

高阶数据调制比特软输出的递归计算方法

潘文 尤肖虎

(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

摘要 该文设计了一种通过把低阶 PAM(QAM)星座图递归排列形成高阶调制的星座图, 这种星座图与原信号的关系仍为 Gray 映射, 即相邻两星座点的映射比特序列仅相差 1bit。另外高阶调制的比特软输出计算比较复杂, 对每一种阶数的调制需要各自的公式计算。研究表明高阶调制的比特软输出可以通过低阶调制递归计算得出。只需计算二进制调制方式, 就可计算出任意的高阶调制的比特软输出。从而可降低复杂度。仿真表明上述方法简化了高阶调制软信息的计算。

关键词 QAM, PAM, 软输出, 递归

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)06-1111-04

The Recursive Calculation Method of Bit Soft Output

Pan Wen You Xiao-hu

(National Mobil Communications Lab, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract In this paper, a new PAM (QAM) constellation is recursively designed by lower order modulation constellation arrangement, and the constellation is still Gray map. The every higher order modulation bit soft output can be calculated by bit soft output of lower order modulation. The soft output of any higher order modulation can be calculated by calculating the soft output of binary modulation. It can decrease complexity. The simulation shows its correctness.

Key words QAM, PAM, Soft output, Recursive

1 引言

通信环境相同时, 软信息判决错误比特率低于硬判决的错误比特率^[1], 尤其是编码的通信系统中。Turbo卷积码采用软输出比特信息进行迭代计算, 经过有限次的迭代后, 其性能已非常接近于Shannon限^[2]。另外软信息可用于Turbo分组码^[3], Turbo均衡^[4], Turbo迭代接收机^[5]等领域。在无线局域网(WLAN)中 802.11^[6]和 802.16^[7]以及欧洲的HIPERLAN^[8]协议已将Turbo码作为协议的一部分或者作为协议中的可选项。在接收机中如采用软信息译码技术可使其性能改善^[9]。在 3G和B3G等技术中应用Turbo码的译码也用到软判决^[10]。

在二进制调制时(如 BPSK), 其软比特输出很简单, 文献[11]的分析都是建立在二进制基础上分析的。在高阶调制(PAM 和 QAM)软比特输出计算中, 文献[12]给出了 16-QAM 和 64-QAM 比特软输出的近似计算。在计算更高阶调制的软输出时, 其计算公式要重新计算, 即每一种调制阶数的软输出都是由各自的公式来计算的, 其公式推导将十分烦琐, 在正常高阶调制情况下甚至于无法得到闭式。如 256-QAM 等阶调制软输出计算公式至今在国内期刊和 IEEE 尚无文献可查。

本文由低阶调制的星座图递归重排获得高阶调制的星座图。新的星座图的排列方式仍满足Gray映射, 即任意两相邻点映射原像二进制比特序列仅有一个比特不相同^[13]。这是

因为在相同的误符号率(SER)情况下, Gray映射的误比特率(BER)最小^[13]。

值得注意的是, 本文指的比特软输出是指信道编码后的比特软输出, 即不仅包含信息位比特软输出, 还包括校验位比特的软输出。

本文组织如下: 第2节介绍了系统模型和符号标注含义, 介绍了比特软输出的计算方法, 星座图的递归排列方式, 及由低阶调制软输出递归推导的高阶调制软输出计算方法。第3节介绍了仿真结果。第4节对全文进行总结。

2 系统模型与理论分析

通信基本框图如图1所示^[13]:

首先假设调制是M元PAM调制(以下简称M-PAM), 则每个(M-PAM)符号 $S_i(0 \leq i \leq M-1)$ 都有 $N = \log_2 M$ 个有序比特 b_{ij} 映射而成, 此处的 b_{ij} 是指信道编码后的比特, 因而它含有信息比特和校验比特。在M-PAM星座图上, S_i 由奇整数组成, 即有 $S_i \in \{\pm 1, 3, \dots, 2N-1\}$, 注意 S_i 并没有能量归一化。假定信道是高斯信道, 则 $r = s + n$ 。其中 s 为发射符号是有限集合 $\{S_i | 0 \leq i \leq M-1\}$ 的某个元素, r 为接收信号, n 为高斯白噪声。

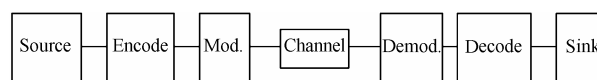


图1 通信基本框图

Fig.1 The basic communication frame

需要说明的是, 本文的研究结果在 Rayleigh 信道下仍然

有效,这在第4节讨论时给以说明。

根据文献[14],在输入等概情况下,接收端在进行信道译码前,单个比特 b_l 的似然比,可表示为

$$\begin{aligned} A_l^N(r) &= \ln[P(b_l=0|r)/P(b_l=1|r)] \\ &= \ln[P(r|b_l=0)/P(r|b_l=1)] \\ &= \ln \left[\frac{\sum_{b_1=0} P(r|b_1 b_2 \cdots b_{l-1} b_{l+1} \cdots b_N)}{\sum_{b_1=1} P(r|b_1 b_2 \cdots b_{l-1} b_{l+1} \cdots b_N)} \right] \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $A_l^N(r)$ 表示在 $M=2^N$ 元PAM调制时,接收到 r 中第 l 比特的比特似然比(软输出),求和符号中每个 $b_k \in \{0, 1\}$ ($1 \leq k \leq N$, 且 $k \neq l$)由两项组成,因而式(1)最后的等号右边分子和分母每个求和符号由 2^{N-1} 项组成。 $P(*|*)$ 表示条件概率。

2.1 星座图的符号排列

二进制 $b_1 \in \{0, 1\}$ 分别映射为 $\{+1, -1\}$, 现假设 2^{N-1} -PAM星座图排列已知,它由 2^{N-1} 个点,分别由 $(b_{N-1} b_{N-2} \cdots b_1)$ 即 2^{N-1} 个二进制符号映射成的。则 2^N -PAM星座图中共有 2^N 个点,它们分别由 $(b_N b_{N-1} b_{N-2} \cdots b_1)$ 即 2^N 个二进制映射而成。则其排列原则如下:

$$\left. \begin{aligned} S_l^N &= S_l^{N-1} + 2^{N-1}, & b_N &= 0 \\ S_{l+2^{N-1}}^N &= -S_l^{N-1} - 2^{N-1}, & b_N &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中 S_l^N 下标 l 是由二进制序列 $(b_N b_{N-1} b_{N-2} \cdots b_1)$ 转化为十进制,可见 $(1b_N b_{N-1} b_{N-2} \cdots b_1)$ 与 $(0b_N b_{N-1} b_{N-2} \cdots b_1)$ 以原点对称。

例如对16-PAM中的映射符号 $S_4^4=1001$ 是由8-PAM中的映射符号 $S_1^3=001$ 经过 $S_4^4 = -S_1^3 - 8$ 运算而得到的。

这样可通过式(2)的递归关系计算任意 2^N -PAM的星座排列方式。通过该递归关系可确定这种映射关系是格雷映射。这是因为:(1)当 $b_N=0$ 时,所有星座点位于星座图的右半平面,仅是 2^{N-1} -PAM的星座点向右平移 2^{N-1} ,如果 2^{N-1} -PAM是Gray映射,则 2^N -PAM右半平面一定是格雷映射;(2)同理星座点的左半部分是右半部分除了 b_N 不同外其余比特关于原点对称,即当 $b_N=1$ 时, 2^N -PAM的左半平面也是格雷映射;(3)对轴上+1和-1两点,仅仅是 b_N 不同,其它二进制比特都相同,因而也是格雷映射。因此,这种递归排列方式是格雷映射,即星座图上任何两相邻点的原像二进制比特序列仅差1bit。

QAM星座图符号的排列方式与PAM星座图的排列方式有关。可将QAM符号看成是二维的PAM映射,设 $(2^{2N}$ -QAM)的符号点 S_i^{2N} 是由二进制序列 $(b_{2N} b_{2N-1} \cdots b_{N+1} b_N b_{N-1} \cdots b_1)$ 映射而成,则将 $(b_{2N} b_{2N-1} \cdots b_{N+1})$ 映射成 2^N -PAM的SI= S_i^N 为QAM的同相分量,而将 $(b_N b_{N-1} b_{N-2} \cdots b_1)$ 映射成 2^N -PAM的SQ= S_j^N 作为QAM的正交分量,则 $S_i^{2N} = SI + jSQ$ 其中 j 为虚数单位, $j = \sqrt{-1}$ 。这样的QAM映射为Gray映射。这是因为:(1)如果星座图的相邻两点在水平方向,则原像二进制

序列中后 N 位相同,前 N 位仅差1bit。(2)如果星座图的相邻两点在垂直方向,则原像二进制序列中前 N 位相同,后 N 位仅差1bit。因而任意两相邻点的映射原像二进制序列仅差1bit,即映射为格雷映射。

802.16d和HIPERLAN/2的16-QAM星座图如图2(a),2(b)所示,由后面的分析可知,这种映射关系不能递归计算软输出。而本文通过递归关系的16-QAM映射星座图如图2(c)所示。这种映射可递归求出其软输出。

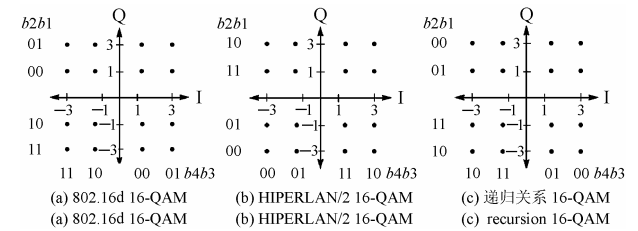


图2

Fig.2

2.2 软输出的递归计算方法

先考察PAM的软输出方法,最简单的2-PAM(BPSK)在等概时其软输出似然比计算已由文献[2]给出:

$$\begin{aligned} A_l^N(r) &= \ln[P(b_l=0|r)/P(b_l=1|r)] \\ &= \ln[P(r|b_l=0)/P(r|b_l=1)] = 2r/\sigma^2 \end{aligned} \quad (3)$$

其中 r 为接收信号, σ 为高斯白噪声的标准差。注意到式(3),对二进制调制的软输出与接收信号成线性关系。

同样假设对 2^{N-1} -PAM,其各比特软输出 $A_l^{N-1}(r)$ 已知,其中 $1 \leq l \leq N-1$,对 2^N -PAM,其最高位的软输出 $A_N^N(r)$ 可根据式(1)求出:

$$\begin{aligned} A_N^N(r) &= \ln \left\{ \frac{\sum_{a=1}^{2^{N-1}} \exp(-[r - (2a-1)]^2 / (2\sigma^2))}{\sum_{a=1}^{2^{N-1}} \exp(-[r + (2a-1)]^2 / (2\sigma^2))} \right\} \\ &= \ln \left\{ \sum_{a=1}^{2^{N-2}} \left[\exp(-[r - (2a-1)]^2 / (2\sigma^2)) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \exp(-[r - 2^{N-1} - (2a-1)]^2 / (2\sigma^2)) \right] \right. \\ &\quad \left. \left/ \left[\sum_{a=1}^{2^{N-2}} \left[\exp(-[r + (2a-1)]^2 / (2\sigma^2)) \right. \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \exp(-[r + 2^{N-1} + (2a-1)]^2 / (2\sigma^2)) \right] \right] \right\} \\ &= \ln \left\{ \sum_{a=1}^{2^{N-2}} \left[\exp(-[r - 2^{N-1} + (2a-1)]^2 / (2\sigma^2)) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \exp(-[r - 2^{N-1} - (2a-1)]^2 / (2\sigma^2)) \right] \right. \\ &\quad \left. \left/ \left[\sum_{a=1}^{2^{N-2}} \left[\exp(-[r + 2^{N-1} - (2a-1)]^2 / (2\sigma^2)) \right. \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \exp(-[r + 2^{N-1} + (2a-1)]^2 / (2\sigma^2)) \right] \right] \right\} \\ &= \ln \left\{ \left[\sum_{a=1}^{2^{N-2}} \exp(-[r - 2^{N-1} - (2a-1)]^2 / (2\sigma^2)) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left/ \left[\sum_{a=1}^{2^{N-2}} \exp(-[r - 2^{N-1} + (2a-1)]^2 / (2\sigma^2)) \right] + 1 \right\} \\
 & \left/ \left[\sum_{a=1}^{2^{N-2}} \exp(-[r + 2^{N-1} + (2a-1)]^2 / (2\sigma^2)) \right] \right. \\
 & \left. \left/ \left[\sum_{a=1}^{2^{N-2}} \exp(-[r + 2^{N-1} - (2a-1)]^2 / (2\sigma^2)) \right] + 1 \right\} \right. \\
 & \left. + \ln \left\{ \sum_{a=1}^{2^{N-2}} \exp(-[r - (2a-1)]^2 / (2\sigma^2)) \right\} \right. \\
 & \left. \left/ \left[\sum_{a=1}^{2^{N-2}} \exp(-[r + (2a-1)]^2 / (2\sigma^2)) \right] \right\} \right\} \\
 & = \ln \left\{ \left[\exp A_N^N(r - 2^{N-1}) + 1 \right] / \left[\exp A_N^N(r + 2^{N-1}) + 1 \right] \right\} \\
 & + A_{N-1}^{N-1}(r) \tag{4}
 \end{aligned}$$

式(4)是计算 $A_N^N(r)$ 的准确解, 它是由 A_{N-1}^{N-1} 递归计算出来的, 但是出现了指数和对数运算, 不利于硬件的实施, 因而可采用下列的近似计算:

$$A_N^N(r) = \begin{cases} A_{N-1}^{N-1}(r - 2^{N-1}) + A_{N-1}^{N-1}(r), & A_{N-1}^{N-1}(r - 2^{N-1}) > 0 \\ A_{N-1}^{N-1}(r + 2^{N-1}) + A_{N-1}^{N-1}(r), & A_{N-1}^{N-1}(r + 2^{N-1}) > 0 \\ A_{N-1}^{N-1}(r), & \text{其它} \end{cases} \tag{5}$$

对于 $A_i^N(r)$ ($1 \leq i \leq N-1$) 其准确的递归关系很难寻找, 甚至不存在。但是采用近似解的递归关系如下。对式(1)取近似:

$$\begin{aligned}
 A_i^N &= \ln \left[\max_{S_k, b_j=0} \left(\exp(-(r - S_k)^2 / (2\sigma^2)) \right) \right. \\
 & \left. / \max_{S_k, b_j=1} \left(\exp(-(r - S_k)^2 / (2\sigma^2)) \right) \right] \tag{6}
 \end{aligned}$$

其中max表示取最大值, 其下的式子表示条件, ($S_k, b_j=0$)表示当 $b_j=0$ 时其它比特可取0或1时所映射符号 S_k 取指数式中的最大值。

根据前述的映射原则, 当 $r > 0$ 时, 式(6)中对数分子分母所对应的 S_k 都在数轴右边, 因而与数轴左边的点无关。去掉原点左边的点, 不会影响式(6)的值, 再将其余的点及接收值左移 2^{N-1} , 则所对应的星座点正好是 2^{N-1} -PAM星座点。同理当 $r < 0$ 时, 去掉原点右边的点, 不会影响式(6)的值, 再将其余的点镜像反转(相当于取绝对值)后再左移 2^{N-1} , 则所对应的星座点正好是 2^{N-1} -PAM星座点。因而可得:

$$A_i^N(r) = A_i^{N-1}(|r| - 2^{N-1}) \tag{7}$$

当然在计算最高比特时也可用式(6)进行近似, 但这样失去了递归计算的优势, 只能进行复杂的枚举或者分阶段比较。因此在计算最高位的软输出时应用式(4)或式(5)近似计算更有效。

对 2^{2N} -QAM星座图, 可将其视为两个正交的二维信号, 对接收的信号实部 $\text{Re}(r)$ 求其 2^N -PAM对应的 N 位比特软输出就是 2^{2N} -QAM的高 N 位的软信息输出值。而对接收信号虚部 $\text{Im}(r)$ 求其 2^N -PAM对应的 N 位比特软输出, 是 2^{2N} -QAM的低 N 位的软信息输出值。

显然对任意阶数PAM或QAM比特软信息输出, 可从式(5)

和式(7)递归到二进制, 再利用式(3)计算的二进制软信息计算方法计算得出。从式(3), 式(5)和式(7)可看出, 除了式(3)有一个乘法运算外, 其它没有任何乘除法运算, 都是加法或比较运算。注意, 加减 2^N 是很容易计算的, 因此其计算量很小。递归计算需用空间存放中间结果, 约需 N 个存放结果的数字空间, 但计算出来某个值后, 其余的空间仍可使用。因而其所需内存空间也很小。

文献[12]给出了低阶调制软输出的近似计算与准确值的计算及其性能比较。两者的差异很小, 而且调制阶数越大, 差异越小。虽然本文与文献[12]的星座不同, 而且其计算方法也不相同, 但是对软输出的近似计算值和准确值的差值是相同的, 本文通过递归计算来比较4-PAM两个bit的软输出差异, 将4-PAM的软输出递归方法写出如下:

$$A_2^2(r) = \ln \left\{ \left[\exp(A_1^1(r-2)) + 1 \right] / \left[\exp(-A_1^1(r-2)) + 1 \right] \right\} + A_1^1(r) \tag{8a}$$

$$A_1^2(r) = \ln \left\{ \left[\exp(3A_1^1(r)) + 1 \right] / \left[\exp(-A_1^1(r)) + 1 \right] \right\} - 2A_1^1(r+1) \tag{8b}$$

其中式(8a)是式(4) $N=2$ 时的特例, 而式(8b)则通过式(4)前面部分略加修改可得到。当噪声方差为2时, 比较接收值 r 从-5到+5时 b_2 和 b_1 的似然比真实值与近似值的差异, 如图3所示。

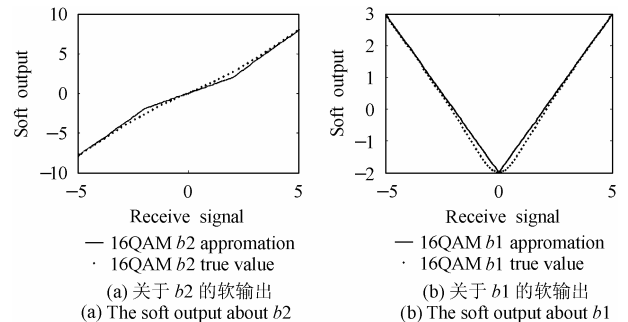


图3 4-PAM b_2 与 b_1 软输出的近似值与准确值的比较

Fig.3 4-PAM the comparison of the true value and the approximation of soft output about b_2 and b_1

二进制调制时, 比特似然比与接收信号成线性关系, 但在高阶调制时无论是近似算法还是准确算法都不是线性关系, 从图4可看出这一点, 因而式(5)中两项之和不能合并。

本文前面假设信道是高斯信道, 但也可应用于其它信道如时变信道, 衰落信道等, 如在Rayleigh信道中先做信道估计, 再将接收信号除以估计的信道系数得到: $\hat{s} = r/\hat{h}$ 。其中 r 为接收信号, \hat{h} 为信道的估计值, \hat{s} 为发射信号的符号估计, 再用 \hat{s} 作为参数进行计算各比特的软输出。

文献[12]中提出了在HIPERLAN/2协议下关于16-QAM和64-QAM的星座图, 推导出在这两种情况下的比特近似软信息, 是将接收信号进行分段近似计算, 如在16-QAM的实(虚)部的高位和低位比特的软输出时分别分为3段和1段, 而在64-QAM的实(虚)部的从高位起的3位比特软输出时分别分为7段, 3段和2段。如果在更高阶数按文献[12]中提供

的方法进行近似计算,从理论上讲,或许能推导出闭式解,但其结果将非常复杂,已经不存在实际意义。文献[12]也没有给出更高阶调制的比特软输出信息。本文作者查阅了国内期刊和 IEEE 数据库的文献,未见类似分析方法。

3 数值仿真

本文通过对 32-PAM 的仿真,验证高阶调制软输出递归方法的正确性。在 32-PAM 时,尚无文献用软信息进行解码,文献[14]给出了高阶调制时硬判的符号错误率的公式:

$$P_M = 2(M-1)Q\left(\sqrt{6NE_{\text{bav}}/[(M^2-1)N_0]}\right)/M \quad (9)$$

仿真数据取 10^5 个符号,没有信道编码,对每个符号取出比特软信息进行硬判,即

$$b_l = \begin{cases} 0, & A_l^{N-1} \geq 0 \\ 1, & A_l^{N-1} < 0 \end{cases} \quad (1 \leq l \leq 5) \quad (10)$$

计算SER,其结果如图4所示。 M, N 符号含义如前所述, P_M 为M-PAM的符号错误概率。 E_{bav}/N_0 为平均比特SNR。图4中同时画出式(9)和仿真的两条曲线,可见两者几乎是一致的。这是由于取出软信息直接进行硬判,没有利用软信息进行纠错,因而其性能应该与硬判性能相同。

图5是仿真了 1024-QAM情况下采用卷积码硬判和软判译码的比较结果。由于 1024-QAM的调制阶数高,软信息译码复杂,未见文献对此进行研究。本文运用递归方法计算软信息并用软信息进行软信息译码。卷积码采用(1, 2, 2)编码,其生成多项式 $G=[171,133]$;符号数目为 10^5 ,译码时加尾比特。很显然软比特译码其性能优于硬判决。

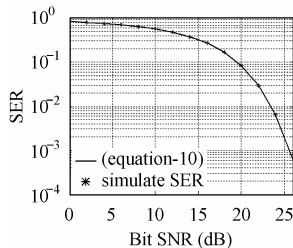


图4 32-PAM 的仿真结果
Fig.4 The result of 32-PAM simulation

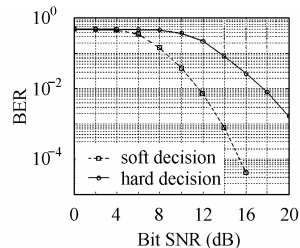


图5 1024-QAM 软硬判决的比较(实线为软判,虚线为硬判)
Fig.5 The comparison of 1024-QAM soft and hard decision

4 结束语

本文讨论了一种新的 PAM 及 QAM 的星座排列方式,这种排列方式高阶调制可用低阶调制递归形式排列而成。通过递归星座排列方式,接收信号通过递归方式算出各映射比特的软输出。因而只需计算简单的二进制的软信息,其它任意的高阶调制的软信息就可通过递归转化为二进制的计算形式。仿真结果表明递归计算方法的正确性。本文通过对 32-PAM 的仿真,仿真结果与文献[13]的理论分析是一致的。对 1024-QAM 调制采用软硬译码方法进行了比较,如果不用本文的递归算法,则其计算方法十分复杂。

随着高速数据传输的迫切需要,及纠错能力极强的编码

如 Turbo 码的提出,高阶调制将会在实际中成为可能解决日益紧张的频谱资源,提高频谱利用率,提高通信性能的方案之一。因此研究高阶调制比特软信息有着更加实际的意义。

参考文献

- [1] Goff S L, Glavieux A, Berrou C. Turbo-codes and high spectral efficiency modulation. IEEE ICC94, New Orleans, 1994: 645-649.
- [2] Berrou C, Glavieux A. Near optimum error correcting coding and decoding: Turbo-codes. IEEE Trans. on Commun., 1996, COM-44(10): 1261-1271.
- [3] Hagenauer S, Offer E, Papke L. Iterative decoding of binary block and convolutional codes. IEEE Trans. on Information Theory, 1996 42(2): 429-445.
- [4] Nordio A, Hernandez M A, Caire G. Low-complexity turbo equalization and multiuser decoding for TD-CDMA. IEEE Trans. on Commun., 2004 3(2): 454-465.
- [5] Yeo E, Nikolić B, Anantharam V. Iterative decoder architectures. IEEE Communications Magazine, 2003, 41(8): 132-140.
- [6] IEEE Std 802.11a/D7.0-1999, Part II: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications: High Speed Physical Layer in the GHz Band.
- [7] Eklund C, Marks R B, Stanwood K L, Wang S. IEEE standard 802.16a: A technical overview of the wireless MANTM air interface for broadband wireless access. IEEE Communications Magazine, 2002, 40(6): 98-107.
- [8] Khun-Jush J, et al.. Structure and performance of HIPERLAN/2 physical layer. IEEE VTC '99 Fall, Amsterdam, the Netherlands, 1999: 2667-2671.
- [9] Rappaport T S. Wireless Communications. Principles and Practice, New Jersey, Prentice Hall: 2002: 1-20.
- [10] Korhonen J. Introduction to 3G Mobile Communications. Boston, London: 2nd Edition Artech House, 2003: 7-16.
- [11] Colavolpe G, Ferrari G, Raheli R. Extrinsic information in iterative decoding: A unified view. IEEE Trans. on Comm., 2001, 49(12): 2088-2094.
- [12] Tosato F, Bisaglia P. Simplified soft-output demapper for binary interleaved COFDM with application to HIPERLAN/2. 2002. ICC 2002. IEEE International Conference on Communications, New York, 2002, Vol. 2: 664-668.
- [13] Proakis J G. Digital Communications. 4rd edition, McGraw-Hill Inc. 2001: 254-283.
- [14] Benedetto S, Divsalar D, Montorsi G, Plooaara F. Soft-output decoding algorithm in iterative decoding of turbo codes. JPL TDA Progress Report, 1996: 42-124.

潘文: 男, 1971年生, 博士生, 研究方向为未来移动通信系统基础理论与技术研究。

尤肖虎: 男, 1962年生, 东南大学无线电工程系主任, 移动通信国家重点实验室主任, 长江学者特聘教授, 博士生导师, 国家 863 计划未来移动通信总体专家组组长。主要研究方向为未来宽带移动通信理论与技术、智能信号处理与通信。