

迴旋管电子枪设计的简化模型方法*

李 声 沛

(中国科学院电子学研究所)

提 要

本文简要地叙述了迴旋管绝热磁控注入枪中的电子运动，提出在阴极附近引入一个温度限制发射的等效二极管的概念，并从对这个二极管中电子流的分析、双圆筒电极间的场分布和绝热理论出发，推导出由枪电极尺寸和电磁参量确定的电子注横向能量的计算公式。根据这个公式，可方便、迅速、准确地进行枪的主要参量的设计，或由实测参量判断整管中电子注的运动状态。

关于阴极电场的计算，曾对许多实际的绝热磁控枪用电子计算机进行数值计算分析对比，误差小于5%，与文献[1]的计算机计算结果是一致的。简化模型方法已经实验验证，电子注横向能量的计算值与实验结果，基本吻合。

一、概 述

电子迴旋脉塞，简称迴旋管（Gyrotron）是近年来出现的一种新型的产生高功率、高效率的毫米波源。它发展迅速，有广阔的应用前景，因而引起国内外普遍的重视。

迴旋管工作的关键之一是利用作高速迴旋运动的自由电子，要求电子注速度分散小。通常电子注由绝热磁控注入枪（Adiabatic Magnetron-Injection Gun，简称 AMIG）形成。图1给出了这种典型的电子光学系统的简图。

AMIG 与普通的磁控注入枪（MIG）的主要区别是阴极处于温度限制发射状态。从 AMIG 的阴极发射出来的电子，直接获得初始的旋转速度 $v_{\perp K}$ 。根据文献[2]的分析

$$v_{\perp K} = \frac{E_{\perp K}}{B_K}, \quad (1)$$

式中 $E_{\perp K}$ 是垂直于阴极表面的电场分量， B_K 是电子从阴极出发那点的磁感应强度。然后电子进入磁场缓慢上升的过渡区。在这个区域中，它的旋转动能按绝热不变量增加，而它的轨迹逐渐压缩^[2,3]，即

$$\frac{W_{\perp}}{B} = \text{const}, \quad (2)$$

$$BR^2 = \text{const}, \quad (3)$$

这里 W_{\perp} 是垂直于磁力线方向的旋转动能，简称为横向能量， B 为电子所在点的磁感应强

* 1981年9月25日收到。

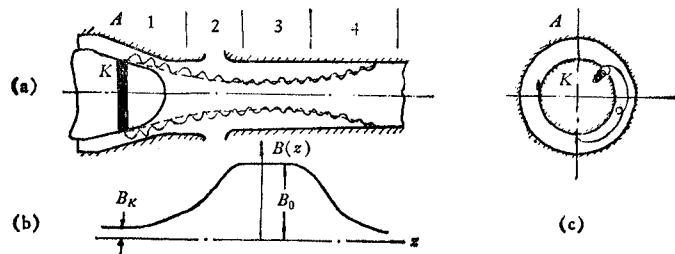


图1 回旋管电子光学系统的简图

- (a) 1. 磁控注入枪 (K —阴极, A —第一阳极); 2. 过渡区; 3. 作用区; 4. 收集极
- (b) 轴上磁场 $B(z)$
- (c) 电子角向运动图形

Fig. 1 Diagram of the electron optical system for Gyrotron

- (a) 1. MIG (K —cathode, A —first anode); 2. transition region; 3. interaction region; 4. collector
- (b) axial magnetic field $B(z)$
- (c) azimuthal motion of the electron

度, R 为电子迴旋中心到 z 轴的距离. 不难证明, 电子在进入均匀磁场 B_0 的工作区后, 将具有横向速度

$$v_{\perp 0} = \alpha^{3/2} \frac{E_{\perp K}}{B_0}, \quad (4)$$

式中 $\alpha = B_0/B_K$, 称为磁变系数. 当电子与谐振腔内的角向交变电场相互作用后, 到达磁场跌落区便受到发散作用, 最后打到收集极上. 图 1 示意地给出了上述电子运动的过程. 图 1(a) 中虚线为磁力线, 波动实线为子午面上的电子轨迹; 图 1(b) 为轴上磁场分布; 图 1(c) 为电子在角向运动的图形.

目前, 分析 AMIG 有两个基本理论模型: 一个是基于单电子在不均匀电磁场中漂移运动为基础的所谓绝热理论模型^[2], 另一个基于层流分析的阴极处于温度限制发射状态的空间电荷流模型^[4,5]. 后一模型企图用外电极来补偿空间电荷对速度分散的影响, 一般要求阴极半锥角 θ_0 大, 并需要磁变系数 α 大于 10, 这一模型尚处于探索阶段, 未见有实验结果发表. 目前设计的 AMIG, 大多是利用前一种模型, 但因忽略了空间电荷效应, 所以是不精确、不严格的, 而且利用它来确定 AMIG 的电极尺寸或选择电磁参量也比较困难, 实际设计不方便, 文献 [4] 中明确地指出了这一点. 文献 [6—8] 对 AMIG 进行过大量的实验研究, 但没有给出绝热理论的计算与实验的对照结果.

一般地讲, 由于电子是在不均匀电磁复合场中运动, 所以除了数值求解外, 理论分析是非常困难的. 为了把问题简化, 本文提出在阴极附近引入一个温度限制发射的等效二极管的概念, 引用双圆筒电场解和一维温度限制电流解, 利用绝热理论, 推导出电子注的横向能量与枪的电极尺寸和电磁参量的关系式. 根据这个公式, 可以很方便地进行电子光学系统的参量设计, 为 AMIG 的数值计算或实验研究提供了比较准确的电极模型, 从而加速了设计周期; 也可以根据整管的实测参量, 利用这个关系式, 估算电子注的横向能量的大小, 以判断整管的工作状态. AMIG 的简化模型方法已经实验验证, 阴极附近电场的修正, 也经电子计算机数值计算实际的 AMIG 来验证, 结果都良好.

二、简化模型方法

由于 AMIG 工作在温度限制发射情况下, 电极间有电子注流通, 空间电位分布有一定降落, 电极结构又是圆柱对称的, 因此在估算横向能量时必须考虑阴极电场 $E_{\perp K}$ 的修正(见(1)式和(4)式).

(一) 圆柱电容器的场分布 如图 1 所示, AMIG 的阴极和第一阳极形成倾斜的双圆筒结构, 在没有发射电流时, 电极间的电场分布基本上同于圆柱电容器的电场分布

$$E_r^{(0)} = \frac{U_a}{\ln(r_a/r_K)} \cdot \frac{1}{r},$$

式中各符号的意义见图 2.

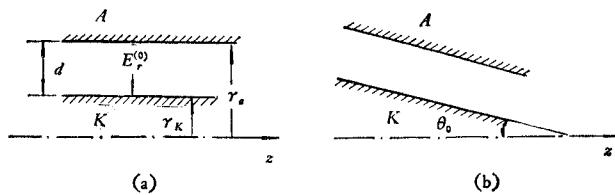


图 2

Fig. 2

因电极倾斜, 垂直于阴极表面的电场强度

$$E_{\perp K}^{(0)} = \frac{U_a}{\ln(r_a/r_K)} \cdot \frac{1}{r_K \cos \theta_0}, \quad (5)$$

式中, θ_0 为阴极半锥角, U_a 为第一阳极电压, r_a , r_K 为第一阳极和阴极的平均半径. $E_{\perp K}^{(0)}$ 为无空间电荷时阴极表面的电场强度. 为了便于计算, (5) 式可写为平板电场公式形式, 若极间距离用 $d = r_a - r_K$ 表示, 则

$$E_{\perp K}^{(0)} = \frac{U_a}{d \cos \theta_0} f\left(\frac{r_a}{r_K}\right), \quad (6)$$

式中, $\frac{U_a}{d}$ 为平板电场计算公式, $f\left(\frac{r_a}{r_K}\right) = \frac{r_a/r_K - 1}{\ln(r_a/r_K)}$ 为计算修正因子(见表 1).

从表 1 可见, 不同的 r_a/r_K , 阴极表面无空间电荷时的电场强度 $E_{\perp K}^{(0)}$ 的修正计算因子是不相同的; 当 $r_a/r_K \rightarrow 1$ 时, $f\left(\frac{r_a}{r_K}\right) \rightarrow 1$, 这说明对于不同的 r_a/r_K , 阴极附近的电场强度都是比较均匀的, 但有不同的值.

(二) 温度限制发射时阴极电场的修正 要直接求解有磁场时温度限制圆柱二极管的理论解有困难, 但由以上分析可知: (1) 阴极附近电场比较均匀; (2) 虽然阴极区有磁场, 但由于温度限制 $E_{\perp K} \neq 0$, 电子将垂直于阴极面发射并通常到达接近于第一阳极后才形成波动电子轨迹(见图 1), 故阴极表面的电子运动总是垂直于电场的. 因此从理论上说在阴极表面引入一个温度限制发射的等效二极管的概念是可行的, 这样问题就简化了.

引用一维温度限制电子流的理论解^[3]

表 1 Tab. 1

r_a/r_K	$\ln\left(\frac{r_a}{r_K}\right)$	$f\left(\frac{r_a}{r_K}\right)$	ξ	r_a/r_K	$\ln\left(\frac{r_a}{r_K}\right)$	$f\left(\frac{r_a}{r_K}\right)$	ξ
1.02	0.0198	1.01	0.996	2.1	0.7419	1.4826	0.890
1.04	0.0392	1.0199	0.993	2.2	0.7384	1.5221	0.885
1.06	0.0583	1.0297	0.989	2.3	0.8329	1.5608	0.881
1.1	0.0953	1.0492	0.982	2.4	0.8754	1.5992	0.877
1.2	0.1823	1.0967	0.966	2.5	0.9163	1.6370	0.874
1.3	0.2623	1.1439	0.953	2.6	0.9556	1.6744	0.870
1.4	0.3364	1.1890	0.941	2.7	0.9932	1.7115	0.867
1.5	0.4055	1.2331	0.931	2.8	1.0297	1.7480	0.865
1.6	0.470	1.2767	0.922	2.9	1.0647	1.7845	0.862
1.7	0.5305	1.3195	0.914	3.0	1.0982	1.8205	0.86
1.8	0.5878	1.3609	0.907	3.2	1.1630	1.8916	0.855
1.9	0.6419	1.4019	0.901	3.4	1.2238	1.9610	0.852
2.0	0.6930	1.4428	0.895	3.6	1.2809	2.0298	0.848

$$t_i = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \left[1 - \frac{27}{4} t_E^2 (1 - t_E) \right]^{1/2} \right\}, \quad (7)$$

式中, $t_E = E_{\perp K}/E_{\perp K}^{(0)}$, $E_{\perp K}$ 为阴极处于温度限制时的表面电场强度, $E_{\perp K}^{(0)}$ 为无空间电荷时阴极表面的电场强度, 由 (6) 式计算, $t_i = j_K/j_K^{(0)}$, j_K 为阴极处于温度限制发射时实际发射的电流密度, $j_K^{(0)}$ 为空间电荷限制发射时阴极发射的电流密度, 可用圆柱二极管 3/2 次方定律估算出来, 为了计算方便写成平板二极管公式形式

$$j_K^{(0)} = 2.33 \times 10^{-6} \frac{U_a^{3/2}}{d^2} \xi, \quad (8)$$

式中, $d = r_a - r_K$; $\xi = (1 - r_K/r_a)^2/\beta^2$ 为修正系数, 一并列于表 1; β 为圆柱二极管参数. (8) 式中正负号是当 $t_E > 2/3$ 时, 取负; $t_E < 2/3$ 时, 取正. 对于 AMIG, 一般 t_i 选在 0.1—0.3 范围, 所以 $t_E = 0.94 - 0.81$.

我们曾用电子计算机对实际的 AMIG 进行过许多设计计算^[10], 阴极附近的电场分布与(6)、(7)式符合得很好, 一般误差小于 5%; 苏联报道的计算机计算结果也表明了这一点. 文献[1]中表 1 的数据, 对于阴极半锥角较小的情况, 当 $t_i = 0$ 时, $\bar{v}_\perp = 0.30$; 当 $t_i = 0.1$ 时, $\bar{v}_\perp = 0.284$, 可知 $t_E = 0.948$; 文献[1]中表 2 的数据, 对于阴极半锥角较大的情况 ($\theta_0 \approx 30^\circ$), 当 $t_i = 0$ 时, $\bar{v}_\perp = 0.420$; $t_i = 0.1$ 时, $\bar{v}_\perp = 0.399$, 可知 $t_E = 0.95$; $t_i = 0.2$ 时, $\bar{v}_\perp = 0.380$, 可知 $t_E = 0.904$. 而按(7)式计算, $t_i = 0.1$ 时, $t_E = 0.94$; $t_i = 0.2$ 时, $t_E = 0.88$, 可见差别很小. 这些不同的电极结构和电磁参数的实例充分说明, 本文在阴极附近引入一个温度限制发射的等效二极管的概念是合理的, 采用(7)式修正计算阴极电场是可行的.

(三) 简化模型公式 由(4)、(5)、(7)式可以推导出 AMIG 的电子注横向能量与总能量的比值为

$$t_\perp = \frac{v_{10}^2}{2\eta U_0} = 284.2\alpha U_0 \left[\frac{t_E t_u}{B_K r_K \cos \theta_0 \ln(r_a/r_K)} \right]^2, \quad (9)$$

式中, $t_u = U_u/U_0$, 定义为第一阳极电压与漂移管工作电压之比; t_E 由(7)式确定; $\eta =$

e/m 为电子的荷质比; (9) 式中各参量的单位: B_K 用 Gs, r_K 用 mm, U_0 用 V. 有时为了便于设计电极尺寸, (9) 式可以改写为(式中 t_{\perp} 为设计指标)

$$\ln\left(\frac{r_a}{r_K}\right) = 16.86 \frac{t_u t_E}{B_K r_K \cos \theta_0} \sqrt{\frac{\alpha U_0}{t_{\perp}}}. \quad (10)$$

这就是 AMIG 电极尺寸、电磁参量和电子注横向能量的简化模型计算公式. 利用(10)式可以很方便地根据设计要求选择电磁参量, 确定电极的基本尺寸; 或已知电极尺寸和电磁参量, 按(9)式估计出 t_{\perp} , 从而判断工作状态. 需要指出, 上述设计计算完成后, 还必须复算一下阴极区的临界磁场值. 这可用磁控管公式作近似估计

$$B_{KP} = \frac{4}{\sqrt{2\eta}} \frac{\sqrt{t_u U_0}}{r_a [1 - (r_K/r_a)^2]} = 67.44 \frac{\sqrt{t_u U_0}}{r_a [1 - (r_K/r_a)^2]}. \quad (11)$$

如果 $B_{KP} < B_K$ ((10) 式实际选用的 B_K), 则表示电子打不到第一阳极上, 否则需要重新选取电磁参量以满足要求. 在(11)式中各参量的单位: r_a 为 mm, U_0 为 V.

三、实用设计

(一) 设计指标要求

(1) 工作磁场 B_0 . 由迴旋管工作的基波或谐波频率近似等于电子的迴旋频率, 可得工作磁场 B_0 (Gs) 和工作波长 λ (mm) 之间的关系

$$B_0 = 1.064 \times 10^5 \frac{\gamma}{n\lambda}, \quad (12)$$

式中, n 为谐波次数 ($n = 1$ 为基波), γ 为相对论性修正因子

$$\gamma = 1 + U_0/U_n, \quad (13)$$

式中, $U_n = m_0 c^2 / |e| \approx 511$ kV, m_0 和 e 为电子的静止质量和电荷, c 为光速.

(2) 电子注平均半径 R_0 . 为了使作强烈螺旋运动的电子与高频场作用最佳, 要求电子注是空心的. 对于基波工作的迴旋管来说, 电子注平均半径

$$R_0 \approx 0.28\lambda. \quad (14)$$

对于二次谐波或其它模式可大些, 这可由高频设计参量给出. 由于 $v_{10}^2 = t_{\perp} 2\eta U_0 = (\omega_0 r_L)^2$, 可得在工作空间中电子打小圈的迴旋半径(又称拉莫尔半径)

$$r_L = 33.73 \frac{\gamma \sqrt{t_{\perp} U_0}}{B_0}. \quad (15)$$

(15) 式中, 各参量的单位: r_L 为 mm, U_0 为 V, B_0 为 Gs.

(3) 电子注功率 P_0 . 电子注功率主要由器件效率和高频输出功率的要求确定. 一般迴旋管的效率对于基波为 30—40%, 最高达 70%; 对于二次谐波为 20% 左右, 最高达 40%.

一般说来, 回旋管采用的电子注应具有足够大的能量, 通常工作在 40—80kV; 电子注应提供足够的电流 I_0 , 通常在几 A—10A 数量级. 若用导流系数来表征, 大约在 0.2—0.6 μ p 数量级, 苏联最高采用 2 μ p. 对于高效率工作的回旋管, 导流系数偏小, t_i 选

在 0.1 以下。因为设计 AMIG 时，一般没有采用外电极来补偿空间电荷效应，而空间电荷对速度分散的影响是很显著的^[1,7]。

(4) 横向能量 t_{\perp} 一般要求 $t_{\perp} = 0.7—0.8$ 。因为 $v_{\perp 0} = \sqrt{t_{\perp} 2 \eta U_0}$ ，可见 $t_{\perp} = 0.8$ ， $v_{\perp 0} = 0.9 v_0$ ， $v_{\parallel 0} \approx 0.45 v_0$ ，故 $v_{\perp 0}/v_{\parallel 0} \approx 2$ 。这里 $v_{\parallel 0}$ 为工作区电子的纵向速度。

(5) 速度分散 $\Delta v_{\perp 0}/v_{\perp 0}$ 电子注的横向速度分散必须足够小，这是保证器件高效率所必须的。理论分析^[11,12]和实验表明，对于一般单腔迴旋振荡管 $\Delta v_{\perp 0}/V_{\perp 0} \leq 20\%$ ；对于迴旋放大管 $\Delta v_{\perp 0}/v_{\perp 0}$ 要低到百分之几，后一要求是很高的。

从绝热理论可以证明，电子注的横向与纵向平均速度的最大均方根比值为^[2]

$$g_0 = \sqrt{2 \frac{\bar{v}_{\perp 0}}{\Delta \bar{v}_{\perp 0}}} \quad (16)$$

例如最大可允许的平均横向速度分散为 $\Delta \bar{v}_{\perp 0}/\bar{v}_{\perp 0} = 20\%$ ，那么 $g_0^2 = \bar{v}_{\perp 0}^2/\bar{v}_{\parallel 0}^2 = 10$ ，即 $t_{\perp} \leq 0.909$ ；若超过这个数值，电子注中将会有部分电子因“磁镜”作用而反转。所以一般设计要求 $t_{\perp} = 0.7—0.8$ ， $\Delta v_{\perp 0}/v_{\perp 0} \leq 20\%$ 是合适的。

(二) 设计步骤

设计计算要初选四个参数 t_E 、 t_u 、 θ_0 和 α ，它们主要决定于阴极带的发射能力和结构。对于一般的 AMIG， $t_i = 0.1—0.3$ ，故 $t_E = 0.94—0.81$ ； $\alpha = 4—7$ 或者更大些；按上述设计指标要求确定 t_{\perp} ， B_0 、 R_0 、 I_0 、 U_0 、 $\Delta v_{\perp 0}/v_{\perp 0}$ 后，再作如下计算：

(1) 由 α 、 B_0 确定阴极区工作磁场

$$B_K = B_0/\alpha. \quad (17)$$

由 α 、 R_0 按 (3) 式确定阴极的平均半径

$$r_K = \sqrt{\alpha} R_0. \quad (18)$$

再由初选的 t_u （一般选 $t_u = 0.5$ 左右，根据需要 t_u 值可选大些）和 U_0 确定第一阳极电压（见 (9) 式）

$$U_a = t_u U_0. \quad (19)$$

(2) 将 t_E 、 α 、 B_K 、 r_K 、 t_{\perp} 、 t_u 、 θ_0 等代入 (10) 式求 $\ln(r_a/r_K)$ ，再查表 1 或用小型计算器求出 r_a/r_K 。

(3) 由 r_a/r_K 比值和 r_K 求得 r_a 与 $d = r_a - r_K$ 。再将 r_a 、 r_K/r_a 、 $t_u U_0$ 代入 (11) 式复算 B_{Kp} 。若 $B_{Kp} < B_K$ 则计算成立，最好是 $B_{Kp} < 0.8 B_K$ ，否则重新选 α 和 t_u ，由 (1) 开始重算。

(4) 由求得的 d 、 U_a 和 r_a/r_K 查表 1，得到修正系数 ξ ，再代入 (8) 式计算 $j_K^{(0)}$ 。由初选的 t_E 代入 (7) 式求得 t_i ，按定义

$$j_K = t_i j_K^{(0)}. \quad (20)$$

因为设计要求发射的总电流 I_0 已确定，则阴极发射面的带宽 l 为

$$l = \frac{I_0}{2\pi r_K j_K} = \frac{I_0}{2\pi r_K t_i j_K^{(0)}}. \quad (21)$$

如果计算出来的带宽 l 合理，则设计计算成立；否则重选一个 t_E 从 (2) 开始计算，直至满意为止。一般为获得小的速度分散，阴极发射带宽比较窄，选 $t_i = l/d = 0.2—0.3$ 。

上述设计计算得到的结果，经电子注分析器试验或经电子计算机数值计算分析，很快

就可以得到满足设计要求的最佳电极结构。一般阴极大端到第一阳极拐点的纵向距离为 $0.5\text{--}1.0d$ 。

(三) 设计实例

上述设计方法, 已经几个模型枪实验验证。电子注能量分布的实验分析方法见文献 [13], 实验数据都经过较严格的校准。这里仅给出一个结果, 见表 2。

在几个电压下, t_1 的实验值与按 (9) 式的计算值的比较如图 3 所示, 可见基本吻合。

表 2
Tab. 2

r_K (mm)	r_a/r_K	B_K (Gs)	α	θ_0	l (mm)	t_u	t_i	$t_{1\perp}$ (计算)	$t_{1\perp}$ (实测)
6.9	1.957	268	6.3	10°	2.2	0.85	0.16	0.71	0.68

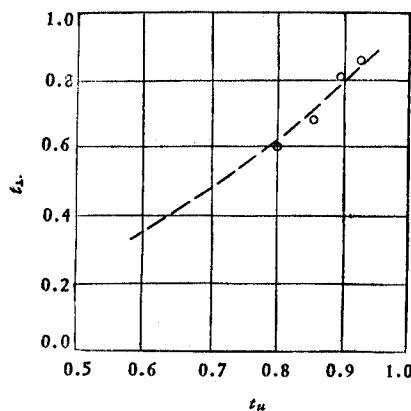


图 3 计算值与实验值的比较

----- 计算值 ○ 实验值

Fig. 3 Comparision of calculated and experimental results
---- calculated data ○ experimental data

四、结束语

本文是在总结迴旋管绝热电子枪的设计、数值计算和实验结果的基础上写成的, 提出了一种在阴极附近引入温度限制发射的等效二极管的简化模型设计方法。用该方法来选择 AMIG 的初始参量既简便又准确, 而且所得的结果与数值计算和实验结果基本吻合。用本设计方法可大大加快用计算机数值设计最佳电极结构的速度和实验研究的周期, 有助于提高电子注的质量, 改进其性能。本设计方法对于判断整管的工作状态也具有一定意义。

本项工作得到江钧基等同志的鼓励和帮助, 在此一并表示衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] В. К. Лыгин и Ш. Е. Цимлинг, Изв. Вузов-Радиофизика, **21**(1978), 1363.
- [2] А. Л. Гольденберг и М. И. Петелин, Изв. Вузов-Радиофизика, **16**(1973), 41.
- [3] 卢鹤俊, 周同庆, 许国保编, 受控热核反应, 第三章, 上海科学技术出版社, 1962年.
- [4] III. E. Цимлинг, Изв. Вузов-Радиофизика, **20** (1977), 1550.
- [5] В. Н. Мануилов и III. E. Цимлинг, Радиотехника и Электроника, **23** (1978), 1486.
- [6] Е. Г. Авдошин и А. Л. Гольденберг, Изв. Вузов-Радиофизика, **16** (1973), 1605.
- [7] Е. Г. Авдошин, Л. В. Николаев, И. Н. Платонов, и III. E. Цимлинг. Изв. Вузов-Радиофизика, **16** (1973), 605.
- [8] И. И. Антаков, В. А. Гинибург, Е. В. Засыпкин и Е. В. Соколов. Изв. Вузов-Радиофизика **18** (1975), 1196.
- [9] 菅田荣治等人, 电气通信学会杂志, **45** (1962), 1572.
- [10] 李声沛、夏福根、刘桂芬、孙儒生, 回旋管绝热磁控注入枪数值计算方法的改进, 第一届毫米波、亚毫米波学术年会论文摘要集, 北京, 1981年, 10月, 第181页。
- [11] J. L. Seftor, A.D. Drobot and K.R. Chu, IEEE Trans. on ED, **FD-26** (1979), 1609.
- [12] P. Sprangle and Drobot, IEEE Trans. on MTT, **MTT-25** (1977), 528.
- [13] 李声沛、江钧基、张汉英、孙儒生、刘桂芬, 回旋管电子注能量分布的实验分析方法, 第一届毫米波、亚毫米波学术年会论文摘要集, 北京, 1981年, 10月, 第167页。

A METHOD BASED ON A SIMPLIFIED MODEL FOR DESIGN OF THE GYROTRON GUN

Li Sheng-pei

(Institute of Electronics, Academia Sinica)

In this paper, electron motion in the adiabatic magnetron injection gun (AMIG) of Gyrotron is briefly described. A concept of equivalent diode operating with temperature limited emission in the cathode region is proposed. A formula calculating transverse beam energy determined by the electrode dimensions and electromagnetic parameters is derived from the adiabatic theory and the analysis of electron stream in this diode and the field between two concentric cylinders. With this formula, it is very convenient for us to rapidly and correctly determine the main parameters of the AMIG or judge the moving condition of the electron beam in Gyrotron according to practical parameters.

The comparison between the calculations of the cathode field in this paper and the numerical results of the AMIG given by computer shows that the difference is within five percent, and the former also coincide with the computed data from reference[1]. The calculations of transverse beam energy are in good agreement with experimental results.