第 24 卷 第 9 期 电子与信息学报 Vol.24 No.9
2002 年 9 月 JOURNAL OF ELECTRONICS AND INFORMATION TECHNOLOGY Sept. 2002

用 lifting 方法设计最优 LPPR-FIR 滤波器组 [1]

陈 佩 张卫东 许晓鸣 徐润生

(上海交通大学自动化研究所 上海 200030)

摘 要 该文研究了如何用 lifting 方法构造线性相位完全重建有限脉冲响应 (LPPR-FIR) 滤波器组的优化设计问题，即如何转化为一个二次型优化问题．然后把该方法推广到 M 带 FIR 滤波器组，考虑在一种特殊情形中如何构造具有线性相位性质的 M 带 PR-FIR 滤波器组．最后列举了几个例子说明如何用 lifting 方法构造 M 带 LPPR-FIR 滤波器组．

关键词 Lifting 方法，M 带滤波器组，完全重构，线性相位

中图号 TN713

1 引 言

Sweldens 等提出了 lifting 方法 [1,2] 作为第二代小波的构造方法。同样，它也可以用于构造第一代小波 [3] ．文献 [4] 根据 Lawton 矩阵的性质证明了如此构造的小波几乎都具有双正交性质，并且考虑了如何用 lifting 方法构造具有线性相位性质的双正交小波。

本文考虑 lifting 方法中滤波器组构造的优化设计问题．由于很多应用中希望滤波器具有线性相位性质，本文只限于此类滤波器．与 lifting 构造方法一样，优化问题也是在一个滤波器组的基础上，对另外一个将要构造的滤波器进行优化．根据文献 [4] 中构造具有线性相位双正交小波的方法， $s(z)$ 的系数必须满足一定的条件，由此可以对 lifting 方法中的系数参数化，从而达到优化设计的目的．对于 M 带 PR 滤波器组，情形比较复杂．为了使构造的滤波器具有线性相位性质，在本文中只考虑一种比较特殊的情形，即分析滤波器组具有相同的模 M 性．

本文第 2 部分考虑怎样用 lifting 方法对滤波器进行优化设计，如何把它转化为一个二次型优化问题．第 3 部分把 lifting 方法推广到 M 带滤波器组的情形．第 4 部分最后举了两个例子说明了该方法．

2 滤波器的优化设计

本节考虑用 lifting 方法构造两带滤波器组的优化设计问题．设初始滤波器组为 $\{H_0(z), H_1(z)\}$，通常 $H_0(z)$ 是低通的，而 $H_1(z)$ 是高通的． Lifting 方法是如此构造 $H_0^{\rm new}(z)=H_0(z)+H_1(z)s(z^2)$，其中 $s(z)$ 是一 Laurent 多项式，即 $s(z)=\sum_{k=k_a}^{k_b}s_kz^{-k}$．

2.1 设计准则

这里采用最小均方误差准则来设计滤波器．通常情况下，希望低通滤波器的幅频响应是 (本文只限于低通滤波器，对于高通滤波器可以类似处理)：

$$D(\omega)=\begin{cases}1, & 0\le\omega\le\omega_p\\ 0, & \omega_s\le\omega\le\pi\end{cases}\tag{1}$$

最小均方误差准则就是选取 $H_0(z)$

$$\min E: E=\int_R[D(\omega)-H_0(\omega)]^2{\rm d}\omega,\quad R\in[0,\pi]\tag{2}$$

[1] 2000-10-16 收到， 2001-04-05 定稿

通常不考虑过渡带的误差：

$$E=\alpha\int_0^{\omega_p}|H_0(e^{j\omega})-1|^2\mathrm{d}\omega+\beta\int_{\omega_s}^{\pi}|H_0(e^{j\omega})|^2\mathrm{d}\omega \tag{3}$$

其中 α 和 β 可以调节通带误差和阻带误差的权值。如果 $\alpha=1$ ， $\beta=0$ 就是只考虑通带误差；如果 $\alpha=0$ ， $\beta=1$ 就是只考虑阻带误差。

2.2 Lifting 方法的参数化

为了构造具有线性相位的滤波器组，在文献 [5] 中讨论了其中可能的情形： EE 和 OO(两者具有相同的奇偶性)。文献 [4] 考虑了 Lifting 方法在构造如此滤波器组时对 $s(z)$ 的要求，下面给出它们的参数化形式。

对于 EE 情形： s_n 关于 1/2 对称，且 $s(1)=0$, 即 $s(z)=(z^{-1}-1)s'(z)$, s'_n 关于 0 反对称。

$$s(z)=(z^{-1}-1)\sum_{k=1}^{N}s_k(z^k-z^{-k}) \tag{4}$$

对于 OO 情形： s_n 关于 0 反对称，且 $s(1)=0$, 即 $s(z)=(z^{-1}-1)s'(z)$, s'_n 关于 1/2 对称。

$$s(z)=(z^{-1}-1)\sum_{k=1}^{N}s_k(z^k-z^{1-k}) \tag{5}$$

2.3 优化计算

在本小节只讨论两带 PR 滤波器组中 EE 情形，其它情况可以类似得到。即 $H_0^{\mathrm{new}}(z)=H_0(z)+H_1(z)s(z^2)$ 。由 (4) 式， $s(z)$ 取 $s(z)=(z-1)\sum_{k=1}^{N}s_k(z^k-z^{-k})$ 的形式。

设 $H_0(z)=\sum_{n=-N_0}^{N_0}h_nz^{-n}$, $H_1(z)=z^{-1}\sum_{n=-N_1}^{N_1}\tilde{h}_nz^{-n}$, 其中 $h_n=h_{-n}$, $\tilde{h}_n=\tilde{h}_{-n}$, $N_0+N_1=2m+1$, 则 $H_0^{\mathrm{new}}(z)=2h_0^{\mathrm{new}}+\sum_{n=1}^{N'}h_n^{\mathrm{new}}(z^n+z^{-n})$, $N'=\max(N_0,N_1+2N+1)$ 。

$$\begin{aligned}h_n^{\mathrm{new}}&=h_n+s_1\left(\tilde{h}_{n+3}-\tilde{h}_{n+1}-\tilde{h}_{n-1}+\tilde{h}_{n-3}\right)+\cdots\\&\quad+s_N\left(\tilde{h}_{n+1+2N}-\tilde{h}_{n-1+2N}-\tilde{h}_{n+1-2N}+\tilde{h}_{n-1-2N}\right)\\&=h_n+\textstyle\sum_{i=1}^{N}s_ig_{n,i},\quad (n\ge 1)\\h_0^{\mathrm{new}}&=h_0/2+\textstyle\sum_{i=1}^{N}s_ig_{0,i}\end{aligned}$$

其中 $g_{n,i}=(\tilde{h}_{n+1+2i}-\tilde{h}_{n-1+2i}-\tilde{h}_{n+1-2i}+\tilde{h}_{n-1-2i})$, $(n\ge 1)$, $g_{0,i}=(\tilde{h}_{1+2i}-\tilde{h}_{-1+2i}-\tilde{h}_{1-2i}+\tilde{h}_{-1-2i})/2$ 。在 $g_{0,i}$ 中引入系数 1/2 是为了后面表达式的统一。为了得到统一的表达方式，还需要在 $\{h_n\}$ 的基础上引入两组向量 $\{h_n^L\}$ 和 $\{h_n^H\}$ ，其中上标 L 、 H 分别表示低频和高频。

$$h_k^L=h_k^H=h_k(k\neq 0),\qquad h_0^L=(h_0-1)/2,\qquad h_0^H=h_0/2$$

用 Lifting 方法设计滤波器就是选择一个相量 $S=[s_1,s_2,\cdots,s_n]^T$ ，$\min: E=\alpha\int_0^{\omega_p}|H_0^{\mathrm{new}}(e^{j\omega})-1|^2\mathrm{d}\omega+\beta\int_{\omega_s}^{\pi}|H_0^{\mathrm{new}}(e^{j\omega})|^2\mathrm{d}\omega$ 。 E 是关于 S 的一个二次多项式：

$$E=a+\sum_{k=1}^{N}a_ks_k+\sum_{k,l=0}^{N}a_{kl}s_ks_l \tag{6}$$

对于 EE, 有

$$a=\alpha\left\{2\sum_{k,l=0,k\neq l}^{N'}h_k^Lh_l^L\left[\frac{1}{k+l}\sin(k+l)\omega+\frac{1}{k-l}\sin(k-l)\omega\right]\right.$$
$$\left.+2\sum_{k=1}^{N'}h_k^{L^2}(\frac{1}{2k}\sin 2k\omega+\omega)+4h_0^{L^2}\omega\right\}_0^{\omega_p}$$
$$+\beta\left\{2\sum_{k,l=0,k\neq l}^{N'}h_k^Hh_l^H\left[\frac{1}{k+l}\sin(k+l)\omega+\frac{1}{k-l}\sin(k-l)\omega\right]\right.$$
$$\left.+2\sum_{k=1}^{N'}h_k^{H^2}(\frac{1}{2k}\sin 2k\omega+\omega)+4h_0^{H^2}\omega\right\}_{\omega_s}^{\pi};$$

$$a_k=\alpha\left\{2\sum_{m,n=0,m\neq n}^{N'}(h_m^Lg_{n,k}+h_n^Lg_{m,k})\left[\frac{1}{m+n}\sin(m+n)\omega+\frac{1}{m-n}\sin(m-n)\omega\right]\right.$$
$$\left.+4\sum_{n=1}^{N'}h_n^Lg_{n,k}(\frac{1}{2n}\sin 2n\omega+\omega)+8h_0^Lg_{0k}\omega\right\}_0^{\omega_p}$$
$$+\beta\left\{2\sum_{m,n=0,m\neq n}^{N'}(h_m^Hg_{n,k}+h_n^Hg_{m,k})\left[\frac{1}{m+n}\sin(m+n)\omega+\frac{1}{m-n}\sin(m-n)\omega\right]\right.$$
$$\left.+4\sum_{n=1}^{N'}h_n^Lg_{n,k}(\frac{1}{2n}\sin 2n\omega+\omega)+8h_0^Hg_{0k}\omega\right\}_{\omega_s}^{\pi}$$

$$a_{k,l}=\alpha\left\{2\sum_{m,n=0,m\neq n}^{N'}g_{m,k}g_{n,l}\left[\frac{1}{m+n}\sin(m+n)\omega+\frac{1}{m-n}\sin(m-n)\omega\right]\right.$$
$$\left.+2\sum_{n=1}^{N'}g_{n,k}g_{n,l}(\frac{1}{2n}\sin 2n\omega+1)+4g_{0k}g_{0l}\omega\right\}_0^{\omega_p}$$
$$+\beta\left\{2\sum_{m,n=0,m\neq n}^{N'}g_{m,l}g_{n,k}\left[\frac{1}{m+n}\sin(m+n)\omega+\frac{1}{m-n}\sin(m-n)\omega\right]\right.$$
$$\left.+2\sum_{n=1}^{N'}g_{n,k}g_{n,l}(\frac{1}{2n}\sin 2n\omega+1)+4g_{0k}g_{0l}\omega\right\}_{\omega_s}^{\pi};$$

其中 $[f(\omega)]_\alpha^\beta=f(\beta)-f(\alpha)$ 。

由于 $H_0(z)$ 和 $H_1(z)$ 已知，即 h_n, h_n^L, h_n^H 和 g_{kl} 已知，并且 α 和 β 是确定的，也就是说 a, a_k 和 a_{ij} 已知．滤波器的优化设计问题就转化为如下二次型优化问题：

$$\min: E=a+\sum_{k=1}^{N}a_ks_k+\sum_{k,l=0}^{N}a_{kl}s_ks_l$$

3 用提升方法构造具有线性相位性质的 M 带 PR 滤波器组

同样可以用多相表示法来分析 M 带滤波器组 $\{H_k(z), F_k(z)\}(0 \le k < M)$ ： $H_k(z) = \sum_{l=0}^{M-1} z^{-1} E_{kl}(z^M)$, $E(z) = [E_{kl}(z)]$, $F_k(z) = \sum_{l=0}^{M-1} z^{-(M-1-l)} R_{kl}(z^M)$, $R(z) = [R_{kl}(z)]$, 则该滤波器组具有完全重构的条件是:

$$\det E(z) = 1 \tag{7}$$

3.1 提升方法在 M 带 PR 滤波器组中的推广

同样地, 我们希望也可以用 Lifting 方法构造新的 M 带 PR 滤波器组. 很幸运的是, 根据多相表示的结构, 很容易实现这样的推广.

定理 给定 M 带分析滤波器组 $[H_0(z), H_1(z), \cdots, H_{M-1}(z)]^T$, 对应的 $E(z)$ 满足 $\det E(z) = 1$, 即满足 PR 条件. 则如下构造的 M 带分析滤波器 $[H_0^{\text{new}}(z), H_1^{\text{new}}(z), \cdots, H_{M-1}^{\text{new}}(z)]^T$ 也满足 PR 条件:

$$\begin{aligned} H_i^{\text{new}}(z) &= H_i(z) + \sum_{k=0,k\neq i}^{M-1} s_k(z^M) H_k(z), \qquad (0 \le i < M) \\ H_k^{\text{new}}(z) &= H_k(z), \qquad (k \neq i) \end{aligned} \tag{8}$$

由多相表示有

$$E^{\text{new}}(z) = \begin{bmatrix} I_i & & 0 \\ & S(z) & \\ 0 & & I_{M-i-1} \end{bmatrix} E(z) \tag{9}$$

其中 I_i 是 i 维单位阵, $S(z)$ 是一 M 元的行向量, $[S(z)]_i = 1, [S(z)]_k = s_k(z), (k \neq i)$.

很容易得到 $\det E^{\text{new}}(z) = 1$, 即如此构造的滤波器组满足完全重构条件.

从该定理可以看出, 很容易在某一个 M 带 PR 滤波器组的基础上构造另外一个合适的 PR 滤波器组, 并且自由度大. 因为与两带滤波器组不同, 为了使某个滤波器具有适当的响应, 可以对其它 $M-1$ 个滤波器加权组合, 以使其满足要求.

3.2 线性相位

与两带 PR 滤波器组的情况不同, M 带 PR 滤波器组的情形比较复杂, 为了使它们具有线性相位性质, 各个滤波器的长度奇偶性和对称、反对称性质没有那么多限制. 为了使新构造的滤波器组具有线性相位性质, 在本文中只考虑一种比较特殊的情形: 各滤波器具有相同的 M 模性, 即 $N_k = m_k M + I, (0 \le k < M)$. 其中 N_k 是第 k 个滤波器的长度, $0 \le I < M$. 不失一般性可以, 设 $I = 0$. 可以证明, 在这种情况下, 如果滤波器组具有线性相位性质, 那么, 当 M 为偶数时, 其对应的多相表示矩阵 E 可表示为

$$E(z) = \begin{bmatrix} E_{00}(z) & \cdots & E_{0,M/2-1}(z) & J_0 \hat{E}_{0,M/2-1}(z) & \cdots & J_0 \hat{E}_{00}(z) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ E_{M-1,0}(z) & \cdots & E_{M-1,M/2-1}(z) & J_{M-1} \hat{E}_{M-1,M/2-1}(z) & \cdots & J_{M-1} \hat{E}_{M-1,0}(z) \end{bmatrix} \tag{10}$$

当 M 为奇数时, E 可以表示为

$$E(z) = \left[\begin{matrix} E_{00}(z) & \cdots & E_{0,(M-3)/2}(z) & E_{0,(M-1)/2} \\ E_{M-1,0}(z) & \cdots & E_{M-1,(M-3)/2} & E_{M-1,(M-1)/2} \end{matrix} \right. \\ \left. \begin{matrix} J_0 \hat{E}_{0,(M-3)/2}(z) & \cdots & J_0 \hat{E}_{00}(z) \\ J_{M-1} \hat{E}_{M-1,(M-3)/2}(z) & \cdots & J_{M-1} \hat{E}_{M-1,0}(z) \end{matrix} \right] \tag{11}$$

反之，也成立．其中，$\hat{E}_{ij}(z)=z^{-2c_i}E_{i,j}(z^{-1})$，$C_i$ 为 $E_{ij}(z)$ 的中心，这里采用文献 [6] 的表示法．$J_k=\begin{cases}1, \\ -1,\end{cases}$ $H_k(z)$是$\begin{cases}\text{对称}\\ \text{反对称}\end{cases}$，并且在 M 为奇数的时候，$\hat{E}_{i,(M-1)/2}=J_iE_{i,(M-1)/2}$．

在提升方法中，原有的 PR 滤波器组具有线性相位性质，即 (8) 式中的 $E(z)$ 能够表示成 (10) 式或者 (11) 式的形式．可以证明，如下选择 $S(z)$，由 (8) 式新构造的 PR 滤波器组也具有线性相位性质，即 $E^{\mathrm{new}}(z)$ 也必须具有 (10) 式或者 (11) 式的形式：$s_k(z)$ 具有线性相位性质，即 $\hat{s}_k(z)=D_ks_k(z)$，$D_k=1$ 或者 $D_k=-1$；r_k 是 $s_k(z)$ 的中心，使得 $s_k(z)E_{kj}(z)$ 与 $E_{ij}(z)$ 具有相同的中心；且 $J_i=J_kD_k$．

证明 假设 M 为偶数 (同样可以证明 M 为奇数的情形)．根据 (10) 式的特殊结构，只需要证明 $E_{ij}^{\mathrm{new}}=J_i\hat{E}_{i,M-1-j}^{\mathrm{new}}(z)$．其中 $E_{ij}^{\mathrm{new}}(z)=E_{ij}(z)+\sum_{k=0,k\neq i}^{M-1}s_k(z)E_{kj}(z)$．$s_k(z)E_{kj}(z)$ 与 $E_{ij}(z)$ 具有相同的中心，即 $c_i=r_k+c_k$，$(k\neq i)$

$$\begin{aligned}\hat{E}_{ij}^{\mathrm{new}}(z)&=\hat{E}_{ij}(z)+z^{-2c_i}\sum_{k=0,k\neq i}^{M-1}s_k(z^{-1})E_{kj}(z^{-1})\\&=\hat{E}_{ij}(z)+\sum_{k=0,k\neq i}^{M-1}z^{-2r_k}s_k(z^{-1})z^{-2c_k}E_{kj}(z^{-1})\\&=\hat{E}_{ij}(z)+\sum_{k=0,k\neq i}^{M-1}\hat{s}_k(z)\hat{E}_{kj}(z)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_{i,M-1-j}^{\mathrm{new}}(z)&=E_{i,M-1-j}(z)+\sum_{k=0,k\neq i}^{M-1}s_k(z)E_{k,M-1-j}(z)\\&=J_i\hat{E}_{ii}(z)+\sum_{k=0,k\neq i}^{M-1}D_k\hat{s}_k(z)J_k\hat{E}_{kj}(z)\\&=J_i\hat{E}_{ii}(z)+J_i\sum_{k=0,k\neq i}^{M-1}\hat{s}_k(z)\hat{E}_{kj}(z)=J_i\hat{E}_{ij}^{\mathrm{new}}\end{aligned}$$

即 $E_{ij}^{\mathrm{new}}=J_i\hat{E}_{i,M-1-j}^{\mathrm{new}}(z)$ 证毕

4 例 子

用 Lifting 方法构造具有线性相位性质的双正交小波，只有两种情形：两个滤波器具有相同的奇偶性，即 EE 和 OO．下面对前面第 2 节分析过的 EE 情形举例．取 $\alpha=1$，$\beta=1$，$\varphi_p=1.47$，$\varphi_s=1.67$．

先考虑文献 [7] 中的一个例子．设原有的 PR 滤波器组为

$$[H_0(z),H_1(z)]=[(1/4)(z^{-1}+2+z),(1/8)(z^{-3}-2z^{-2}+6z^{-1}-2-z^1)]$$

优化设计的目的是设计一个新的低通滤波器 $H_0^{\mathrm{new}}(z)$，尽可能与期望响应接近．设 $s(z)=(z-1)[s_1(z-z^{-1})+s_2(z^2-z^{-2})]$，即 $H_0^{\mathrm{new}}(z)$ 的阶次是 14．由第 2 节的分析有：

$$E=0.1329+1.8365s_1-1.8988s_2+9.5793s_1^2-6.0042s_1s_2-6.0042s_2s_1+10.4397s_2^2$$

计算得到：在 $[s_1, s_2] = [-0.0608, 0.0560]$ 时 E 取最小值，$E_{\min} = 0.0239$ 。

$$
\begin{aligned}
H_0^{\text{new}}(z) = {} & 0.4696 + 0.3026(z^{-1} + z) + 0.0140(z^{-2} + z^2) - 0.1022(z^{-3} + z^3) \\
& + 0.0152(z^{-4} + z^4) + 0.0566(z^{-5} + z^5) - 0.0140(z^{-6} + z^6) - 0.0070(z^{-7} + z^7)
\end{aligned}
$$

可以看出，$H_0(z)$ 的均方误差是 0.1329 ，即 $[s_1, s_2] = [0, 0]$ 时的值；新构造的滤波器有了很大的提高。图 1 是它们的幅频响应：实线代表最优滤波器 $H_0^{\text{new}}(z)$ ，虚线是原来滤波器 $H_0(z)$ 。

在文献 [5] 中构造了一个阶次为 22 的滤波器，其系数如表 1 的 h_m 所示。用前面的优化设计方法，同样可以构造出相同长度的低通滤波器，即阶次 22 。为此，设 $s(z) = (z-1)\sum_{i=1}^{4} s_i(z^i - z^{-i})$ ，可得：

$$
\begin{aligned}
E = {} & 0.1329 + 1.8365s_1 - 1.8988s_2 + 1.2060s_3 - 0.7526s_4 \\
& + 9.5793s_1^2 + 10.4397s_2^2 + 10.2500s_3^2 + 10.0098s_4^2 \\
& - 12.0084s_1s_2 + 1.7206s_1s_3 + 0.1184s_1s_4 - 11.8900s_2s_3 \\
& + 1.3414s_2s_4 - 11.4552s_3s_4
\end{aligned}
$$

计算得到：在 $[s_1, s_2, s_3, s_4] = [-0.0681, 0.0426, -0.0128, 0.0278]$ 时 E 取最小值，$E_{\min} = 0.0116$ ；而文献 [5] 中的例子，其均方误差为 0.0547 。$H_0^{\text{new}}(z)$ 的系数如表 1 的 H_m^{new} 所示。图 2 是它们的幅频响应：实线是最优滤波器，虚线代表文献 [5] 中的例子。

5 结　论

本文首先讨论了在 Lifting 方法中滤波器的优化设计问题，关键是如何转化为一个二次型的优化问题。然后考虑了 Lifting 方法在 M 带 PR 滤波器组中的推广。文中的例子说明了该方法的可行之处：无论是相对于原有滤波器，还是相对于其它方法，该方法都有明显的改进效果。

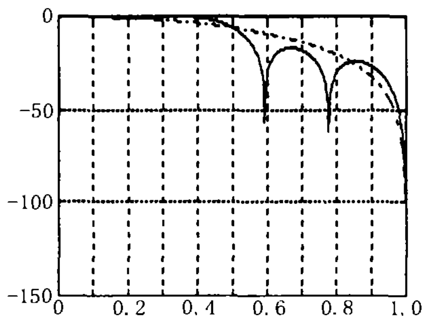

图 1　最优滤波器的幅频响应，阶次为 14

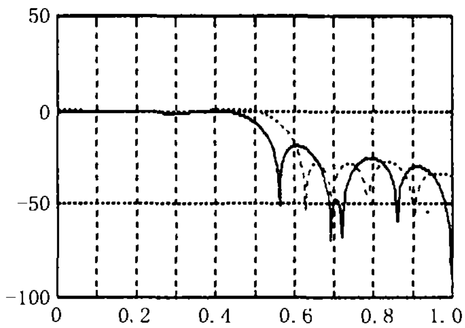

图 2　最优滤波器的幅频响应，阶次为 22

表 1 阶次为 22 的最优滤波器及文献 [5] 中的例子

m	h_m	H_m^{new}
0	0.56912350680866	0.4659
1	0.31314592005381	0.3064
2	−0.064640370944037	0.0107
3	−0.087080719666949	−0.0985
4	0.063735691673040	0.0138
5	0.040981175348012	0.0605
6	−0.042444851133377	−0.0037
7	−0.022314449066179	−0.0408
8	0.036047559927372	0.0032
9	0.0045594028972112	0.0259
10	−0.015683167986894	−0.0069
11	0.0059250950404227	−0.0035

参 考 文 献

[1] W. Sweldens, The lifting scheme: A construction of second generation wavelets, SIAM J. Math. Anal., 1997, 29(2), 511–546.

[2] W. Sweldens, The lifting scheme: A custom-design construction of biorthogonal wavelets, Applied Computational Harmonic Analysis, 1996, 3(2), 186–260.

[3] I. Daubechies, W. Sweldens, Factoring wavelet transforms into lifting steps, J. Fourier Anal. Appl., 1998, 4(3), 247–269.

[4] 陈佩，许晓鸣等，用 Lifting 方法构造具有线性相位的双正交小波，电子与信息学报， 24(4), 486–491.

[5] T. Q. Nguyen, P. P. Vaidyanathan, Two-channel perfect-reconstruction FIR QMF structrues which yield linear-phase analysis and synthesis filters, IEEE Trans. on ASSP, 1989, 37(5), 676–690.

[6] T. Q. Nguyen, P. P. Vaidyanathan, Structrues for M-channel perfect-reconstruction FIR QMF banks which yield linear-phase filters, IEEE Trans. on ASSP, 1990, 38(3), 433–446.

[7] A. Cohen, I. Daubechies, Biorthogonal bases of compactly supported wavelets, Communications on Pure and Applied Mathematis, 1992, XLV, 485–560.

CONSTRUCTION OF M-BAND LPPR-FIR FILTER BANKS BY LIFTING SCHEME

Chen Pei Zhang Weidong Xu Xiaoming Xu Runsheng

(*Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai* 200030, *China*)

Abstract This paper studies the design and optimization of LPPR-FIR filter banks by lifting scheme. It can be commutated into a quadratic optimization problem. Then, lifting scheme is generalized to the case of M-band perfect-reconstruction (PR) FIR filter banks. Last, some examples will be given to demonstrate how to construct LPPR-FIR filter banks.

Key words Lifting scheme, M-band filter banks, Perfect reconstruction, Linear phase

陈 佩： 男， 1975 年生，博士生，研究方向是图像处理、计算机视觉和小波变换.
张卫东： 男， 1967 年生，博士生导师，研究方向是复杂工业过程的鲁棒控制.
许晓鸣： 男， 1957 年生，博士生导师，上海交通大学副校长，研究方向是智能控制.
徐润生： 男， 1974 年生，博士生，研究方向是图像处理和图像编码.