = \frac{E(x_{ik} \cdot x_{i+1k})}{\sigma_x^2}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad (15)$$

式中  $\sigma_x^2$  为  $x$  的均方差。根据数字模拟结果  $P_{fa2}$  与  $\rho$  之间关系可用下式近似<sup>[1]</sup>：

$$P_{fa2} = P_{fa} \cdot \exp\left(-\frac{\rho^2}{2\sigma_1^2}\right), \quad (16)$$

式中  $\sigma_1$  是  $P_{fa2}$  相对于  $P_{fa}$  的衰减因子。此外，根据图 2， $P_{fa1}$  与  $\eta$  的关系可用下式近似：

$$P_{fa1} = P_{fa} \cdot \exp\left(-\frac{\eta^2 - 1}{2\sigma_\eta^2}\right), \quad (17)$$

式中  $\sigma_\eta$  为  $P_{fa}$  相对于  $P_{fd}$  的衰减因子。为了使相关时和加权时的虚警概率一样,则必须是

$$-\frac{\rho^2}{2\sigma_1^2} = \frac{1-\eta^2}{2\sigma_\eta^2}.$$

由此得

$$\eta^2 = \begin{cases} 1 + \frac{\rho^2 \sigma_\eta^2}{\sigma_1^2}, & \text{当 } \eta > 1; \\ 1 - \frac{\rho^2 \sigma_\eta^2}{\sigma_1^2}, & \text{当 } \eta \leq 1. \end{cases} \quad (18)$$

在实际设备中计算  $\rho$  是有一定困难的,这里可很方便地用递归滤波器确定出  $\rho$  值。用数字模拟方法得出的滤波器的输出  $X_0$  与  $\rho$  之间的关系如图 6 所示。有了以上关系,就可以直接得出  $\eta$  与  $X_0$  之间的关系。把这些曲线关系用数字形式存贮在存贮器中就可以实现上述的自适应检测器。

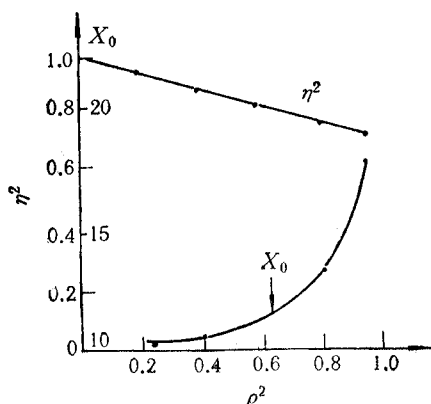


图 6  $\eta^2, X_0$  与  $\rho$  的关系图

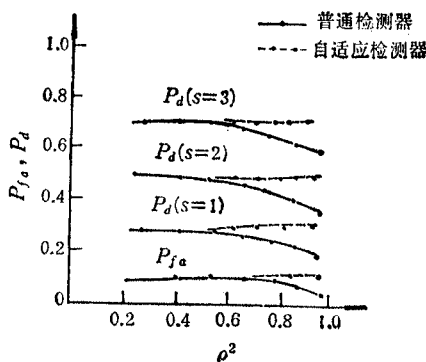


图 7 自适应检测器性能

这样检测器的检测性能也可以用蒙特卡罗 (Monte Carlo) 方法得到。所得的性能见图 7。图 7 说明,用上述方法实现的自适应检测器,在相关条件下,  $P_{fa}$  能保持基本恒定。虽然上述所讨论的模型是针对相关噪声为一阶马尔柯夫过程的,但是它也适用于其他形式的噪声,只要得出  $\eta$  与  $X_0$  的关系就能实现自适应检测。

## 五、结 论

用递归滤波器输出  $X_0$  来改变检测单元加权值的方法可使  $P_{fa}$  基本保持恒定。实现的设备简单,性能较好。如把  $\eta$  置 1,则此设备也可用作普通的非参量检测器。

## 参 考 文 献

- [1] 陆林根,电子学报,1982年,第2期,第82页。
- [2] 陆林根,电子学通讯,5(1982),320。

- [3] J. Capon, Optimum Coincidence Procedures for Detecting Weak Signals in Noise, 1986, IRE Int. Conv. Rec. pt. 4., pp. 154—166.
- [4] 朱兆达, 电子学报, 1980年, 第3期, 第89页.
- [5] D. P. Meyer, H. A. Mayer, Radar Target Detection Handbook of Theory and Practice, Academic Press, New York, 1973, pp. 35—69.

## ADAPTIVE NONPARAMETRIC DETECTORS FOR CORRELATION GAUSSIAN NOISE

Lu Lingen

(Beijing Institute of Radio Measurement)

The problems of adaptive nonparametric detectors are considered. The major reason behind the increasing engineering interest in nonparametric signal detectors is their ability to maintain CFAR (Constant-False-Alarm-Rate) at the detector output for a broad class of noise distributions. The false alarm probability ( $P_{fa}$ ) is not constant, when the input noise is not the sequence of IID (Identical Independent Distribution) variance. In order to maintain CFAR the weight of the detection range cell of the detector can be changed continuously by different output value of IIR filter for measuring the correlation coefficient of the input noise. The closed form expressions for detection probability ( $P_d$ ) and  $P_{fa}$  of the weighted nonparametric detectors are derived. The ARE (Asymptotic Relative Efficiency) of the detectors is investigated. Finally, the detection performance of the adaptive nonparametric detector is determined for a finite number of observations.