

实际螺旋线结构的耦合阻抗 及特性阻抗计算*

范崇澄
(清华大学)

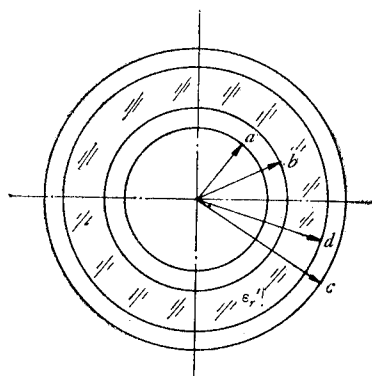
提 要

本文利用“等效介质环”模型,给出了带有金属屏蔽筒及介质夹持杆的螺旋线结构的耦合阻抗及特性阻抗的场解。给出了耦合阻抗的简化计算公式,还与其他计算方法进行了比较。

一、概 述

带有金属屏蔽筒和介质夹持杆的螺旋线结构广泛用于各种用途的行波管中。直到目前为止,还没有见到这种慢波结构耦合阻抗的场解。周文表同志^[1]通过把螺旋线等效为相同平均半径的螺旋带以及把介质夹持杆等效成介质环的方法求出了基本模式的场分布以及色散特性。本文就是从这一结果出发,先把场分量写成便于计算耦合阻抗的形式,求出耦合阻抗的场解以及按照电压—功率法定义的特性阻抗;并对结果进行讨论。

本文所用的数学模型与文献[1]的相同,见图1。在分析中只考虑 $n=0$ 的基波。



a: 等效螺旋传导面半径 b: 等效介质环内半径
d: 等效介质环外半径 ϵ_r : 等效介质环相对介电常数

图1 实际螺旋结构等效模型

二、公式推导

(一) 场解

文献[1]已经求出了如图1所示结构中各区的电磁场。对于 $n=0$ 的基波,有

* 1978年10月12日收到。

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{E}_{zi} &= [A_i I_0(\tau r) + B_i K_0(\tau r)] e^{-i\beta z} \\
 \dot{H}_{zi} &= [C_i I_0(\tau r) + D_i K_0(\tau r)] e^{-i\beta z} \\
 \dot{E}_{ri} &= j \frac{\beta}{\tau^2} \frac{\partial \dot{E}_{zi}}{\partial r} \\
 \dot{H}_{ri} &= j \frac{\beta}{\tau^2} \frac{\partial \dot{H}_{zi}}{\partial r} \\
 \dot{E}_{\phi i} &= -j \frac{\omega \mu}{\tau^2} \frac{\partial \dot{H}_{zi}}{\partial r} \\
 \dot{H}_{\phi i} &= j \frac{\omega \varepsilon}{\tau^2} \frac{\partial \dot{E}_{zi}}{\partial r}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

其中

$$i = 1-4.$$

考虑到求解轴上耦合阻抗的方便, 将各场分量对 A_1 归一化:

令

$$\left. \begin{aligned}
 A_i &= P_i A_1 & C_i &= R_i A_1 \\
 B_i &= Q_i A_1 & D_i &= S_i A_1
 \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

则可得

$$\left. \begin{aligned}
 P_1 &= 1, & R_1 &= -j \frac{1}{\sqrt{S} \cdot DSLF} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0} \frac{I_{0a}}{I_{1a}}} \\
 Q_1 &= 0, & S_1 &= 0,
 \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

$$\left. \begin{aligned}
 P_2 &= P' \cdot Q_4, & R_2 &= \frac{K_{1c}}{I_{1c}} \frac{1}{\left(\frac{K_{1c}}{I_{1c}} - \frac{K_{1a}}{I_{1a}}\right)} R_{12} \\
 Q_2 &= Q' \cdot Q_4, & S_2 &= \frac{1}{\left(\frac{K_{1c}}{I_{1c}} - \frac{K_{1a}}{I_{1a}}\right)} R_{12}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

$$\left. \begin{aligned}
 P_3 &= R' \cdot Q_4, & R_3 &= R_{22} \\
 Q_3 &= S' \cdot Q_4, & S_3 &= S_{22}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

$$\left. \begin{aligned}
 P_4 &= -\frac{K_{0c}}{I_{0c}} Q_4, & R_4 &= R_{22} \\
 Q_4 &= 1 / \left(P' + \frac{K_{0a}}{I_{0a}} Q' \right), & S_4 &= S_{22}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

其中

$$\left. \begin{aligned}
 P' &= \frac{R' \left(\varepsilon_r' \frac{K_{0b}}{I_{0b}} + \frac{K_{1b}}{I_{1b}} \right) - S' (\varepsilon_r' - 1) \frac{K_{1b}}{I_{1b}} \frac{K_{0b}}{I_{0b}}}{\left(\frac{K_{0b}}{I_{0b}} + \frac{K_{1b}}{I_{1b}} \right)}, \\
 Q' &= \frac{S' \left(\frac{K_{0b}}{I_{0b}} + \varepsilon_r' \frac{K_{1b}}{I_{1b}} \right) - R' (\varepsilon_r' - 1)}{\left(\frac{K_{0b}}{I_{0b}} + \frac{K_{1b}}{I_{1b}} \right)},
 \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

$$\left. \begin{aligned}
 R' &= \frac{(\varepsilon_r' - 1) \frac{K_{0d}}{I_{0d}} \frac{K_{1d}}{I_{1d}} - \varepsilon_r' \frac{K_{0c}}{I_{0c}} \frac{K_{1d}}{I_{1d}} - \frac{K_{0c}}{I_{0c}} \frac{K_{0d}}{I_{0d}}}{\varepsilon_r' \left(\frac{K_{0d}}{I_{0d}} + \frac{K_{1d}}{I_{1d}} \right)}, \\
 S' &= \frac{\frac{K_{1d}}{I_{1d}} + \varepsilon_r' \frac{K_{0d}}{I_{0d}} - (\varepsilon_r' - 1) \frac{K_{0c}}{I_{0c}}}{\varepsilon_r' \left(\frac{K_{0d}}{I_{0d}} + \frac{K_{1d}}{I_{1d}} \right)}, \\
 S &= \frac{I_{0a} \cdot K_{0a}}{I_{1a} \cdot K_{1a}}.
 \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

$$(DSL F)^2 = (DL F)^2 \times (SL F)^2$$

DLF 及 SLF 的表达式见文献 [1].

(二) 纵向平均功率流 \bar{P}

$$\bar{P} = \sum_{i=1}^4 \bar{P}_i = \sum_{i=1}^4 \frac{\text{Re}}{2} \int_r \int_0^{2\pi} (\dot{E}_{ri} \cdot \dot{H}_{\varphi i}^* - \dot{E}_{\varphi i} \cdot \dot{H}_{ri}^*) r dr d\varphi \quad (2.9)$$

式中 r 的积分限分别是:

$$\text{I 区: } 0 \rightarrow a; \quad \text{III 区: } b \rightarrow d;$$

$$\text{II 区: } a \rightarrow b; \quad \text{IV 区: } d \rightarrow c.$$

利用有关变态 Bessel 函数的积分公式*, 可以求出:

$$\bar{P} = A_1^2 \frac{\omega \beta}{\tau^4} \pi \varepsilon_0 \Psi \quad (2.10)$$

式中

$$\begin{aligned}
 \Psi &= Q_4^2 [k_1 F_1(\tau a) + k_2 F_1(\tau b) + k_3 F_1(\tau d) + k_4 F_1(\tau c) \\
 &\quad - k_5 F_2(\tau a) + k_6 F_2(\tau b) + k_7 F_2(\tau d) + k_8 F_2(\tau c) \\
 &\quad + k_9 F_3(\tau a) - k_{10} F_3(\tau b) - k_{11} F_3(\tau d) - k_{12} F_3(\tau c)] \quad (2.11)
 \end{aligned}$$

而

$$\left. \begin{aligned}
 F_1(x) &= \frac{x^2}{2} [I_1^2(x) - I_0(x) \cdot I_2(x)], \\
 F_2(x) &= \frac{x^2}{2} [K_1^2(x) - K_0(x) \cdot K_2(x)], \\
 F_3(x) &= \frac{x^2}{2} [I_0(x) K_2(x) + K_0(x) I_2(x) + 2I_1(x) K_1(x)], \\
 k_1 &= \frac{1}{Q_4^2} - P'^2 - \frac{P_5^2}{Q_4^2} \left[1 - \left(1 - \frac{I_{1c}}{K_{1c}} \cdot \frac{K_{1a}}{I_{1a}} \right)^2 \right], \\
 k_2 &= P'^2 - \varepsilon_r' \cdot R'^2, \\
 k_3 &= \varepsilon_r' \cdot R'^2 - \left(\frac{K_{0c}}{I_{0c}} \right)^2, \\
 k_4 &= \frac{P_5^2}{Q_4^2} + \left(\frac{K_{0c}}{I_{0c}} \right)^2,
 \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

*见附录 1.

$$k_5 = \frac{P_5^2}{Q_4^2} \left(\frac{I_{1c}}{K_{1c}} \right)^2 + Q'^2, \quad (2.13)$$

$$k_6 = Q'^2 - \varepsilon'_r \cdot S'^2,$$

$$k_7 = \varepsilon'_r \cdot S'^2 - 1,$$

$$k_8 = \frac{P_5^2}{Q_4^2} \left(\frac{I_{1c}}{K_{1c}} \right)^2 + 1,$$

$$k_9 = \frac{P_5^2}{Q_4^2} \left(\frac{I_{1c}}{K_{1c}} \right) + P' \cdot Q',$$

$$k_{10} = P' \cdot Q' - \varepsilon'_r \cdot R' \cdot S',$$

$$k_{11} = \varepsilon'_r \cdot R' \cdot S' + \frac{K_{0c}}{I_{0c}},$$

$$k_{12} = \frac{P_5^2}{Q_4^2} \frac{I_{1c}}{K_{1c}} - \frac{K_{0c}}{I_{0c}},$$

$$P_5 = \frac{1}{\sqrt{S} \cdot DSLF} \cdot \frac{I_{0a}}{I_{1a}} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{I_{1c}}{K_{1c}} \frac{K_{1a}}{I_{1a}} \right)}. \quad (2.14)$$

(三) 轴上耦合阻抗(纵向阻抗)

将式(2.10)代入轴上耦合阻抗 $K(0)$ 的定义式

$$K(0) = \frac{A_1^2}{2\beta^2 \bar{P}},$$

即可得

$$K(0) = 60 \cdot \left(\frac{\tau}{\beta} \right)^4 \cdot \left(\frac{\beta}{k} \right) \cdot \Psi^{-1} \quad (2.15)$$

在实际计算中,考虑到

$$\frac{k}{\tau} \operatorname{ctg} \phi = \sqrt{S} \cdot DSLF,$$

$$\frac{\tau}{\beta} = \left[1 + \left(\frac{k}{\tau} \right)^2 \right]^{-1/2},$$

式(2.15)变为实用形式:

$$K(0) = 60 \cdot [1 + S \cdot (DSLF)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \phi]^{-3/2} \cdot \frac{\operatorname{ctg} \phi}{\sqrt{S} \cdot DSLF} \cdot \Psi^{-1} \quad (2.16)$$

对自由螺旋传导面,即当 $\varepsilon'_r = 1, a = b, c = d \rightarrow \infty$ 时,利用 Wronsky 公式,有

$$\Psi = \frac{\tau a}{2} \frac{I_{0a}}{K_{0a}} \left[\frac{I_{1a}}{I_{0a}} - \frac{I_{0a}}{I_{1a}} + \frac{K_{0a}}{K_{1a}} - \frac{K_{1a}}{K_{0a}} + \frac{4}{\tau a} \right] = \Psi_{SHEATH}$$

代入式(2.15),与 Pierce 的结果^[2]相同。可见式(2.15)或(2.16)具有更加普遍的意义。还要指出的是,这一结果与如何由介质杆、楔等效为介质环无关,因为不同的等效方法只是改变 $DSLF$ 的数值。

(四) 特性阻抗(横向阻抗)

按电压—功率法定义,螺旋线结构的特性阻抗表为:

$$Z_c = \frac{U_T^2}{2\bar{P}} \quad (2.17)$$

其中 U_T 为等效横向电压:

$$U_T = - \sum_{i=2}^4 \int_r E_{ri} dr \quad (2.18)$$

r 的积分区间分别为 $a \rightarrow b$, $b \rightarrow d$, $d \rightarrow c$.

由式 (2.1) 求出各区径向电场后, 即可得:

$$U_T = -A_1 \frac{\beta}{\tau^2} Q_4 \left\{ (P' - R') I_{0b} + \left(R' + \frac{K_{0c}}{I_{0c}} \right) I_{0d} - P' I_{0a} \right. \\ \left. + (Q' - S') K_{0b} + (S' - 1) K_{0d} - Q' K_{0a} \right\}$$

考虑到

$$(P' - R') I_{0b} + (Q' - S') K_{0b} = 0 \\ \left(R' + \frac{K_{0c}}{I_{0c}} \right) I_{0d} + (S' - 1) K_{0d} = 0$$

故有

$$U_T = A_1 \frac{\beta}{\tau^2} I_{0a} \quad (2.19)$$

它与自由螺旋传导面时的结果具有完全相同的形式.

将式 (2.10)、(2.19) 代入 (2.17), 即得

$$Z_c = 60 \cdot \left(\frac{\beta}{k} \right) \cdot I_{0a}^2 \cdot \Psi^{-1} \quad (2.20)$$

与前相似, 在实际计算中是采用

$$Z_c = 60 \cdot [1 + S \cdot (DSL F)^2 \cdot \text{tg}^2 \phi]^{1/2} \cdot \frac{\text{ctg} \phi}{\sqrt{S \cdot DSL F}} \cdot \Psi^{-1} \quad (2.21)$$

有趣的是, 将式 (2.20) 与 (2.15) 相比可知, 像在自由螺旋传导面时的情况一样, 轴上耦合阻抗 $K(0)$ 与特性阻抗 Z_c 之间仍然满足关系

$$K(0) = \left(\frac{\tau}{\beta} \right)^4 \cdot \frac{1}{I_{0a}^2} \cdot Z_c \quad (2.22)$$

这一关系虽然经常被引用, 但以前只是在自由空间传导面的情况下证明过. 现在我们可以确切地说, 它可以用于一切能简化为图 1 或比图 1 更加简化的情况.

三、讨 论

由于耦合阻抗有着比特性阻抗重要得多的意义, 讨论将围绕着耦合阻抗进行.

(一) 金属屏蔽筒与螺旋线平均半径之比 c/a 的选择

在设计行波管时, 常常希望选择尽可能小的 c/a , 它将使: 聚焦系统的体积、重量减小; 介质加载减弱, 耦合阻抗增加; 介质杆及螺旋线的热损耗下降. 另一方面, 过小的 c/a 将使耦合阻抗由于屏蔽筒对纵向高频电场的短路作用而降低; 此外, 介质杆过细容易断裂. 这又是我们所不希望的. 因此, 问题在于如何在保证介质杆的机械强度以及耦合阻抗不明显下降的前提下尽量选取小的 c/a 值.

为此, 利用 DJS-6 型电子计算机在不同的 ϵ_r 及 τa 下按 (2.16) 式计算了耦合阻抗与 c/a

的关系。计算中假定三根介质杆弹性夹持,螺旋导丝直径为螺旋线平均直径的 $1/10$, $\text{tg } \psi = 0.1$ 。等效介质环的内外半径 b 、 d 按文献 [1] 的“面积等效”原则确定,其等效介电常数 ϵ'_r 与实际介质杆的相对介电常数 ϵ_r 的关系为:

$$\epsilon'_r = 1 + \frac{N\theta}{2\pi} (\epsilon_r - 1);$$

其中 N 为介质杆数, θ 为介质杆对螺旋线圆心的张角。

计算的典型结果见图 2。

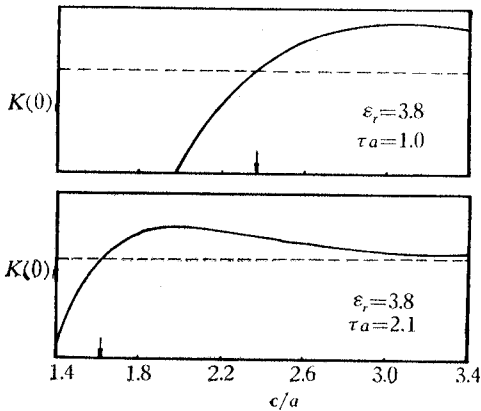


图 2 耦合阻抗与 c/a 的关系

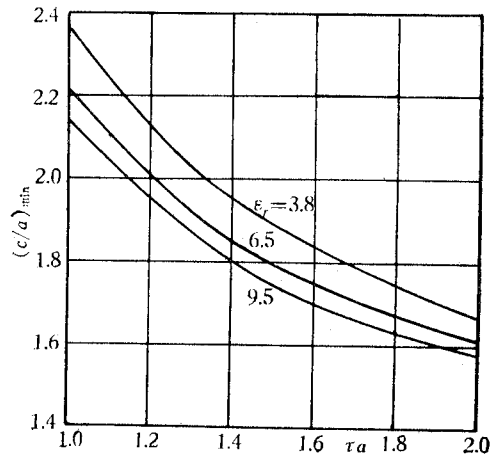


图 3 $(c/a)_{\min}$ 与 τa 的关系

由图 2 可以明显看出, $K(0)$ 随 c/a 的变化有极大值; 其特点是: c/a 自最佳值减小时, $K(0)$ 迅速下降, 而 c/a 自该值增大时, $K(0)$ 的下降却极为缓慢, 一般不小于最大值的 97% (图中虚线所示)。因此, 只要 c/a 大于图中箭头所示的临界数值 $(c/a)_{\min}$, $K(0)$ 比最大值的差别就不大于 3%, 相当于增益参量变化小于 1%。在图 3 中画出了几种常用的介质杆材料(石英, 氧化铝、99 瓷)时 $(c/a)_{\min}$ 与 τa 的关系。

τa 越小, 场沿半径方向衰减得越慢, $(c/a)_{\min}$ 也就越大。因此, 选择 c/a 时应考虑工作频带低端的 τa 值。由图 3 可以看出, 即使低频端 $\tau a = 1$, $(c/a)_{\min}$ 也只不过是 2.13—2.36, 这相当于介质杆直径为螺旋线平均直径的 60—70% 左右; 若低频端 τa 较高, 则 $(c/a)_{\min}$ 还可进一步减小。可见大有潜力可挖。当然, 实际上还必须考虑介质杆的机械强度。对于 S 波段以上的管子, 就目前的工艺水平来说, 大体上可以认为: 在选择 c/a 时不必担心耦合阻抗的降低, 只要介质杆的机械强度许可, 可以选得尽量小些。当然, 对于超宽频带管, 介质杆的大小及形状对色散特性有重要作用, 此时必须另加考虑。

如果介质杆数大于 3, 相当于等效介质环的相对介电常数 ϵ'_r 增加, $(c/a)_{\min}$ 也会变小。

在 DJS-6 机上还计算了 $\text{tg } \psi = 0.05$ 以及 $\text{tg } \psi = 0.2$ 的情况, 这时虽然耦合阻抗的具体数值不同了, 但其随 c/a 的变化规律不变, 即图 3 仍可应用。

计算还表明, $(c/a)_{\min}$ 对螺旋导丝直径也是很敏感的, 因此图 3 还可推广到常用的螺旋导丝直径范围。

(二) 耦合阻抗的简化算法

用式 (2.16) 计算耦合阻抗一般只能借助于计算机。如果在常用的参数范围内, 能提出简化计算公式, 就可以大大加快计算速度。

前已述及, 当 c/a 较大时, $K(0)$ 实际上与 c/a 无关。进一步的计算表明, 可以从自由螺旋传导面的轴上耦合阻抗 $K_s(0)$ 出发, 乘以一与 ϵ_r 及 τa 有关的系数 Φ 即可得到有金属屏蔽筒及介质夹持杆下的近似结果, 或:

$$K(0) \doteq K_s(0) \cdot \Phi(\epsilon_r, \tau a) \quad (3.1)$$

其中

$$\begin{aligned} K_s(0) &= 60 \left(\frac{\tau}{\beta} \right)^4 \left(\frac{\beta}{k} \right) \Psi_{SHEATH}^{-1} \\ &= 60 \cdot (1 + S \cdot \text{tg}^2 \phi)^{-3/2} \cdot \frac{1}{\sqrt{S}} \cdot \text{ctg} \phi \cdot \Psi_{SHEATH} \end{aligned}$$

在三根介质杆弹性夹持且螺旋线导丝直径为螺旋线平均直径 1/10 的情况下, a, c, ϵ_r 确定后 b, d, ϵ'_r 就确定了。当 c/a 在 2.6—3.8 之间变化、 τa 在 1—2 之间变化时, Φ 可表为经验公式:

$$\Phi(\epsilon_r, \tau a) = \alpha + \beta \cdot \tau a \quad (3.2)$$

α 和 β 取决于 ϵ_r , 见表 1。

表 1

ϵ_r	3.8 (石英)	6.5 (氧化铍)	8.9 (95% 氧化铝)	9.5 (99% 氧化铝)
α	0.595	0.485	0.434	0.428
β	0.095	0.110	0.116	0.116

$$\therefore K(0) \doteq 60 \cdot (1 + 0.01S)^{-3/2} \cdot \frac{1}{\sqrt{S}} \cdot \Psi_{SHEATH}^{-1} \cdot \text{ctg} \phi \cdot (\alpha + \beta \cdot \tau a) \quad (3.3)$$

这就是 $K(0)$ 的简化计算公式。在表 2 中给出了

$$60 \cdot (1 + 0.01S)^{-3/2} \cdot \frac{1}{\sqrt{S}} \cdot \Psi_{SHEATH}^{-1}$$

与 τa 的关系, 以便于计算。由于 $(1 + S \text{tg}^2 \phi)^{-3/2}$ 是一个很接近于 1 的数, 因此在 (3.3) 式中用 $\text{tg} \phi \doteq 0.1$ 去计算上述圆括弧的数值误差很小。

在图 4 中画出了 $c/a = 2.6, 3.2, 3.8$ 时 Φ 的准确值及近似值*。可见在 $\tau a \in [1, 2]$ 时, 用 (3.3) 式代替 (2.16) 式计算是完全可以的。在附录 2 中给出了二者结果的比较。

在一般文献中, 在估算耦合阻抗时, 常采取下列近似公式

$$K(0) = K_s(0) \cdot F$$

F 是考虑介质杆、屏蔽筒以及螺旋导丝影响的综合因子, 通常取为 0.45—0.48。如果采用

* Φ 的准确值是:

$$\Phi = \frac{\tau a \cdot \frac{I_{0a}}{K_{0a}} \left[\frac{I_{1a}}{I_{0a}} - \frac{I_{0a}}{I_{1a}} + \frac{K_{0a}}{K_{1a}} - \frac{K_{1a}}{K_{0a}} + \frac{4}{\tau a} \right] [1 + S \text{tg} \phi]^{3/2}}{DSL F \cdot \Psi \cdot [1 + S(DSL F)^2 \text{tg}^2 \phi]^{3/2}}$$

表 2 $60 \sqrt{\frac{I_{1a}K_{1a}}{I_{0a}K_{0a}}} \left(1 + 0.01 \frac{I_{0a}K_{0a}}{I_{1a}K_{1a}}\right)^{-3/2} \left\{ \frac{\tau a}{2} \frac{I_{0a}}{K_{0a}} \left[\frac{I_{1a}}{I_{0a}} - \frac{I_{0a}}{I_{1a}} + \frac{K_{0a}}{K_{1a}} - \frac{K_{1a}}{K_{0a}} + \frac{4}{\tau a} \right] \right\}^{-1}$ 与 τa 的关系*

τa	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.9	25.01	24.59	24.18	23.78	23.38	22.99	22.60	22.22	21.84	21.47
1.0	21.10	20.74	20.38	20.03	19.68	19.34	19.01	18.68	18.35	18.03
1.1	17.71	17.40	17.09	16.79	16.49	16.20	15.91	15.63	15.35	15.07
1.2	14.80	14.53	14.27	14.01	13.76	13.51	13.26	13.02	12.78	12.55
1.3	12.32	12.10	11.87	11.65	11.44	11.23	11.02	10.82	10.62	10.42
1.4	10.23	10.03	9.847	9.664	9.483	9.305	9.131	8.959	8.791	8.626
1.5	8.463	8.304	8.147	7.993	7.842	7.693	7.547	7.404	7.264	7.126
1.6	6.990	6.857	6.726	6.598	6.472	6.348	6.227	6.107	5.990	5.875
1.7	5.762	5.652	5.543	5.437	5.332	5.229	5.128	5.029	4.933	4.837
1.8	4.743	4.652	4.562	4.474	4.387	4.302	4.219	4.137	4.057	3.978
1.9	3.901	3.825	3.751	3.678	3.606	3.536	3.467	3.400	3.334	3.268
2.0	3.204	3.142	3.081	3.021	2.962	2.904	2.847	2.792	2.737	2.683

* 将表中数值乘以 $\text{ctg } \phi \cdot (\alpha + \beta \cdot \tau a)$ 即可得实际螺旋线结构轴上耦合阻抗的近似值。条件：
 $\tau a \in [1, 2]$, $c/a \in [2.6, 3.8]$.

查法举例： $\tau a = 1.25$ 时，函数值为 13.51。

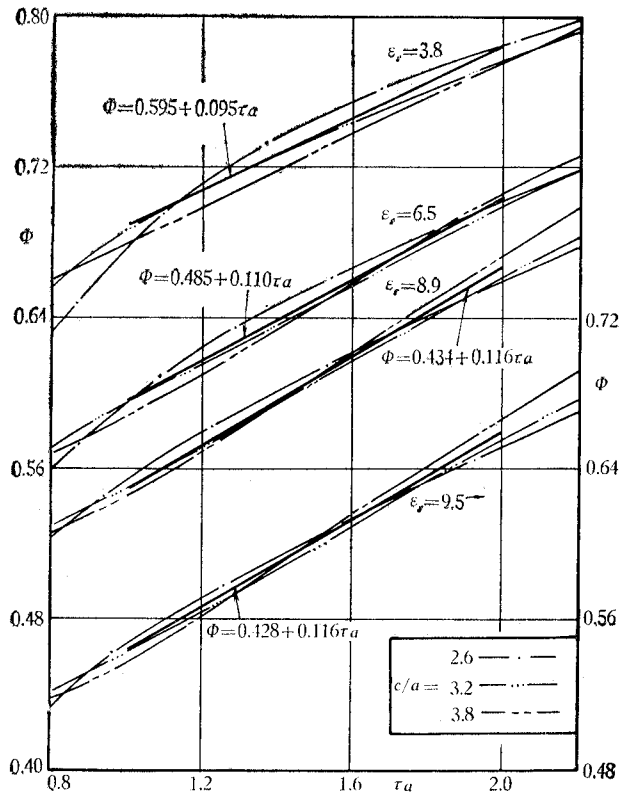


图 4 Φ 的准确值与近似值

式(3.1) [这时螺旋导丝的影响可用乘以系数 $\left(1 - \frac{ka}{3} \frac{p}{\delta}\right)$ 来近似考虑, 其中 p/δ 为螺距与螺旋导丝直径之比], 可以考虑耦合阻抗随频率的变化, 这在计算行波管的频带特性时是很重要的。

图4及式(3.2)还说明, 频率越高, Φ 越大, 即实际螺旋线的耦合阻抗越接近于自由空间螺旋导片的耦合阻抗*。这在物理上十分明显, 频率越高, 场越集中于螺旋线表面, 介质和屏蔽筒的影响就越小。

(三) 与其它方法的比较

前已证明式(2.22)在比自由螺旋导片更一般的情况下仍然正确, 那么如果用式

$$Z_c = \left(\frac{v_p}{v_g}\right) \cdot \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad (3.4)$$

计算特性阻抗, 再由式(2.22)求耦合阻抗, 其结果应与式(2.20)、(2.15)相同。计算机上的结果证明了这一点。某些微小的差别是计算误差引起的。

在式(3.4)中, (v_p/v_g) 系相速与群速之比, 可由色散特性求出为

$$\frac{v_p}{v_g} = \left\{ 1 + \frac{\tau a}{2} \left[\frac{1}{S} \frac{dS}{d(\tau a)} - \frac{1}{H} \left(\frac{\partial H}{\partial(\tau a)} + \frac{c}{a} \frac{\partial H}{\partial(\tau c)} \right) - \frac{1}{R} \left(\frac{\partial R}{\partial(\tau a)} + \frac{b}{a} \frac{\partial R}{\partial(\tau b)} + \frac{c}{a} \frac{\partial R}{\partial(\tau c)} + \frac{d}{a} \frac{\partial R}{\partial(\tau d)} \right) \right] \right\}^{-1} \quad (3.5)$$

$$\left. \begin{aligned} H &= (SLF)^{-2} \\ R &= (DLF)^{-2} \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

L_0 、 C_0 分别为螺旋线结构的等效传输线的分布电感和电容:

$$\left. \begin{aligned} L_0 &= \frac{\mu_0}{2\pi} \text{ctg}^2 \phi I_{1a} K_{1a} \left(1 - \frac{I_{1a} K_{1c}}{I_{1c} K_{1a}} \right) \\ C_0 &= \frac{2\pi \epsilon_0}{I_{0a} K_{0a}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{I_{0a} K_{0c}}{I_{0c} K_{0a}}} \cdot \frac{1}{(DLF)^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

但利用式(3.5)计算 (v_p/v_g) 时, 各项偏微分实际上只能用差分代替**, 这就降低了精度和速度, 不如用式(2.16)、(2.21)计算 K 和 Z_c 来得快而准。另一方面, 式(3.4)~(3.9)在估算“纵向导电屏蔽”等结构的耦合阻抗时却可能发挥作用。

(四) 误差

计算耦合阻抗的主要误差在于忽略了高次模式的影响, 从而使计算值偏高。这一影响主要来自两方面:

1. 螺旋丝与螺旋传导面的差别

实际的螺旋线总是由丝或带绕制而成, 必然出现高次模。 τa 越大, 这一影响越大。田炳耕曾分析了自由螺旋带与自由螺旋传导面之间的差别。对于基波耦合阻抗说来, 可乘上一小于1的系数加以修正。直接计算这一系数很复杂。但当 $\tau a < 2$ 、 $\frac{\delta}{p} \in \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right]$ 时

* 这里未考虑螺旋导丝与螺旋导片之不同。

** 本文计算中使用 $f'(x) \doteq [f(x+0.01) - f(x-0.01)]/0.02$ 。

(δ 为导丝直径), 该系数约略为 $\left(1 - \frac{ka}{3} \cdot \frac{p}{\delta}\right)$. 可把它乘入式 (2.15)、(2.16) 或 (3.1)、(3.3) 作为考虑导丝尺寸影响的某种修正.

2. 介质夹持杆与介质环的差别

用介质环代替实际的夹持杆, 就忽略了非圆对称的高次模式. 这方面的影响还有待于分析. 但可以预计, 它也将使基波耦合阻抗降低.

北京电子管厂邬显平同志和邮电部 506 厂冀复生同志给予了很多帮助. 作者愿借此机会表示深切的感谢.

参 考 文 献

- [1] 周文表, “金属屏蔽、介质杆支撑的实际螺旋线结构的相速计算”, 电子学通讯, 1975 年第 1 期.
 [2] Pierce J. R., “*Traveling Wave Tubes*”, D. Van Nostrand Co. Inc., 1950.

附录 1. 有关变态 Bessel 函数的积分

在由 (2.9) 式求平均功率流 \bar{P} 时, 要遇到下列三种积分:

$$\left. \begin{aligned} & \int x I_1^2(\tau x) dx, \\ & \int x K_1^2(\tau x) dx, \\ & \int x I_1(\tau x) K_1(\tau x) dx. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.1})$$

我们知道, 如果令

$$\begin{aligned} C_n(\tau x) &= a J_n(\tau x) + b Y_n(\tau x) \\ \bar{C}_n(\tau x) &= \bar{a} J_n(\tau x) + \bar{b} Y_n(\tau x) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

其中 a, b, \bar{a}, \bar{b} 为任意常数, 则有

$$\begin{aligned} \int x C_n(\tau x) \bar{C}_n(\tau x) dx &= \frac{-x^2}{4} [C_{n-1}(\tau x) \cdot \bar{C}_{n+1}(\tau x) \\ & - 2C_n(\tau x) \cdot \bar{C}_n(\tau x) + C_{n+1}(\tau x) \cdot \bar{C}_{n-1}(\tau x)] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\int x C_n^2(\tau x) dx = \frac{x^2}{2} [C_n^2(\tau x) - C_{n-1}(\tau x) \cdot C_{n+1}(\tau x)] \quad (\text{A.4})$$

因此, 只要适当选择 a, b, \bar{a}, \bar{b} , 使 C_n, \bar{C}_n 化为 I_1, K_1 , 就可求出 (A.1) 的三个积分.

1. 令 $C_n(\tau x) = -jJ_1(j\tau x) = I_1(\tau x)$,

则

$$\begin{aligned} C_{n-1}(\tau x) &= -jJ_0(j\tau x) = -jI_0(\tau x) \\ C_{n+1}(\tau x) &= -jJ_2(j\tau x) = jI_2(\tau x) \end{aligned}$$

代入 (A.4), 得

$$\int x I_1^2(\tau x) dx = \frac{x^2}{2} [I_1^2(\tau x) - I_0(\tau x) \cdot I_2(\tau x)] \quad (\text{A.5})$$

2. 令 $C_n(\tau x) = -\frac{\pi}{2} J_1(j\tau x) - \frac{\pi}{2} jY_1(j\tau x) = K_1(\tau x)$

则

$$\begin{aligned} C_{n-1}(\tau x) &= jK_0(\tau x) \\ C_{n+1}(\tau x) &= -jK_2(\tau x) \end{aligned}$$

代入(A.4), 得

$$\int x K_1^2(\tau x) = \frac{x^2}{2} [K_1^2(\tau x) - K_0(\tau x) \cdot K_2(\tau x)] \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} 3. \text{ 令 } C_n(\tau x) &= I_1(\tau x) \\ \bar{C}_n(\tau x) &= K_1(\tau x) \end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned} C_{n-1}(\tau x) \cdot \bar{C}_{n+1}(\tau x) &= -I_0(\tau x) \cdot K_2(\tau x) \\ C_{n+1}(\tau x) \cdot \bar{C}_{n-1}(\tau x) &= -K_0(\tau x) \cdot I_2(\tau x) \\ C_n(\tau x) \cdot \bar{C}_n(\tau x) &= I_1(\tau x) \cdot K_1(\tau x) \end{aligned}$$

代入(A.3), 得

$$\int x I_1(\tau x) K_1(\tau x) dx = \frac{x^2}{4} [I_0(\tau x) K_2(\tau x) + I_2(\tau x) K_0(\tau x) + 2I_1(\tau x) K_1(\tau x)] \quad (\text{A.7})$$

附录 2. 用 (2.16) 和 (3.3) 式计算耦合阻抗的比较

(3.3) 式是 (2.16) 式的简化形式, 其应用条件是:

$$c/a \in [2.6, 3.8]; \quad \tau a \in [1, 2];$$

螺旋导丝直径为螺旋线平均直径的 1/10; 三根介质杆弹性夹持。

在下表中给出了常用的 $\text{tg } \phi$, ϵ_r 及 τa 下两种方法的计算结果。其中 K_1 是 (3.3) 式计算结果(它与 c/a 无关); K_2 是当 c/a 在 2.6—3.8 之间变化时, 用 (2.16) 式计算耦合阻抗的变化范围。可见在近似计算时, 式 (3.3) 是完全适用的。

τa	ϵ_r	$\alpha + \beta \cdot \tau a$	$\text{tg } \phi = 0.1$		$\text{tg } \phi = 0.05$		$\text{tg } \phi = 0.2$	
			$K_1 [\Omega]$	$K_2 [\Omega]$	$K_1 [\Omega]$	$K_2 [\Omega]$	$K_1 [\Omega]$	$K_2 [\Omega]$
1.0	3.8	0.690	145.5	143.1—144.7	291.0	289.6—292.8	72.8	68.4—69.2
	6.5	0.595	125.5	124.1—126.1	251.0	250.6—254.6	62.8	59.7—60.7
	9.5	0.544	115.0	113.5—115.3	230.0	228.9—232.5	57.5	54.8—55.7
1.5	3.8	0.738	62.5	61.7—63.1	125.0	124.7—127.6	31.3	29.6—30.3
	6.5	0.650	55.0	54.7—55.6	110.0	110.4—112.2	27.5	26.3—27.0
	9.5	0.602	51.0	50.6—51.0	102.0	102.0—102.9	25.5	24.4—24.7
2.1	3.8	0.794	20.9	20.6—20.8	41.8	41.7—42.1	10.5	9.9—10.0
	6.5	0.716	18.8	18.6—18.9	37.6	37.6—38.1	9.4	9.0—9.1
	9.5	0.670	17.6	17.4—17.9	35.2	35.1—36.1	8.8	8.4—8.6

当螺旋导丝直径明显偏离螺旋线平均直径的 1/10 时, α 和 β 与表 1 中给出的数值有所不同, 将导致较大误差。例如, 当忽略螺旋导丝直径时, 由于介质杆直接和螺旋线的平均直径接触, 加载变重, α 和 β 将变小。这时对应于 $\epsilon_r = 3.8, 6.5, 8.9, 9.5$ 的 α 分别变为 0.580, 0.475, 0.423, 0.415; 而 β 则分别变为 0.090, 0.095, 0.10, 0.10。