

金属圆环对 H_{0n}^0 波的激励*

王汝贤

(中国科学院电子学研究所)

提 要

本文应用将波导中不连续处的场幅度展开为正规波级数的方法,分析在传输 H_{01}^0 波的圆波导中,同心金属圆环对 H_{0n}^0 波的激励问题。导出了任意环数与任意环间距的普遍计算公式。初步的计算结果表明,圆环与圆孔相比较,圆环对 H_{01}^0 波的高次波型激励幅度较小。环数愈多对 H_{01}^0 波的高次波型激励幅度愈小,而对 H_{01}^0 波的耦合可以很强。

一、前 言

在传输 H_{01}^0 波的圆波导中,如果用一开圆孔的金属膜片作能量耦合装置。在波导直径较小时,圆孔产生的圆对称高次 $H_{0n}^0 (n > 1)$ 波型都是不传输的波,对信息传输没有影响。但在波导直径较大时,这些波型都是传输波,就会影响信息传输。在波导半径与圆孔半径的比值相同时,这些高次波的幅度随 k_a 值 ($k = 2\pi/\lambda$, $\lambda =$ 自由空间波长, $a =$ 波导半径) 的增加而增大。因此在 k_a 值较大时不能用圆孔耦合 H_{01}^0 波的能量。

如果用几个半径不等的同心金属圆环,贴在 $\epsilon \approx 1$ 而 $\tan \delta$ (ϵ : 介电常数, $\tan \delta$: 损耗角) 又较小的近似无损耗的介质薄片上,形成圆环膜片。则可以在耦合 H_{01}^0 波的同时对 H_{0n}^0 波的同族高次波型的激励可以很弱。

圆孔激励 H_{0n}^0 波的问题已有分析^[1]。本文应用将波导中不连续处的场幅度展开为正规波级数的方法,对同心金属圆环耦合膜片进行分析如下。

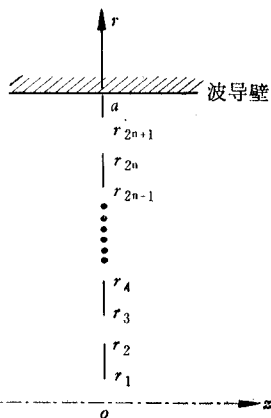
二、理论分析

如果耦合膜片由 n 个同心金属圆环构成,且圆环厚度可以略去不计,并假定支撑圆环的介质薄片的 $\epsilon \approx 1$, $\tan \delta$ 又很小,则介质薄片放在波导中只引起 H_{01}^0 波的小反射与小衰减,而薄片本身并不激励高次波型。为简单起见,分析时可略去介质薄片的影响。

如图 1 所示,令 $\delta_1 = r_1/a, \delta_2 = r_2/a, \dots, \delta_{2n-1} = r_{2n-1}/a, \delta_{2n} = r_{2n}/a, \delta_{2n+1} = r_{2n+1}/a, \delta_a = 1$ 。 $a =$ 圆波导半径。这里圆环的宽度及其间距均是任意的。

* 1978年9月7日收到

在圆柱坐标系中横向电场与磁场分量可以写为^[2]:



其中

$$E_{\varphi} = -jk \frac{\partial \phi^i}{\partial r}, \quad H_r = jh_n \frac{\partial \phi^i}{\partial r} \quad (1)$$

$$\phi^i = N^i J_n \left(\mu_n \frac{r}{a} \right) \cos n\varphi \quad (2)$$

$$N^i = \sqrt{\frac{2}{\pi \epsilon_n}} \frac{1}{\sqrt{\mu_n^2 - n^2}} \frac{1}{J_n(\mu_n)} \quad (3)$$

因为 H_{0n}^0 波是轴对称磁波, 所以

$$N^i = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\mu_n} \frac{1}{J_0(\mu_n)} \quad (4)$$

图 1 同心金属圆环的结构 z 为圆波导轴, 此图只画出了波导的上半部分 由此求出

$$\left. \begin{aligned} E_{\varphi} &= jk \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{a} \frac{1}{J_0(\mu_n)} J_1 \left(\mu_n \frac{r}{a} \right) \\ H_r &= -jh_n \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{a} \frac{1}{J_0(\mu_n)} J_1 \left(\mu_n \frac{r}{a} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

令 $D_n = jk \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{a}$, 且乘以纵向因子 $e^{-jh_n z}$, 则(5)式可以化为以下形式

$$\left. \begin{aligned} E_{\varphi} &= D_n \frac{J_1 \left(\mu_n \frac{r}{a} \right)}{J_0(\mu_n)} e^{-jh_n z} \\ H_r &= -D_n \frac{h_n}{k} \frac{J_1 \left(\mu_n \frac{r}{a} \right)}{J_0(\mu_n)} e^{-jh_n z} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中 D_n 是 $Z > 0$ 处 H_{0n}^0 波的振幅, 即传输波. μ_n 是一阶贝塞尔函数的根, $n = 1, 2, 3, \dots$. 而

$$h_n = \left[k^2 - \left(\frac{\mu_n}{a} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

在圆环左边 $Z < 0$ 处的电磁场是振幅为 1 的 H_{0n}^0 波的人射波与 H_{0n}^0 波的反射波之和. 圆环右边 $Z > 0$ 处的电磁场是 H_{0n}^0 波由左向右的传输波之和. 在圆环处, 即 $Z = 0$ 处, 电磁场应满足连续性条件彼此相等.

设 $x = r/a$, 则满足连续性条件的横向电场分量的方程式可以写为:

$$\frac{J_1(x\mu_1)}{J_0(\mu_1)} + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \frac{J_1(x\mu_n)}{J_0(\mu_n)} = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \frac{J_1(x\mu_n)}{J_0(\mu_n)} \quad (7)$$

其中 R_n 是 $Z < 0$ 处 H_{0n}^0 波的振幅, 即反射波. (7) 式在 $0 \leq x \leq 1$ 的间隔内都成立. 利用正交条件, 当 $n = 1$ 时 $D_1 = 1 + R_1$. 当 $n = 2, 3, 4, \dots$ 时 $D_n = R_n$. 因此求出 R_n 即可知 D_n , 也就可知 H_{0n}^0 波通过膜片时激励其高次波型的情况.

现假定在圆环处(即 $Z = 0$ 处)及在 $0 \leq x \leq 1$ 间隔内, 合成波的横向电场 $E(x)$ 及

磁场 $H(x)$ 可表示为贝塞尔函数的级数, 则:

$$\left. \begin{aligned} E(x) &= \frac{J_1(x\mu_1)}{J_0(\mu_1)} + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \frac{J_1(x\mu_n)}{J_0(\mu_n)} \\ H(x) &= -\frac{h_1 J_1(x\mu_1)}{k J_0(\mu_1)} + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \frac{h_n J_1(x\mu_n)}{k J_0(\mu_n)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

在 $\delta_1 < x < \delta_2$, $\delta_3 < x < \delta_4, \dots, \delta_{2n+1} < x \leq 1$ 处由电场在金属面上为零的边界条件可得:

$$\sum_{n=1}^{\infty} R_n \frac{J_1(x\mu_n)}{J_0(\mu_n)} = -\frac{J_1(x\mu_1)}{J_0(\mu_1)} \quad (9)$$

在 $0 \leq x < \delta_1$, $\delta_2 < x < \delta_3, \dots, \delta_{2n} < x < \delta_{2n+1}$ 处, 由于空隙处的磁场可以认为应等于在该处不存在膜片时的磁场, 故可得:

$$\sum_{n=1}^{\infty} R_n \frac{h_n J_1(x\mu_n)}{k J_0(\mu_n)} = 0 \quad (10)$$

可用逐次近似方法求解方程式(9)及(10), 则可求出 R_n 值. 方法如下:

先设在间隙 $0 \leq x < \delta_1$, $\delta_2 < x < \delta_3, \dots, \delta_{2n} < x < \delta_{2n+1}$ 处

$$\sum_{n=1}^{\infty} R_n^{(0)} \frac{J_1(x\mu_n)}{J_0(\mu_n)} = E^0(x) \quad (11)$$

在圆环 $\delta_1 < x < \delta_2$, $\delta_3 < x < \delta_4, \dots, \delta_{2n+1} < x \leq 1$ 处

$$\sum_{n=1}^{\infty} R_n^{(0)} \frac{J_1(x\mu_n)}{J_0(\mu_n)} = -\frac{J_1(x\mu_1)}{J_0(\mu_1)} \quad (12)$$

其中 $E^0(x)$ 为间隙处合成电场的零次近似值. 在计算时可先令 $E^0(x) = 0$, 亦即在空隙处无反射波, 这样考虑还是许可的.

利用正交条件求以贝塞尔函数表示的级数的系数, 求出 R_n 的零次近似 $R_n^{(0)}$ 为:

$$R_n^{(0)} = -\delta_{1n} + \frac{2\alpha_{1n}(\delta)}{J_0(\mu_1)J_0(\mu_n)} + \frac{2e_n(\delta)}{J_0(\mu_n)} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \delta_{1n} &= \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 0 & n = 2, 3, 4, \dots \end{cases} \\ \alpha_{1n}(\delta) &= \int_0^{\delta_1} J_1(x\mu_1)J_1(x\mu_n)x dx + \int_{\delta_2}^{\delta_3} J_1(x\mu_1)J_1(x\mu_n)x dx + \dots \\ &\quad + \int_{\delta_{2n}}^{\delta_{2n+1}} J_1(x\mu_1)J_1(x\mu_n)x dx \\ e_n(\delta) &= \int_0^{\delta_1} J_1(x\mu_n)E^0(x)x dx + \int_{\delta_2}^{\delta_3} J_1(x\mu_n)E^0(x)x dx + \dots \\ &\quad + \int_{\delta_{2n}}^{\delta_{2n+1}} J_1(x\mu_n)E^0(x)x dx \end{aligned}$$

将方程式(13)代入方程式(10), 在间隙 $0 \leq x < \delta_1$, $\delta_2 < x < \delta_3, \dots, \delta_{2n} < x < \delta_{2n+1}$ 处可得出:

$$\sum_{n=1}^{\infty} R_n^{(1)} h_n \frac{J_1(x\mu_n)}{J_0(\mu_n)} = 0 \quad (14)$$

在圆环 $\delta_1 < x < \delta_2, \delta_3 < x < \delta_4, \dots, \delta_{2n+1} < x \leq 1$ 处可得出:

$$\sum_{n=1}^{\infty} R_n^{(1)} h_n \frac{J_1(x\mu_n)}{J_0(\mu_n)} = \sum_{m=1}^{\infty} R_m^{(0)} h_m \frac{J_1(x\mu_m)}{J_0(\mu_m)} \quad (15)$$

用与求 $R_n^{(0)}$ 同样的方法可以求出一次近似 $R_n^{(1)}$ 为:

$$R_n^{(1)} = R_n^{(0)} - \frac{2}{h_n J_0(\mu_n)} \sum_{m=1}^{\infty} R_m^{(0)} h_m \frac{\alpha_{mn}(\delta)}{J_0(\mu_m)} \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha_{mn}(\delta) = & \int_0^{\delta_1} x J_1(x\mu_n) J_1(x\mu_m) dx + \int_{\delta_2}^{\delta_3} x J_1(x\mu_n) J_1(x\mu_m) dx + \dots \\ & + \int_{\delta_{2n}}^{\delta_{2n+1}} x J_1(x\mu_n) J_1(x\mu_m) dx \end{aligned}$$

当 $n \neq m$ 时

$$\begin{aligned} \alpha_{mn}(\delta) = & \left[\frac{\delta_1 \mu_m J_0(\delta_1 \mu_m) J_1(\delta_1 \mu_n) - \delta_1 \mu_n J_0(\delta_1 \mu_n) J_1(\delta_1 \mu_m)}{\mu_n^2 - \mu_m^2} \right] \\ & + \left[\frac{\delta_3 \mu_m J_0(\delta_3 \mu_m) J_1(\delta_3 \mu_n) - \delta_3 \mu_n J_0(\delta_3 \mu_n) J_1(\delta_3 \mu_m)}{\mu_n^2 - \mu_m^2} \right] \\ & - \left[\frac{\delta_2 \mu_m J_0(\delta_2 \mu_m) J_1(\delta_2 \mu_n) - \delta_2 \mu_n J_0(\delta_2 \mu_n) J_1(\delta_2 \mu_m)}{\mu_n^2 - \mu_m^2} \right] \\ & + \dots + \left[\frac{\delta_{2n+1} \mu_m J_0(\delta_{2n+1} \mu_m) J_1(\delta_{2n+1} \mu_n) - \delta_{2n+1} \mu_n J_0(\delta_{2n+1} \mu_n) J_1(\delta_{2n+1} \mu_m)}{\mu_n^2 - \mu_m^2} \right] \\ & - \left[\frac{\delta_{2n} \mu_m J_0(\delta_{2n} \mu_m) J_1(\delta_{2n} \mu_n) - \delta_{2n} \mu_n J_0(\delta_{2n} \mu_n) J_1(\delta_{2n} \mu_m)}{\mu_n^2 - \mu_m^2} \right] \end{aligned}$$

当 $n = m$ 时

$$\begin{aligned} \alpha_{mn}(\delta) = & \left[\frac{\delta_1^2 \mu_m J_0^2(\delta_1 \mu_m) + \delta_1^2 \mu_m J_1^2(\delta_1 \mu_m) - 2\delta_1 J_0(\delta_1 \mu_m) J_1(\delta_1 \mu_m)}{2\mu_m} \right] \\ & + \left[\frac{\delta_3^2 \mu_m J_0^2(\delta_3 \mu_m) + \delta_3^2 \mu_m J_1^2(\delta_3 \mu_m) - 2\delta_3 J_0(\delta_3 \mu_m) J_1(\delta_3 \mu_m)}{2\mu_m} \right] \\ & - \left[\frac{\delta_2^2 \mu_m J_0^2(\delta_2 \mu_m) + \delta_2^2 \mu_m J_1^2(\delta_2 \mu_m) - 2\delta_2 J_0(\delta_2 \mu_m) J_1(\delta_2 \mu_m)}{2\mu_m} \right] \\ & + \dots + \left[\frac{\delta_{2n+1}^2 \mu_m J_0^2(\delta_{2n+1} \mu_m) + \delta_{2n+1}^2 \mu_m J_1^2(\delta_{2n+1} \mu_m) - 2\delta_{2n+1} J_0(\delta_{2n+1} \mu_m) J_1(\delta_{2n+1} \mu_m)}{2\mu_m} \right] \\ & - \left[\frac{\delta_{2n}^2 \mu_m J_0^2(\delta_{2n} \mu_m) + \delta_{2n}^2 \mu_m J_1^2(\delta_{2n} \mu_m) - 2\delta_{2n} J_0(\delta_{2n} \mu_m) J_1(\delta_{2n} \mu_m)}{2\mu_m} \right] \end{aligned}$$

再将方程式(16)代入方程式(9)可求出二次近似 $R_n^{(2)}$ 为:

$$R_n^{(2)} = -\delta_{1n} + \frac{2\alpha_{1n}(\delta)}{J_0(\mu_1)J_0(\mu_n)} + \frac{2}{J_0(\mu_n)} \sum_{m=1}^{\infty} R_m^{(1)} \frac{\alpha_{mn}(\delta)}{J_0(\mu_m)} \quad (17)$$

利用以上方法可顺序求出任意次的近似 R_n 值.

设 $p = 1, 2, 3 \dots$. 则第 $2p$ 次的近似 R_n 为:

$$R_n^{(2p)} = -\delta_{1n} + \frac{2\alpha_{1n}(\delta)}{J_0(\mu_1)J_0(\mu_n)} + \frac{2}{J_0(\mu_n)} \sum_{m=1}^{\infty} R_m^{(2p-1)} \frac{\alpha_{mn}(\delta)}{J_0(\mu_m)} \quad (18)$$

第 $2p + 1$ 次的近似 R_n 为:

$$R_n^{(2p+1)} = R_n^{(2p)} - \frac{2}{h_n J_0(\mu_n)} \sum_{m=1}^{\infty} R_m^{(2p)} h_m \frac{\alpha_{mn}(\delta)}{J_0(\mu_m)} \quad (19)$$

三、计算结果

假定 $\lambda = 8.8$ 毫米, $a = 30$ 毫米时, 分别对圆孔、两圆环及三圆环求其零次近似值。圆孔孔径, 圆环宽度及环间隙的尺寸如图 2 所示。

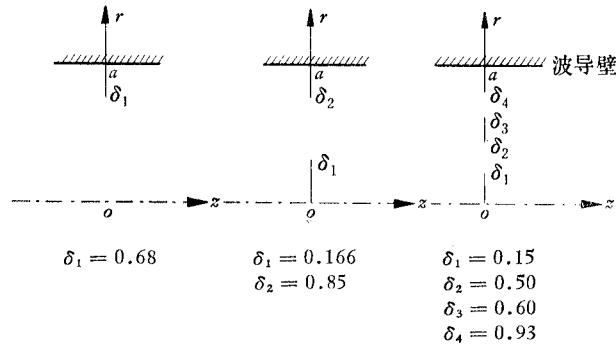


图 2 圆孔、两圆环及三圆环的具体尺寸。此图只画出了波导的上半部分

图 2 所示的三种情况均取相同的金属面(相对宽度 = 0.32)及环间隙(相对宽度 = 0.68)以便比较。其中对圆孔计算到二次近似, 其零次近似与二次近似相比较, 差 10%。

因为在 $\lambda = 8.8$ 毫米, $a = 30$ 毫米时波导中只能存在 6 个 H_{0n}^0 型传输波。故计算时取 $n = 6$ 。计算结果列于表 1。

表 1

H_{0n}^0 波的 D_n^0 值	H_{01}^0	H_{02}^0	H_{03}^0	H_{04}^0	H_{05}^0	H_{06}^0
圆 孔	0.76	0.31	0.22	0.06	0.07	0.11
两 圆 环	0.93	0.054	0.099	0.041	0.106	0.021
三 圆 环	0.92	0.034	0.031	0.002	0.13	0.002

四、结 束 语

由以上的初步结果可以看出, 圆环与圆孔相比较, 圆环激励的高次波幅度较小。可以预计环数愈多高次型波的幅度愈小。

如果选取更多的环数, 合适的环宽及环间隙, 在计算机上进行精确的计算, 可望得到更好的结果。

参 考 文 献

- [1] А. Б. Дагадкин. Радиотехника и Электроника, 5 (1959), 897.
 [2] Б. З. Каченеленбаум, Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами, Издательство Академии Наук СССР, 1961, стр. 19.