

# 矩形波导中小导体异物的影响\*

王典成

(南京电子技术研究所,南京)

**摘要** 本文利用矩形谐振腔中的微扰公式结合准静态近似,导出了矩形波导中小导体异物的等效串联电抗和并联电纳,求出了反射系数,传输相移及功率容量降低的表示式。这种表示式在试验中表明是适合的。

**关键词** 波导系统;微扰;准静态近似;功率容量

## 1. 引言

实际的毫米波及厘米波脉冲多卜勒机载雷达的馈电波导系统,都不是理想的匹配系统。因此,往往都需要加销或圆片实现系统的阻抗匹配。引进匹配元件后,将会引起馈电波导系统相位的改变及功率容量的降低。文献[1]仅分析了电纳,而文献[2]分析功率容量降低时,运算过程又很复杂。本文采用了另一种分析方法,即将矩形波导中的销或圆片看成是矩形谐振腔中的销或圆片,利用腔中频率变化的微扰公式,再把微扰公式中的场分别对应全波谐振腔和半波谐振腔中的场求解,然后把销内或圆片内区域的场与销外或圆片外区域的场作准静态修正,保持腔体谐振频率不变,导出腔体长度变化的公式,求出矩形波导中小导体异物的串联电抗和并联电纳,再从等效串联电抗和并联电纳中求出了反射系数,传输相移及功率容量降低的表示式。试验表明,所提出的分析方法是正确的。

## 2. 微扰与准静态近似理论

在受扰动的矩形谐振腔中,当  $\Delta\mu \rightarrow 0$ ,  $\Delta\epsilon \rightarrow 0$ , 以及小导体异物体积  $\Delta v \rightarrow 0$  时,就可以近似地用空波导腔中的场  $E_0$ 、 $H_0$  和  $\omega_0$  代替  $E$ 、 $H$  和  $\omega$ 。由于场的扰动很小,腔中谐振频率的变化为<sup>[3]</sup>

$$\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2} = \frac{\iint (\Delta\epsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* + \Delta\mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^*) d\nu}{\iiint (\epsilon_0 \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* + \mu_0 \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^*) d\nu} \quad (1)$$

但是,实际的物理模型并非如此。为了消除对  $\Delta\epsilon$  和  $\Delta\mu$  的上述限制,简单的办法是在  $\Delta v$  之内的场作准静态近似,即假设  $\Delta v$  内部和外部的场是与准静态场相同方式相联系,这就使分析问题进一步简化。

对于小导体异物是圆片的情况,电磁场的准静态修正式为<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned} E_{\pi} &= E_{\pi} / (\epsilon_{\pi} / \epsilon_0) \\ H_{\pi} &= H_{\pi} / (\mu_{\pi} / \mu_0) \end{aligned} \quad (2)$$

\* 1988年7月30日收到,1989年2月1日修改定稿。

(1)式中的  $E$  与  $H$  可通过矩形谐振腔中的模式分布求解,解出之后再与 (2) 式中的  $E_{外}$ 、 $E_{内}$  和  $H_{内}$ 、 $H_{外}$  相联系。

### 3. 导波场与等效电路理论

如图 1,小导体异物在波导宽壁中心。从导波场理论可知,若位函数为  $\Pi_z$ , 其场的各分量满足下式:

$$\begin{aligned} E_y &= -\frac{\partial \Pi_z}{\partial x}, & H_y &= \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial y \partial z} \\ E_x &= \frac{\partial \Pi_z}{\partial y}, & H_x &= \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial x \partial z} \\ E_z &= 0, & H_z &= \frac{1}{j\omega\mu_0} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_c^2 \right) \Pi_z \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $k_c^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 = k_0^2 + \beta^2$ 。

另一方面,从等效电路理论可知,如果小导体异物是按图 1 所布置,其等效电路如图 2 所示。为了把  $x$  及  $B$  分离出来,将图 2 变成如图 3 所示的电路。在图 3 对称面 AA 上实施短路和开路即可完成图 4(a) 和图 4(b) 的等效电路。对于串联电抗  $x$ , 由于腔体受扰引起谐振频率变化,为了保持谐振频率不变,腔体必须加一段长度  $\Delta l$ , 如图 5 所示。

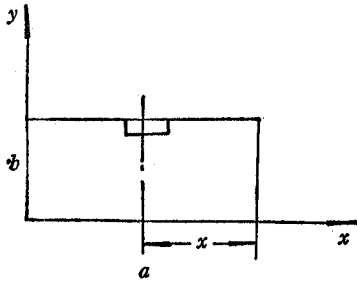


图 1 波导宽壁中心的小导体异物

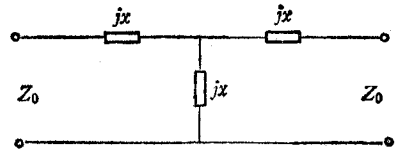


图 2 图 1 的等效电路  
(竖放的电阻  $ix$  应为  $iB$ )

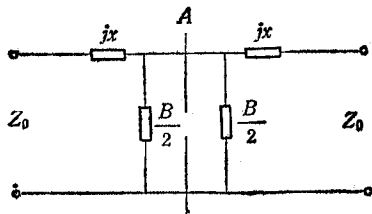


图 3 以 AA 为对称面的等效电路

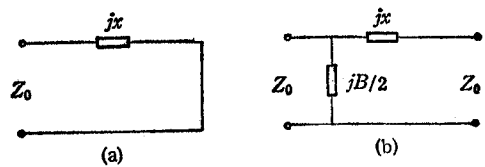


图 4 图 3 的分解电路 (a) 短路电路 (b) 开路电路  
(竖放的电阻  $ix$  应为  $iB$ )

图 5(a) 与矩形谐振腔对应的工作模式为  $H_{102}$  模,其位函数的形式为

$$\Pi_{z102} = D \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{2\pi z}{\lambda_g} \quad (4)$$

将 (4) 式代入 (3) 式解得

$$E_y = -D \frac{\pi}{a} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{2\pi z}{\lambda_g}$$

$$H_x = \frac{D}{j\omega\mu_0} \frac{2\pi^2}{a\lambda_g} \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{2\pi z}{\lambda_g} \quad (5)$$

$$H_x = \frac{D}{j\omega\mu_0} \frac{\pi^2}{a^2} \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{2\pi z}{\lambda_g}$$

再将(5)式和(2)式第二式代入(1)式,结合图5(b)增长的 $\Delta l$ ,将它代入积分的上下限,保持(1)式的谐振频率不变,进行积分和简化后得

$$(\mu_H - \mu_0) \frac{1}{\mu_H/\mu_0} \Delta\nu + (\mu - \mu_0) \frac{\lambda_g}{4\pi} \left( \frac{2\pi l}{\lambda_g} + \frac{1}{2} \sin \frac{4\pi\Delta l}{\lambda_g} \right) ab = 0$$

因 $\mu_H \rightarrow \infty$ ,  $\mu = 0$ , 故得

$$\Delta l = \Delta\nu / (ab) = \pi h d^2 / (4ab)$$

从图5(c)的等效电路求得

$$Z_o = jx + jZ_o \tan(\pi + \beta\Delta l) = 0$$

则

$$\frac{x}{Z_o} = -\tan\left(\beta \frac{\pi h d^2}{4ab}\right) \quad (6)$$

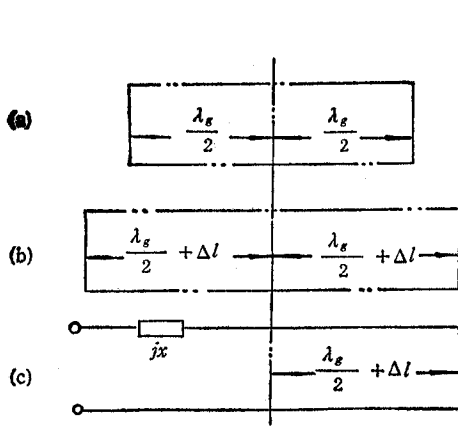


图5 串联谐振及其等效电路  
(a) 无异物 (b) 有异物 (c) 等效电路

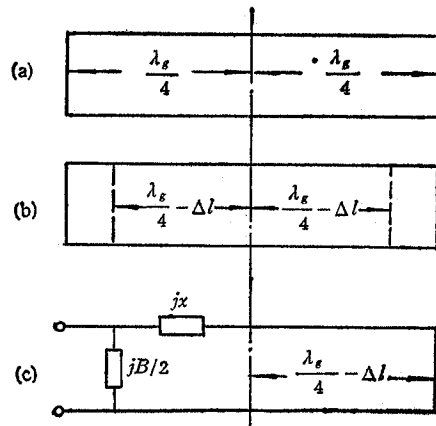


图6 并联谐振及其等效电路  
(a) 无异物 (b) 有异物 (c) 等效电路

对于并联电纳 $B$ ,腔体长比原来缩短了 $\Delta l$ 后,谐振频率才保持不变,如图6所示的变化过程。图6(a)与矩形谐振腔对应的工作模式为 $H_{101}$ 模,其位函数形式为

$$\Pi_{s101} = G \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{2\pi z}{\lambda_g} \quad (7)$$

将(7)式代入(3)式解得

$$E_y = -G \frac{\pi}{a} \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{2\pi z}{\lambda_g}$$

$$H_x = \frac{G}{j\omega\mu_0} \frac{2\pi^2}{a\lambda_g} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{2\pi z}{\lambda_g} \quad (8)$$

$$H_z = \frac{G}{j\omega\mu_0} \frac{\pi^2}{a^2} \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{2\pi z}{\lambda_g}$$

再将(8)式和(2)式的第一式代入(1)式, 结合图 6(b) 缩短的  $\Delta l$ , 把它代入积分的上下限, 保持(1)式的谐振频率不变, 进行积分和化简后得

$$(\epsilon_{\text{H}} - \epsilon_0) \left( G \frac{\pi}{a} \right)^2 \frac{1}{\epsilon_{\text{H}}/\epsilon_0} \Delta v + (\mu - \mu_0) \left| \frac{G}{j\omega\mu_0} \frac{2\pi^2}{a\lambda_g} \right|^2 \frac{a}{2} \frac{2\pi\Delta l}{\lambda_g} b = 0$$

因  $\epsilon_{\text{H}} \rightarrow \infty$ ,  $\mu = 0$ , 故得

$$\Delta l = 2 \left( \frac{\lambda_g}{2\pi} \right)^3 \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \frac{\pi h d^2}{2ab}$$

求出了  $\Delta l$  之后, 再从图 6(c) 的等效电路求得

$$Y_e = \frac{1}{jx + jZ_0 \tan \left[ B \left( \frac{\lambda_g}{4} - \Delta l \right) \right]} + j \frac{B}{2} = 0$$

则

$$\frac{B}{2} = \frac{1}{x + Z_0 \tan \left[ B \left( \frac{\lambda_g}{4} - \Delta l \right) \right]}$$

#### 4. 传输与反射相位

由图 2 得

$$S_{21} = \frac{2 \left[ \left( \frac{x}{B} + \frac{2}{B^2} \right) + j \left( \frac{1}{B} + \frac{x}{B^2} \right) \right]}{(1 + x/B)^2 + (x - x/B)^2}$$

故传输相位为

$$\arg S_{21} = \tan^{-1} (1/B + x/B^2) / (x/B + 2/B^2)$$

因  $x \ll B$ , 上式简化为

$$\arg S_{21} = \tan^{-1} \frac{B}{2} \quad (9)$$

而传输系数的模简化为

$$|S_{21}| = (\sqrt{B^2 + 16}) / (B^2 + 4)$$

同样, 由图 2 得

$$S_{11} = \frac{(x^2/B^2 - 2x/B + x^2 - 1) + j(2x + 2x/B^2 - 2/B)}{(x/B - 1)^2 + (x - 2/B)^2}$$

因  $x \ll B$ , 反射相位为

$$\arg S_{11} = \tan^{-1} (2/B) \quad (10)$$

而反射系数模为

$$|S_{11}| = B / \sqrt{4 + B^2}$$

#### 5. 耐功率

由于馈电波导系统是不匹配系统, 在波导内加圆片后, 系统才达到了匹配。而圆片很小, 故  $x \ll B$ 。圆片与系统形成了谐振回路, 如图 7 所示。图 7 的入射电压和反射电压为<sup>[9]</sup>

$$U_{\lambda} = \frac{U_0}{1 - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-im2l}}$$

$$U_{\text{反}} = \frac{\Gamma_2 U_0}{1 - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-im2l}}$$

式中,

$$U_0 = (E/2)[1/(1 + jB/2)] \quad (11)$$

$\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$ ,  $\Gamma$  为谐振回路左右两端的反射系数;  $E$  为信号源电压. 电压波幅为

$$U_{\text{大}} = |U_{\text{入}}| + |U_{\text{反}}| = |U_0| \frac{1 + |\Gamma|}{|1 - \Gamma^2 e^{-im2l}|}$$

回路谐振时, 有  $\Gamma^2 e^{-im2l} = \Gamma^2$  即得

$$U_{\text{大}} = |U_0|/(1 - |\Gamma|) \quad (12)$$

由(11)式和(12)式得波导系统耐压降低倍数为

$$\alpha = \frac{U_{\text{大}}}{E/2} = \frac{1}{\sqrt{1 + B^2/4} - \frac{1}{2} B} \quad (13)$$

而波导系统耐功率降低倍数为

$$\alpha^2 = 1/[1 + B^2/2 - B(\sqrt{1 + B^2/4})] \quad (14)$$

## 6. 结果

选用图 1 坐标, 波导口径为  $20.13 \times 5 \text{ mm}^2$ ,  $f_0$  为工作频率, 圆片置于波导宽壁中心, 计算值与实验值的结果列于表 1. 当圆片偏离波导中心, 将电纳  $B$  取正弦分布, 计算值与实验值的结果列于表 2. 从实际的实验数据知: 表 1 中,  $P_{\text{计}} = 64 \text{ kW}$ ,  $P_{\text{实}} = 60 \text{ kW}$ ;

表 1

$\Delta v(\text{mm}^3)$	$x(\text{mm})$	$B$	$\Delta\varphi_{\text{计}}(^{\circ})$	$\Delta\varphi_{\text{实}}(^{\circ})$	$\alpha_{\text{计}}^2$	$\alpha_{\text{实}}^2$
2.17	$a/2$	0.208	5.9	/	1.23	/
7.17	$a/2$	0.787	21.5	/	2.16	/
14.3	$a/2$	1.65	39.5	41	4.51	4.8

表 2

$\Delta v(\text{mm}^3)$	$x(\text{mm})$	$B$	$\Delta\varphi_{\text{计}}$	$\Delta\varphi_{\text{实}}$	$\alpha_{\text{计}}^2$	$\alpha_{\text{实}}^2$
2.17	0.93	0.0301	$0.9^{\circ}$	/	1.031	/
7.81	1.65	0.2040	$5.8^{\circ}$	/	1.240	/
14.3	2.43	0.6110	$17^{\circ}$	$20^{\circ}$	1.82	2.90

$\Delta\varphi_{\text{计}} = 39.5^{\circ}$ ,  $\Delta\varphi_{\text{实}} = 41^{\circ}$ . 因为圆片在波导宽壁中心, 计算公式较准确, 故计算值与实验值一致. 表 2 中,  $P_{\text{计}} = 64 \text{ kW}$ ,  $P_{\text{实}} = 40 \text{ kW}$ ;  $\Delta\varphi_{\text{计}} = 17^{\circ}$ ,  $\Delta\varphi_{\text{实}} = 20^{\circ}$ . 因为圆片偏离波导宽壁中心, 公式已不准确了, 故计算值与实验值偏差较大, 但在工程上仍有参考之处.

## 参 考 文 献

- [1] J. Hinken, *IEEE Trans. on MTT*, MTT-28(1980)7, 711—744

- [ 2 ] 林为干, 成都电讯工程学院学报, 29(1983)1, 12—23; 中国科学, A集, 27(1984)2, 184—195.  
[ 3 ] 王典成, 电磁场理论与微波技术, 科学出版社, 1986 年.  
[ 4 ] R. F. 哈林登著, 孟侃译, 正弦电磁场, 上海科学出版社, 1964 年.  
[ 5 ] А. Л. фельдштейн, Правочник по Элементам Волноводной Техники, Москва, (1963).

## THE EFFECT OF A SMALL CONDUCTING FOREIGN BODY IN THE WAVEGUIDE

Wang Diancheng

(*Nanjing Research Institute of Electronic Technology, Nanjing*)

**Abstract** The equivalent series reactance and parallel susceptance of a small conducting foreign body in the rectangular waveguides are derived by using perturbational formula in the rectangular cavity and combining with quasi-static approximation. The expressions of its reflection coefficient, transmission phase displacement and power carrying capacity reduction are also given. The expressions are shown that is satisfactory in experiment.

**Key words** Waveguide system; Perturbation; Quasi-static approximation; Power carrying capacity