

非二进制 Turbo 级联码的性能分析

吴晓丽*** 葛建华* 王勇*

*(西安电子科技大学ISN国家重点实验室 西安 710071)

** (空军工程大学 西安 710077)

摘要: 该文在分析了非二进制 Turbo 码的译码算法的基础上, 提出了非二进制 Turbo 码和具有良好纠突发错误的 RS 码级联的非二进制 Turbo 级联码系统模型。该系统采用缩短的 RS 码(204, 188)作为外码, 非二进制 Turbo 码作为内码的串行级联方式, 内码和外码之间用深度为 12 的交织器隔开, 译码时, 非二进制 Turbo 码分别采用 Symbol-by-Symbol Log-MAP 和 SOVA 算法。仿真结果显示, 与二进制 Turbo 级联码系统相比, 该系统具有误码率低, 延时时间短, 频带利用率高等优点。

关键词: 二进制 Turbo 码, 非二进制 Turbo 码, Symbol-by-Symbol Log-MAP 算法

中图分类号: TN911.22 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2005)10-1593-04

Performance Analysis of the Concatenated Non-binary Turbo Codes

Wu Xiao-li*** Ge Jian-hua* Wang Yong*

*(National Key Lab of ISN, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

** (PLA Air-Force Engineering Univ., Xi'an 710077, China)

Abstract A novel system model using a non-binary Turbo concatenated codes is proposed based on analysis about the decoding algorithm of the non-binary Turbo codes in this paper. A shorted RS code(204,188)as outer code and a non-binary Turbo code as a inner code is separated in the system , Symbol-by-Symbol Log-MAP and SOVA algorithm is used in decoding the non-binary Turbo code .The conclusion by simulating is that proposed system has the features of low bit error ratio, low latency and high spectral, etc, compared to the other concatenated codes systems.

Key words Binary Turbo codes, Non-binary Turbo codes, Symbol-by-Symbol Log-MAP algorithm

1 引言

在卫星和地面数字移动通信系统性能中, 为了提高误比特率(BER)性能, 常采用前向纠错码(FEC)方式, 分组码、卷积码都是常用的纠错码, 这是以增加带宽和复杂度为代价的。Ungerboeck提出了网格编码调制^[1,2] 降低了带宽; Forney 提出了外部码和内部码级联的级联码^[3] 降低了译码复杂性。随后, 各种并行和串行级联码相继出现, 其中以并行级联递归卷积码——二进制Turbo码^[4]为最佳, 它的良好性能得到编码界的广泛关注。为了降低Turbo码的平底效应, Anderson 提出了BCH码和二进制Turbo码相级联的级联系统^[5], Valenti 提出了RS码和二进制Turbo码相级联的二进制Turbo码级联系统^[6], 该系统与作为数字电视广播系统标准的级联码^[7]相比, 误码率提高了 2dB。

非二进制Turbo码^[8,9] 与二进制Turbo码相比在低信噪比和高码速时, 可以实现更加良好的性能, 为此, 本文提出了RS码与非二进制Turbo码的级联的级联系统, 旨在进一

步提高误码率, 减少延时时间。

2 系统模型

图 1 给出了 RS 码和非二进制 Turbo 码级联的系统模型。对于我们所提出的级联系统, 首先分析其核心部分: 非二进制 Turbo 码的编译码性能。

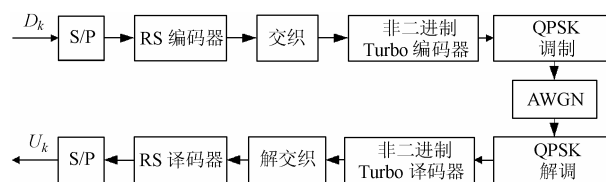


图 1 系统模型

2.1 非二进制 Turbo 码编码器

非二进制 Turbo 码编码器如图 2(a)所示, 一次输入 $m(m \geq 2)$ 位信息, 相当于一个多进制的编码方式, 交织方式采用随机符号交织, 其递归卷积编码器一般结构如图 2(b)所示。

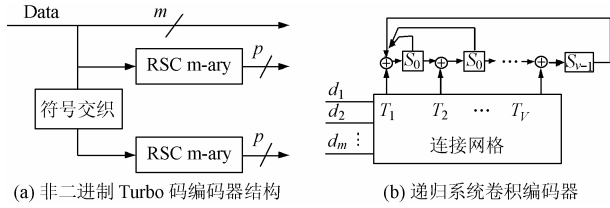


图2 非二进制 Turbo 码编码器

设: 在 i 时刻输入向量 $\mathbf{D}^i = [d_1^i, d_2^i, \dots, d_m^i]$, 存储单元个数为 v , 存储状态向量 $\mathbf{S}^i = [s_0^i, s_1^i, \dots, s_{v-1}^i]$, 反馈生成函数 $\mathbf{A}^i = [\mathbf{A}_0^i, \mathbf{A}_1^i, \dots, \mathbf{A}_{k-1}^i]$, 校验位个数为 l , 则在 i 时刻每一位码字输出 $\mathbf{C}^i = [c_1^i, c_2^i, \dots, c_m^i, c_{m+1}^i, c_{m+2}^i, \dots, c_{m+q}^i]$ 和反馈生成函数 $\mathbf{A}^i = [\mathbf{A}_0^i, \mathbf{A}_1^i, \dots, \mathbf{A}_{k-1}^i]$ 可以分别表示成:

$$\begin{aligned} (\mathbf{C}^i)^T &= \mathbf{G}_1 \times (\mathbf{D}^i)^T + \mathbf{R} \times (\mathbf{A}^i)^T + \mathbf{F}_1 \times (\mathbf{S}^i)^T \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{11} & \dots & \mathbf{g}_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{g}_{n1} & \dots & \mathbf{g}_{nm} \end{bmatrix} \times (\mathbf{D}^i)^T + \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{11} & \dots & \mathbf{r}_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{r}_{n1} & \dots & \mathbf{r}_{nk} \end{bmatrix} \times (\mathbf{A}^i)^T \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{11} & \dots & \mathbf{f}_{1v} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{f}_{n1} & \dots & \mathbf{f}_{nv} \end{bmatrix} \times (\mathbf{S}^i)^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{A}^i)^T &= \mathbf{G}_2 \times (\mathbf{D}^i)^T + \mathbf{F}_2 \times (\mathbf{S}^i)^T \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{g}'_{11} & \dots & \mathbf{g}'_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{g}'_{n1} & \dots & \mathbf{g}'_{nm} \end{bmatrix} \times (\mathbf{D}^i)^T + \begin{bmatrix} \mathbf{f}'_{11} & \dots & \mathbf{f}'_{1v} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{f}'_{n1} & \dots & \mathbf{f}'_{nv} \end{bmatrix} \times (\mathbf{S}^i)^T \end{aligned}$$

2.2 非二进制 Turbo 码的译码

非二进制 Turbo 码的译码结构如图3所示。

首先发送信号通过 QPSK 调制、白噪声信道和 QPSK 解调, 在 k 时刻到达非二进制 Turbo 码译码器的信号 Y_k 可以分为两部分: $\mathbf{Y}_k = (\mathbf{Y}_k^s, \mathbf{Y}_k^p)$, 其中 $\mathbf{Y}_k^s = [y_{k,1}^s, y_{k,2}^s, \dots, y_{k,m}^s]$, $\mathbf{Y}_k^p = [y_{k,1}^p, y_{k,2}^p, \dots, y_{k,l}^p]$ 。 $\mathbf{Y}_k^s, \mathbf{Y}_k^p$ 的每一个分量可以表示为

$$y_{k,i}^j = (2 \times x_{k,i}^j - 1) \sqrt{E_s} + n_{k,i}^j, \quad i=1, \dots, m+q \quad (1)$$

式中的 $n_{k,i}^j$ 均为均值为 0, 方差 $\sigma^2 = N_0/2$ 的独立同分布的高斯噪声样值。

逐符号位软输入软输出译码器 1 利用接收的 m 位信息信号, q 位校验信号和先验信息, 计算出可能发送信息的概率, 并将其作为先验信息传给译码器 2, 译码器 2 利用 m 位信息信号, 1 位校验信号和先验信息, 计算出可能发送信息的概率, 并将其作为先验信息传给译码器 1, 如此迭代, 直到达到要求的性能。

2.3 非二进制网格码的逐符号位 Log-Map 译码算法

接收信号 $Y_1^N = (y_1, y_2, \dots, y_N)$, 则根据逐符号位 Log-Map 译码算法, 信息概率:

$$p(d_k = i / Y_1^N) = \text{const} \cdot \sum_M \sum_{M'} \alpha_{k-1}(M') \cdot \gamma_i(Y_k, M', M) \cdot \beta_k(M), \quad i=0, \dots, 2^m - 1 \quad (2)$$

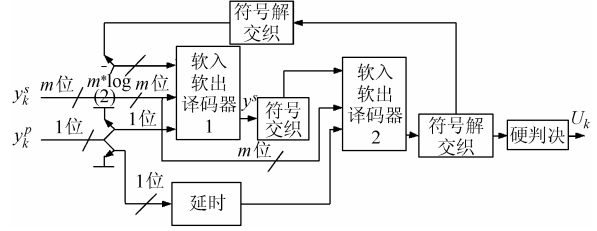


图3 逐符号位 Turbo 码的迭代译码结构

其中前向变量: $\alpha_{k-1}(M') = p(S_{k-1} = M' / Y_1^{k-1}) / p(Y_1^{k-1})$

分支转移概率:

$$\gamma_i(Y_k, M', M) = p(Y_k, d_k = i, S_k = M / S_{k-1} = M')$$

$$\text{反向变量: } \beta_k(M) = \frac{p(Y_{k+1}^N / S_k = M)}{p(Y_{k+1}^N / Y_1^k)}$$

前向变量递推公式:

$$\alpha_k(M) = \frac{\sum_M \gamma_T(Y_k, M', M) \cdot \alpha_{k-1}(M')}{\sum_{M'} \sum_{M''} \gamma_T(Y_k, M', M) \cdot \alpha_{k-1}(M')} \quad (3)$$

其中 $\gamma_T(Y_k, M', M) = \sum_{i=0}^{2^m-1} \gamma_i(Y_k, M', M)$ 。初始状态: $\alpha_0(0) = 1$,

$\alpha_0(M) = 0, M = 1, \dots, 2^v - 1$ 。

反向变量递推公式:

$$\beta_k(M) = \frac{\sum_{M''} \gamma_T(Y_{k+1}, M, M'') \cdot \beta_{k+1}(M'')}{\sum_{M''} \sum_{M'} \gamma_T(Y_{k+1}, M, M'') \cdot \alpha_k(M')} \quad (4)$$

初始状态 $\beta_N(0) = 1, \beta_N(M) = 0, M = 1, \dots, 2^v - 1$ 。

分支转移概率:

$$\begin{aligned} \gamma_i(Y_k, M', M) &= p(Y_k, d_k = i, S_k = M / S_{k-1} = M') \\ &= p(Y_k / d_k = i, S_k = M, S_{k-1} = M') \\ &\quad \cdot p(d_k = i / S_k = M, S_{k-1} = M') \\ &\quad \cdot p(S_k = M / S_{k-1} = M') \\ &\quad \cdot p(d_k = i) \cdot p(Y_k / d_k = i) \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $p(Y_k / d_k = i) = p(y_{k,1}^s, \dots, y_{k,m}^s, y_{k,m+1}^p, \dots, y_{k,m+l}^s / x_{k,1}^s, \dots, x_{k,m}^s, x_{k,m+1}^p, \dots, x_{k,m+l}^s)$ 。

由式(1)知, $y_{k,i}^j (i=1, \dots, m+l, j=s, p)$ 均为独立同分布的均值为 $2 \times x_{k,i}^j - 1$, 方差 $\sigma^2 = N_0/2$ 的高斯噪声样值, 则式(5)可以变成

$$\begin{aligned}
 p(Y_k/d_k=i) &= \prod_{i=1}^m p(y_{k,i}^s/x_{k,i}^s) \cdot \prod_{j=1}^l p(y_{k,m+j}^p/x_{k,j}^p) \\
 &= \prod_{i=1}^m \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} [y_{k,i}^s - (2 \cdot x_{k,i}^s - 1)]^2\right\} \\
 &= \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\right)^{m+l} \exp\left\{-\frac{\sum_{i=1}^m [(y_{k,i}^s)^2 + 2y_{k,i}^s + 1]}{2\sigma^2}\right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\cdot \exp\left\{-\frac{\sum_{i=1}^m 2 \cdot x_{k,i}^s \cdot y_{k,i}^s}{\sigma^2}\right\} \exp\left\{-\frac{\sum_{i=1}^l [(y_{k,m+i}^p)^2 + 2y_{k,m+i}^p + 1]}{2\sigma^2}\right\} \\
 &\cdot \exp\left\{-\frac{\sum_{i=1}^l 2 \cdot x_{k,m+i}^p \cdot y_{k,m+i}^p}{\sigma^2}\right\} \\
 &= B_k \exp\left\{-\frac{\sum_{i=1}^m 2 \cdot x_{k,i}^s \cdot y_{k,i}^s + \sum_{i=1}^l 2 \cdot x_{k,m+i}^p \cdot y_{k,m+i}^p}{\sigma^2}\right\} \quad (6)
 \end{aligned}$$

分支转移概率:

$$\begin{aligned}
 \gamma_i(Y_k, M', M) &= p(d_k = i) \\
 &\cdot B_k \exp\left\{-\frac{\sum_{i=1}^m 2 \cdot x_{k,i}^s \cdot y_{k,i}^s + \sum_{i=1}^l 2 \cdot x_{k,m+i}^p \cdot y_{k,m+i}^p}{\sigma^2}\right\} \quad (7)
 \end{aligned}$$

对式(2), 式(3), 式(4), 式(7)分别取对数, 定义 $L_d(d_k = i) = \lg p(d_k = i)$, 取 $L_{e\&s}(d_k = i) = \lg p(d_k = i/Y_1^N) - L_d(d_k = i)$ 作为下一次迭代的先验信息, 并设两个分量码均采用上述 Log-Map 译码算法, 则可得到两个分量码的迭代译码过程:

第 1 级译码器:

$$L_{e\&s}^{(1)}(d_k = i) = \lg^{(1)} p(d_k = i/Y_1^N) - L_{e\&s}^{(2)}(d_k = i)$$

第 2 级译码器:

$$L_{e\&s}^{(2)}(d_k = i) = \lg^{(2)} p(d_k = i/Y_1^N) - L_{e\&s}^{(1)}(d_k = i)$$

设发送信息等概, 则在第 1 次迭代时, 取 $L_{e\&s}^0 = \lg(1/2^m) = -m \lg 2$ 。

3 仿真结果和性能比较

为了比较非二进制 Turbo 级联码系统和二进制 Turbo 级联码系统的性能, 仿真时, 两个系统除编码和译码部分外均选用相同的参数, RS 码选用(204, 188, 8), 交织器选用深度为 12 的卷积交织器, 二进制码选用 $G_1 = [1], R_1 = [1], F_1 = [0 \ 1], G_2 = [1], F_2 = [1 \ 1]$ 作为分量码, 非二进制码选

$$\text{用 } G_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, R_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, F_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$F_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ 作为分量码。译码分别采用了 Symbol-by-Symbol Log-MAP 算法和 SOVA 算法, 采用 QPSK 调制, 仿真结果如图 4 所示。

选用不同的删除模式, 可以得到不同的码速, 其仿真结果如图 5 所示。

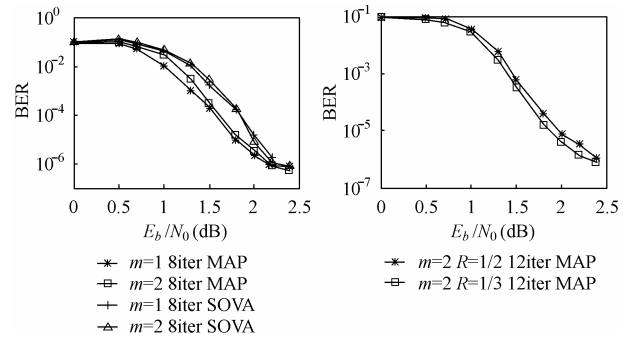


图 4 $m=1, m=2$ 在白噪声信道中采用两种译码算法的性能

图 5 $m=2$ 在白噪声信道中采用两种码速的性能

性能比较:

(1) 从图 4 可以看出, 在信噪比小于 2.2dB 之前, 非二进制 Turbo 级联码系统和二进制 Turbo 级联码系统性能相当, 但在信噪比大于 2.2dB 以后, 非二进制 Turbo 级联码系统的误码性能优于二进制 Turbo 级联码系统。

(2) 对于非二进制 Turbo 级联码系统而言, 采用 Symbol-by-Symbol Log-MAP 算法和 SOVA 算法, 性能相差不多。

(3) 从图 5 可以看出, 非二进制 Turbo 级联码系统对删除不敏感。

4 结束语

本文给出了RS码和非二进制Turbo级联的系统模型。从误码性能来看, 非二进制Turbo级联码与二进制Turbo级联码在信噪比为 0-2.2dB范围, 性能相当, 在大于 2.2dB以后, 非二进制Turbo级联码优于二进制Turbo级联码, 由于非二进制Turbo级联码系统采用符号交织, 即将mbit作为一个符号进行交织, 二进制Turbo级联码系统采用位交织, 即将1bit作为一个符号进行交织, 因此, 在每帧相同的比特数时, 非二进制Turbo级联码系统的延时时间比二进制Turbo级联码系统缩小了m倍。(m=log₂M, M表示进制数。m=1表示二进制Turbo级联码, m=2表示四进制Turbo级联码), 同时非二进制Turbo

级联码迭代译码收敛速度快,对删除不敏感。因此可以在不影响误码性能的前提下提高码速,进而提高系统的整体性能。

参 考 文 献

- [1] Ungerboeck G. Trellis-coded modulation with redundant signal sets Part I and Part II [J]. *IEEE Commun. Mag.*, 1987, 25(2): 5 – 12.
- [2] Ungerboeck G. Channel coding with multilevel/phase signals [J]. *IEEE Trans. Info. Theory*, 1982, IT-28(1): 55 – 67.
- [3] Formey G D. Concatenated Codes[M]. Cambridge, MA: MIT Press, 1966.
- [4] Berrou C, Glavieux A, Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes, ICC93, IEEE Conference Proc., Geneva, May 1993: 1076 – 1080.
- [5] Anderson J D. Turbo codes extended with outer BCH code. *Electronics Letters*, 1996, 32(22): 2059 – 2060.
- [6] Valenti M C. Inserting Turbo code technology into the DVB satellite broadcasting system. in Proc., IEEE Military Commun. Conf. (MILCOM), Los Angeles, CA, Oct. 2000: 650 – 654.
- [7] European Telecommunications Standards Institute, “Digital broadcasting system for television sound and data services”, ETS200 421, DEC, 1994.
- [8] Berrou C, Michel J. The advantages of non-binary Turbo codes. ITW 2001, Cairns, Australia. 2001: 2 – 7.
- [9] Reid A C, Taylor D P, Gulliver T A. Non-binary Turbo codes. ISIT 2002, Lausanne, Switzerland, June 30 – July 5, 2002: 57 – 57.
- 吴晓丽: 女, 1964 年生, 博士生, 从事数字移动多媒体通信、通信信号处理等领域研究.
- 葛建华: 男, 1961 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事 HDTV、数字多媒体系统以及数字通信网中的安全保密技术等领域的研究, 承担国家重大科研项目多项.
- 王 勇: 男, 1976 年生, 博士生, IEEE 协会专业会员, 研究方向为无线宽带多媒体通信.