第7卷 第6期 电子科学学刊 Vol. 7, No. 6
1985年11月 JOURNAL OF ELECTRONICS Nov., 1985

一种新的 RC 双口网络综合方法*

刘 彬
(东北重型机械学院)

提 要

本文提出了一种新的网络综合方法. 该方法解决了单端接 RC 负载和一端接 RC 负载,另一端接 RL 负载的 RC 双端口网络的实现问题.

一、引 言

RC 网络综合早已为人们所注意,并已有许多报道. 但是对接负载的 RC 网络综合所作的工作[1-4],只能采用某些特殊的方法,或局限在一定范围内,因此传统的网络综合至今仍有不少问题尚未解决. 例如,接负载的 RC 双端口网络普遍的实现方法. RC 不平衡双口网络实现的充分和必要条件是什么? LC-R 梯形网络综合的改进, 等等. 本文将解决其中的一个问题——一端接任意 RC 负载, 另一端接任意 RL 负载的 RC 双端口网络综合.

二、原 理

一个有理函数 $W(S)$, 如能分解为 RC 阻抗和 RC 导纳的乘积,则称为W型函数.文献[4]又给出R型函数的概念, 并且得到, $Q(S)=N(S)+M(S)$ 的零点就是 $N(S)/M(S)=-1$ 的根点的结论. 本文在文献[4]的基础上,研究了双端侧接载网络的实现问题.

引理1 设多项式 $N(S)$, $M(S)$, $Q(S)$ 的次数分别为 d, f, q, 如果 $W(S)=N(S)/M(S)$ 是W型函数,而且 $Q(S)=N(S)+M(S)$, 则 $W(S)$ 的零点和极点的总数为 $2q$ 或 $2q-1$.

证明 因为 $W(S)$是 RC 阻抗和 RC 导纳的乘积, 所以从 Mitra 和 Hurtig 的定理[5]得到 $-1\leqslant f-d\leqslant 1$; 又因为 $Q(S)=N(S)+M(S)$, 所以 $q=\mathrm{Max}\{f,d\}$. 于是,当 $q=\mathrm{Max}\{f,d\}=f$ 时, $d=q$ 或 $q-1$; 当 $q=\mathrm{Max}\{f,d\}=d$ 时, $f=q$ 或 $q-1$. (证毕)

引理2 如果 $W(S)=N(S)/M(S)$ 是W型函数, 则 $W(S)$ 的分子和分母有且仅

* 1984年4月4日收到,1985年4月9日修改定稿.

有一重零点或二重零点.

证明　因为 RC 阻抗和 RC 导纳函数的所有零点和极点均为单阶，且在负实轴上，交替出现. 所以这样两个函数乘积的零点和极点只能是一阶或二阶.（证毕）

由于 RC 导纳与 RL 阻抗的性质完全相同，因此从文献[6]中的定理可直接得到：有理函数 $W(S)$是W型函数的充要条件是，$W(S)$的所有零、极点均位于负实轴上，并且沿负实轴从原点向左一对为一组地划分，每组都含有一个零点和一个极点，最左边的一组可能包含一个位于 $-\infty$ 处的零点(极点).

单端接 RC 负载的 RC 双口网络转移电压(电流)函数 $T_{ui}(S)$ 和转移导纳(阻抗)函数 $T_{zy}(S)$ 的表达形式应为

$$T_{ui}(S)=\frac{B_{12}(S)G(S)}{1+B(S)G(S)}=\frac{n_{12}(S)n_0(S)}{n_0(S)n(S)+m_0(S)m(S)},\tag{1}$$

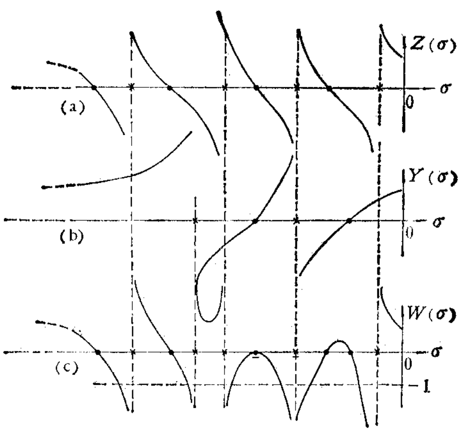
$$T_{zy}(S)=\frac{B_{12}(S)}{1+B(S)G(S)}=\frac{n_{12}(S)m_0(S)}{n_0(S)n(S)+m_0(S)m(S)},\tag{2}$$

式中，$G(S)=n_0(S)/m_0(S)$ 是网络的输出端负载阻抗(导纳)；$B(S)=n(S)/m(S)$是网络的输出端口处的导纳(阻抗)参数，$B_{12}(S)=n_{12}(S)/m(S)$ 是网络的转移导纳(阻抗)参数.

把式(1)和式(2)用一通式表示，记为 $T(S)$

$$T(S)=\frac{n_{12}(S)F(S)}{n_0(S)n(S)+m_0(S)m(S)}=\frac{P(S)}{N(S)+M(S)}=\frac{P(S)}{Q(S)},\tag{3}$$

其中，$N(S)=n_0(S)n(S)$，$M(S)=m_0(S)m(S)$，$Q(S)=N(S)+M(S)=\prod_{j=1}^{q}k_0(s+b_j)(0<b_{j-1}<b_j,\ k_0>0)$；$P(S)=n_{12}(S)F(S)$；当 $T(S)=T_{ui}(S)$ 时，$F(S)=n_0(S)$；当 $T(S)=T_{zy}(S)$ 时，$F(S)=m_0(S)$.



·——零点，×——极点，$\dot{-}$——二重零点，$\times\!\!\!-$——二重极点

图 1　$Z(S)$，$Y(S)$，$W(S)$ 的零点和极点分布

在式(1)和式(2)的分母中，都含有W型函数项 $B(S)G(S)$，现在研究这类函数的实现问题.

RC 阻抗 $Z(S)$ 和导纳 $Y(S)$ 沿实轴的变化定性地如图 1(a) 和图 1(b) 所示. 图 1 表示 $Z(S)$ 和 $Y(S)$ 有相同的零点(或极点)，也有不相同的零点(或极点)，这样的假定是适合于讨论一般性的情况的. 然后把两个函数相乘就得到 $W(S)=Z(S)Y(S)$ 沿实轴变化的曲线，如图 1(c) 所示.

从图 1(c)、引理 1 和引理 2 可得出结论：方程 $W(S)=-1$ 的每两个相邻的根($Q(S)$ 的相邻两个零点)之间，有且仅有两个 $W(S)$ 的零极点，并且这两个点可以都是 $W(S)$ 的零点(或极点)，也可以是 $W(S)$的一个零点和一个极点；原点与方程 $W(S)=-1$ 的最右

边的根之间，有且仅有一个 $W(S)$ 的零点(或极点)；$-\infty$与方程 $W(S)=-1$ 的最左边的根之间，$W(S)$ 的零、极点的总数不多于一个。

根据上面所得结论，我们给出从 $T(S)=P(S)/Q(S)$ 的分母 $Q(S)$ 中，分解出W型函数的分子 $N(S)$ 和分母 $M(S)$ 的规则如下：

(1) 在区间 $(-b_1, 0)$ 内，若无 $n_0(S)$ 和 $m_0(S)$ 的零点，则在此区间内的零点就由 $G(S)$ 的性质决定：若 $G(S)$ 是导纳(阻抗)函数，则选一个 $m'(S)(n'(S))$ 的零点；

(2) 在区间 $(-b_j, -b_{j-1})$ $(j=1, 2, \cdots q)$ 内，若有且仅有一个 $n_0(S)(m_0(S))$ 的零点，则在此区间内再选一个 $n'(S)(m'(S))$ 的零点，且与顺序无关；

(3) 在区间 $(-b_j, -b_{j-1})$ 内，若无 $n_0(S)$ 和 $m_0(S)$ 的零点，则在此区间内各选一个 $n'(S)$ 和 $m'(S)$ 的零点，其顺序按 $Q(S)$ 的零点两边相邻的两个点属性不同的原则确定；

(4) 在区间 $(-\infty, -b_q)$ 内，若无 $n_0(S)$ 和 $m_0(S)$ 的零点，则在此区间内可选择一个，也可不选择 $n'(S)(m'(S))$ 的零点；若选择，其顺序按规则(3)的原则确定。

这里，$N(S)=k_1n_0(S)n'(S)$，$M(S)=k_2m_0(S)m'(S)$，正实数 k_1 和 k_2 通过方程 $Q(S)=k_1n_0(S)n'(S)+k_2m_0(S)m'(S)$ 两边的同次项系数相等来确定。

显然，按上述规则确定的 $N(S)$ 和 $M(S)$，使得 $Q(S)$ 的零点两边相邻的两个点，分别是 $W(S)$ 的一个零点和一个极点。因此，除 $Q(S)$ 的零点外，从原点向左一对为一组地划分，每组的零、极点恰好是由 $Q(S)$ 的零点两边相邻的两个点组成。

$T(S)$ 是单端接 RC 负载的 RC 双端口网络转移函数，并且 $Q(S)$ 可分解为两个多项式 $N(S)$ 和 $M(S)$ 之和，而 $N(S)/M(S)$ 又是W型函数。再按前面的规则，总可以选择出合适的多项式 $N'(S)$ 和 $M'(S)$，使 $N(S)+M(S)=k_1N'(S)+k_2M'(S)$，而且 $N'(S)/M'(S)$ 也是W型函数。根据这些原则，我们给出确定 $N(S)$ 和 $M(S)$ 的具体步骤为：

(1) 先把负载 $G(S)$ 的零、极点绘制在复平面负实轴上；

(2) 按前面的规则选择多项式 $N(S)$，除 $G(S)$ 的零点外，$N(S)$ 的其余零点数值由自已选定(这些零点值不是唯一的)；

(3) 由已知的 $Q(S)$ 和 $N(S)$ 来求解 $M(S)(M(S)=Q(S)-N(S))$(参见例题)。

应该指出的是，为保证给定负载的零点和极点分别都包含在W型函数的零点和极点中，当 $N(S)$ 的零点位置选择得不合适，在正实轴上使 $M(S)$ 有零点时，就需要重新选择 $N(S)$，直至 $M(S)$ 的零点全部位于负实轴上为止。另外，也可先求 $M(S)$，后求 $N(S)$。

现在讨论W型函数的分子和分母含有公因子时，$Q(S)$，$N(S)$，$M(S)$ 的零点位置之间的关系。

设 $C(S)$ 是W型函数 $W(S)$ 的分子和分母的公因子。因为 $W(S)$ 是 RC 阻抗和 RC 导纳的乘积，它们的零点和极点都相间分布在负实轴上，并且 $C(S)$ 由 RC 阻抗的零点(极点)和 RC 导纳的极点(零点)构成，所以 $C(S)$ 的分子和分母的零点都是单阶的。当 $N(S)$ 和 $M(S)$ 含有公因子时，$Q(S)$，$N(S)$，$M(S)$ 就有相同的零点。如果把每组三个相同的零点中的 $N(S)$ 和 $M(S)$ 两点，视为在 $Q(S)$ 点处的一个左极限和一个右极限，(哪一个零点视为左极限，哪一个零点视为右极限，由实际情况而定，)则上述所获结论，对含有公因子的W型函数情况仍不失效。

这里指出：当负载 $G(S)$ 的零点(极点)不全部包含在转移函数 $T_{ui}(S)(T_{zy}(S))$ 的零点中时，则可通过给 $T(S)$ 的分子和分母乘公因子的方法来解决这个矛盾(参看例 1)。

例 1：　输出端接负载的转移电压函数和 RC 负载分别为

$$T(S)=\frac{S^2+4S+40}{(S+2)(S+6)},\quad Z_2(S)=\frac{(S+5)(S+7)}{1.62(S+1.84)(S+5.3)}.$$

综合这两个函数。

解： $T(S)$ 的零点中不含 $Z_2(S)$ 的零点，为使 $P(S)=n_0(S)n_{12}(S)$ 成立，把 $T(S)$的分子和分母分别乘以 $(S+5)(S+7)$，得

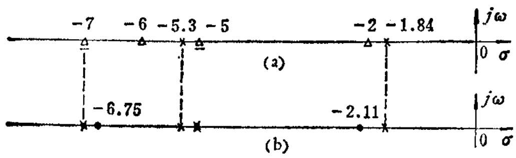
$$T'(S)=\frac{(S^2+4S+40)(S+5)(S+7)}{(S+2)(S+6)(S+5)(S+7)}.$$

参照图 2(a)，按前面的规则选择多项式 $M(S)$ 为 $M(S)=k_2(S+1.84)(S+5.3)(S+5)(S+7)$，那么 $N(S)=Q(S)-M(S)$，选 $k_2=0.5$，这样 $N(S)=0.5(S+2.11)(S+6.75)(S+5)(S+7)$，于是

$$y_{22}(S)Z_2(S)=\frac{N(S)}{M(S)},\quad y_{22}(S)=\frac{1.62(S+2.11)(S+6.75)}{(S+5)(S+7)},$$

$$-y_{12}(S)Z_2(S)=\frac{P(S)}{M(S)},\quad -y_{12}(S)=\frac{3.24(S^2+4S+40)}{(S+5)(S+7)}.$$

采用 Guillemin 的并联梯形法来实现这对复传输零点，综合的网络结构如图 3 所示。



△̲——$Q(S)$，$N(S)$，$M(S)$ 三者的重零点；
×̲——$N(S)$ 和 $M(S)$ 二者的重零点
△——$Q(S)$ 的零点；　●——$N(S)$ 的零点
×——$M(S)$ 的零点；

图 2　$N(S)$ 和 $M(S)$的零点分布

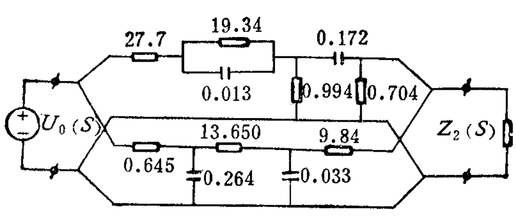


图 3　单端接负载网络综合

三、双端接载的网络综合

设图 4 中的N表示 RC 双端口网络，$Z_c(S)$ (电阻电容型正实函数) 和 $Z_L(S)$ (电阻电感型正实函数)分别为输入和输出端的负载阻抗；$y_{11}(S)$ 和 $y_{22}(S)$ 分别为N的输入和

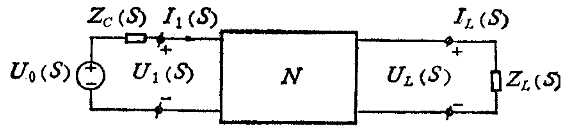


图 4 双端接载二端网络

输出端口处的导纳参数.

把图 4 中的 $Z_c(S)$ 与双端口网络N结合起来，构成如图 5 所示的N'网络. $y'_{11}(S)$ 和 $y'_{22}(S)$ 分别为N'的输入和输出端口处的导纳参数.

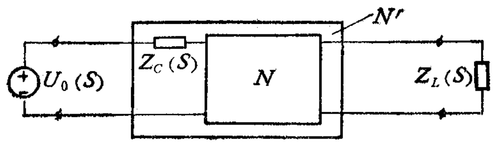


图 5 等效的单端接载网络

输入端接负载的网络转移导纳函数和电流函数分别为

$$T_y(S) = \left.\frac{I_L(S)}{U_0(S)}\right|_{U_L(S)=0} = \frac{-y_{12}(S)Y_c(S)}{y_{11}(S)+Y_c(S)}, \tag{4}$$

$$T_i(S) = \left.\frac{I_L(S)}{I_1(S)}\right|_{U_0(S)=0} = \frac{y_{22}(S)Y_c(S)+|y(S)|}{-y_{12}(S)Y_c(S)}, \tag{5}$$

式中，$|y(S)| = y_{11}(S)y_{22}(S) - y_{12}(S)y_{21}(S)$，$Y_c(S) = 1/Z_c(S)$.

根据网络的短路导纳参数定义有

$$-y'_{12}(S) = \left.\frac{I_L(S)}{U_0(S)}\right|_{U_L(S)=0}, \tag{6}$$

$$y'_{11}(S) = \left.\frac{I_1(S)}{U_0(S)}\right|_{U_L(S)=0}, \tag{7}$$

$$y'_{22}(S) = \left.\frac{-I_L(S)}{U_L(S)}\right|_{U_0(S)=0}, \tag{8}$$

$$y_{11}(S) = \left.\frac{I_1(S)}{U_1(S)}\right|_{U_L(S)=0}, \tag{9}$$

$$y_{22}(S) = \left.\frac{-I_L(S)}{U_L(S)}\right|_{U_1(S)=0}. \tag{10}$$

显然有

$$-y'_{12}(S) = T_y(S) = \frac{-y_{12}(S)Y_c(S)}{y_{11}(S)+Y_c(S)}. \tag{11}$$

把式(8)的分子和分母除以 $I_1(S)$，再把式(4)和式(5)代入所得公式化简，得

$$y'_{22}(S) = \frac{y_{22}(S)Y_c(S)+|y(S)|}{y_{11}(S)+Y_c(S)}. \tag{12}$$

由式(12)又得

$$y_{22}(S) = y'_{22}(S) + (-y_{12}(S))(-y'_{12}(S))Z_c(S). \tag{13}$$

如上所述，双端接载网络综合的具体过程如下:

第一步：把图 4 中的 $Z_c(S)$ 与 N 结合起来，构成如图 5 所示的网络．此时双端接载网络的转移电压函数为

$$T_0(S) = \frac{-y'_{12}(S)Z_L(S)}{1 + y'_{22}(S)Z_L(S)}. \tag{14}$$

第二步：利用文献[4]给出的方法，从式(14)中求出 N' 的两个导纳参数 $-y'_{12}(S)$ 和 $y'_{22}(S)$，同时保证 $-y'_{12}(S)$ 的极点与 $Y_c(S)$ 的零点无相同点；

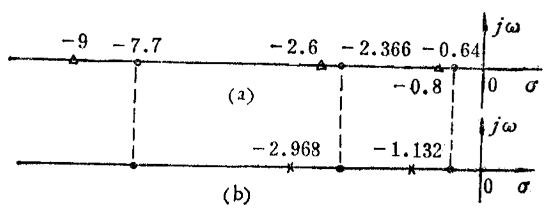
第三步：利用本文给出的单端接 RC 负载网络的综合方法，从式(11)中求出 N 的两个导纳参数 $y_{11}(S)$ 和 $-y_{12}(S)$，再由式(13)求出 N 的另一个导纳参数 $y_{22}(S)$。

例 2：如图 4 所示，双端接载网络转移电压函数为

$$T_0(S) = \frac{P(S)}{Q(S)} = \frac{S+1.5}{(S+0.8)(S+2.6)(S+9)}.$$

综合这个函数．负载阻抗分别为

$$Z_c(S) = \frac{1}{S+1.5}，\ Z_L(S) = 2(S+7.7).$$



●—$N(S)$ 的零点，×——$M(S)$ 的零点，△——$Q(S)$ 的零点

图 6　$N(S)/M(S)$ 的零点极点分布

解：参照图 6(a)，按文献[4]给出的规则选择 $N(S) = (S+0.64)(S+2.366)(S+7.7)$，那么 $M(S) = Q(S) - N(S) = (S+1.132)(S+2.968)$，于是

$$y'_{22}(S)Z_L(S) = \frac{N(S)}{M(S)},\ y'_{22}(S) = \frac{(S+0.64)(S+2.366)}{2(S+1.132)(S+2.968)};$$

$$-y'_{12}(S)Z_L(S) = \frac{P(S)}{M(S)},\ -y'_{12}(S) = \frac{S+1.5}{2(S+1.132)(S+2.968)}.$$

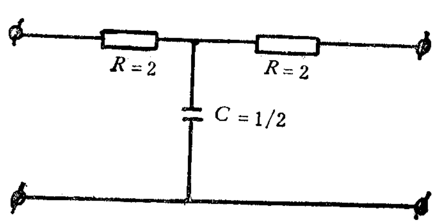


图 7　双端接载网络综合

由式(11)得

$$-y'_{12}(S) = \frac{P_2(S)}{Q_2(S)} = \frac{-y_{12}(S)}{1 + y_{11}(S)Z_c(S)} = \frac{S+1.5}{2(S+1.132)(S+2.968)}.$$

这是单端接载的情况，通过与例 1 相类似的过程，可得

$$y_{11}(S)=\frac{S+1}{2S+4},\quad -y_{12}(S)=\frac{1}{2S+4}.$$

再由式(13)，得

$$y_{22}(S)=\frac{S+1}{2S+4}.$$

实现的网络如图7所示.

四、结 束 语

本文提出了单端接 RC 负载网络的综合方法，并且利用两次单端接载网络综合，解决了双端接载网络的实现问题．文中以输入端接 RC 负载，输出端接 RL 负载的网络为例，说明了解决问题的具体过程．事实上，这种方法可以引伸到一端接 RC（或 RL）负载，另一端接 RL（或 RC）负载的情况．

参 考 文 献

[1] E. A. Guillemin, *J. Math. and Phys.*, **28**(1949), 22.
[2] H. J. Orchard, *Proc. IRE*, **39**(1951), 428.
[3] J. L. Bower and P. F. Ordung, ibid, 38(1950), 263.
[4] 刘彬，电子学报，1984年，第6期，第93页.
[5] S. K. Mitra and G. Hurtig, *Elect. Lett.*, **5**(1969), 611.
[6] W. M. G. Van Bokhoven, *IEEE Trans, on CAS*, **CAS-23**(1963), 36.

A NEW METHOD OF RC TWO-PORT NETWORK SYNTHESIS

Liu Bin
(The North-east Heavy Machinery Institute)

This paper puts forward a new method of network synthesis. By using the method, the RC two-port networks in which only one port is connected with RC load and those in which one port is connected with RC load while another port is connected with RL load can be realized.